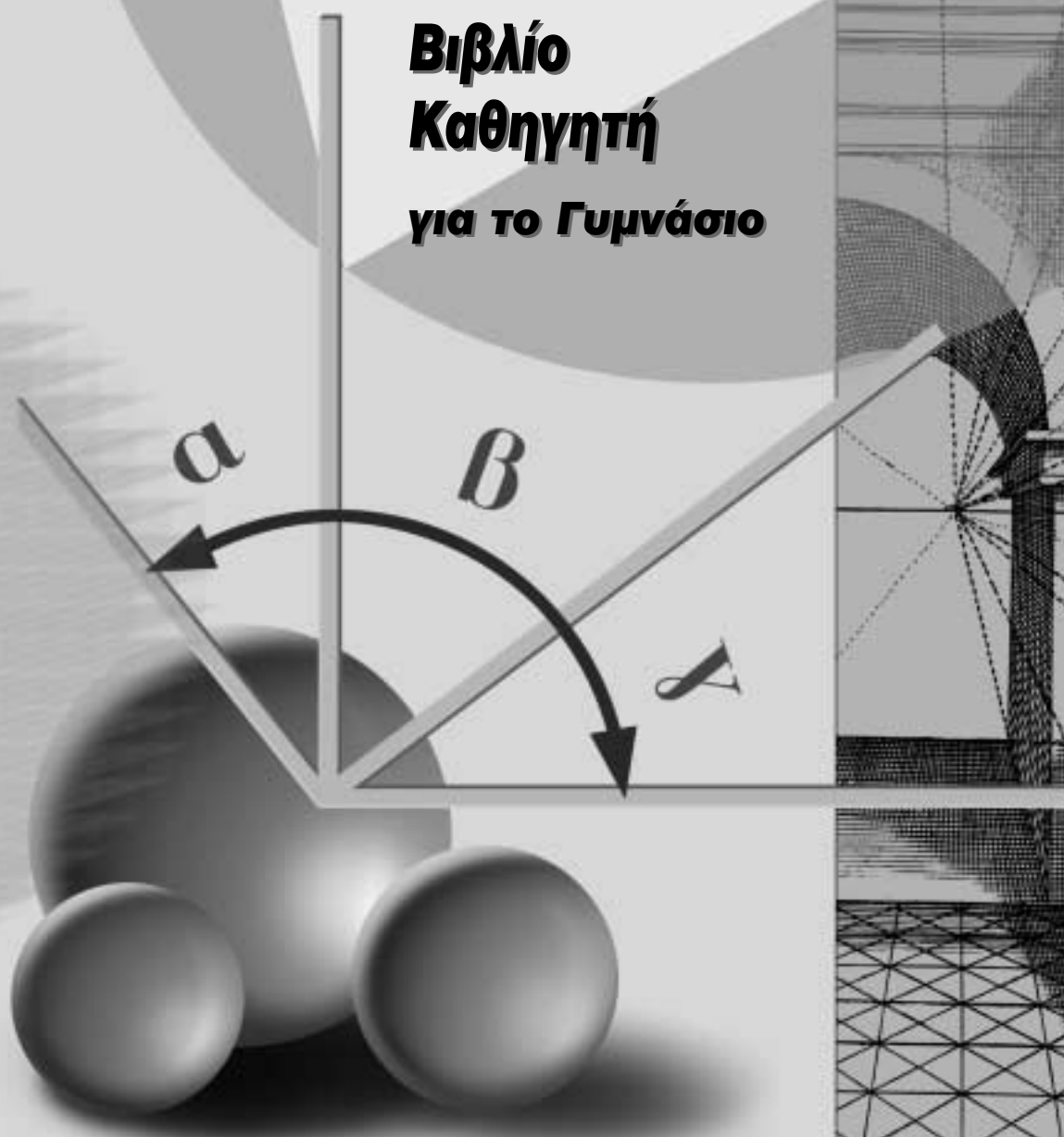




Cabri - geometry II

**Βιβλίο
Καθηγητή
για το Γυμνάσιο**



Ινστιτούτο
Τεχνολογίας
Υπολογιστών



ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΚΑΣΤΑΝΙΩΤΗ
inter@ctive





ΒΙΒΛΙΟ ΚΑΘΗΓΗΤΗ

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ

CABRI – GEOMETRY II: ΒΙΒΛΙΟ ΚΑΘΗΓΗΤΗ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Συγγραφέας: Μαρία Κορδάκη

Το λογισμικό **Cabri – geometry II** είναι προϊόν του IMAG (Ινστιτούτο για την Πληροφορική και τα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά) του Πανεπιστημίου Joseph Fourier της Γκρενόμπλ, και του CNRS (Εθνικό Κέντρο Επιστημονικής Έρευνας της Γαλλίας).

Το λογισμικό αυτό είναι αποτέλεσμα της εργασίας μιας επιστημονικής ομάδας αποτελούμενης από μαθηματικούς, καθηγητές και επιστήμονες της πληροφορικής, στα πλαίσια του παραπάνω εργαστηρίου.

Η συνολική προσπάθεια υποστηρίχθηκε από το Γραφείο Νέων Τεχνολογιών για την Εκπαίδευση του υπουργείου Παιδείας της Γαλλίας, στο Παρίσι.

Στη Γαλλία η έκδοση που υποστηρίζεται από τα Windows διανεμήθηκε σύμφωνα με την άδεια χρήσης λογισμικού «Licence Mixte» από το γαλλικό υπουργείο Παιδείας (1997).

Το λογισμικό **Cabri – geometry II** εξελληνίστηκε και διατίθεται αρχικά για χρήση στα Γυμνάσια, Λύκεια και ΤΕΕ που συμμετέχουν στην **Οδύσσεια – «Ελληνικά Σχολεία στην Κοινωνία της Πληροφορίας»**, το εθνικό πρόγραμμα που αφορά την παιδαγωγική ένταξη των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και Επικοινωνίας σε όλο το εύρος του εκπαιδευτικού συστήματος, και είναι αποτέλεσμα μακροχρόνιου σχεδιασμού και υλοποίησης (1996-2001). Το 2001 στα 385 σχολεία της **Οδύσσειας** καθηγητές όλων των ειδικοτήτων αξιοποιούν υπολογιστές και δίκτυα στην κύρια καθημερινή σχολική δραστηριότητά τους. Στο **Σχολικό Εργαστήριο της Κοινωνίας της Πληροφορίας** υποστηρίζεται η διδασκαλία όλων των μαθημάτων με διάφορες εκπαιδευτικές δραστηριότητες. Στο Γ' ΚΠΣ προβλέπεται η χρηματοδότηση της σταδιακής εξάπλωσης της **Οδύσσειας** σε περισσότερα σχολεία της χώρας μας.

Διεύθυνση έργου: Γιώργος Σορολοπίδης

Αναπληρωτές υπεύθυνοι έργου: Αρετή Βασιλογλου/Μαρία Καντήρου

Μετάφραση λογισμικού και οδηγού χρήσης: ORCO S.A.

Επιστημονική και παιδαγωγική επιμέλεια: Μαρία Κορδάκη

Εκδοτική επιμέλεια: Πάνος Ζευγώλης

Επιμέλεια κειμένων: Αντωνέτα Κώτση

Υπεύθυνη παρακολούθησης υποέργων ΚΙΡΚΗΣ: Σίλια Ρονιώτη

Σύνδεσμος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου: Κώστας Γαβριλίδης

Σύνδεσμος Ινστιτούτου Τεχνολογίας Υπολογιστών: Βασίλης Δαγδιλέλης

ISBN 960-03-3213-4

© Copyright Λογισμικού CABRILOG 1997. Αποκλειστική διάθεση για την ελληνική γλώσσα σε όλο τον κόσμο Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε., Αθήνα 2001

© Copyright Βιβλίου καθηγητή Γυμνασίου Μαρία Κορδάκη – Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε., Αθήνα 2001

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση ή αναπαραγωγή του παρόντος έργου στο σύνολό του ή τμημάτων του με οποιονδήποτε τρόπο, καθώς και η μετάφραση ή διασκευή του ή εκμετάλλευσή του με οποιονδήποτε τρόπο αναπαραγωγής έργου λόγου ή τέχνης, σύμφωνα με τις διατάξεις του ν. 2121/1993 και της Διεθνούς Σύμβασης Βέρνης-Παρισιού, που κυρώθηκε με το ν. 100/1975. Επίσης απαγορεύεται η αναπαραγωγή της στοιχειοθεσίας, της σελιδοποίησης, του εξωφύλλου και γενικότερα της όλης αισθητικής εμφάνισης του βιβλίου, με φωτοτυπικές, ηλεκτρονικές ή οποιεσδήποτε άλλες μεθόδους, σύμφωνα με το άρθρο 51 του ν. 2121/1993. Κατόπιν ειδικής συμφωνίας με το ΥΠ.Ε.Π.Θ. επιτρέπεται η εκμετάλλευσή του εξελληνισμένου προϊόντος με αντικείμενο τη χρήση του στα Ελληνικά Σχολικά Εργαστήρια σύμφωνα με το άρθρο 7, παρ. νί της σύμβασης με το ΠΤΥ για το Έργο Προσαρμογής Διεθνούς Εκπαιδευτικού Λογισμικού στο Ελληνικό Εκπαιδευτικό Σύστημα – Ε24 ΚΙΡΚΗ.

Επικοινωνία:

Cabri – LEIBNIZ-IMAG

46 Avenue Félix Viallet

38031 Grenoble Cedex, France

Τηλ.: (33) 04 76 57 50 58, φαξ: (33) 04 76 57 50 57

www.cabri.net – e-mail: cabri@imag.fr

Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε.

Ζαλόγγου 11, 106 78 Αθήνα

Τηλ.: (01) 33 01 208, φαξ: (01) 38 22 530

www.kastaniotis.com/cabri – e-mail: cabri@kastaniotis.com

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος.....	5
---------------	---

A' Τάξη Γυμνασίου

1. Ευθεία και σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο επίπεδο.....	9
Δραστηριότητα 1α – Η ευθεία.....	9
Δραστηριότητα 1β – Σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο επίπεδο.....	10
2. Κάθετες ευθείες.....	13
3. Παράλληλες ευθείες – Απόσταση παράλληλων ευθειών.....	15
Δραστηριότητα 1α.....	15
Δραστηριότητα 1β.....	17
4. Η μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος.....	19
Δραστηριότητα 1.....	19
Δραστηριότητα 2 – Πρόβλημα.....	21
5. Γωνίες.....	23
Δραστηριότητα 1α – Γωνίες εφεξής.....	23
Δραστηριότητα 1β – Γωνίες κατακορυφήν.....	24
6. Παράλληλες ευθείες τεμνόμενες υπό τρίτης.....	27
7. Γωνίες και πλευρές ενός τριγώνου.....	29
8. Παραλληλόγραμμα και ιδιότητες παραλληλόγραμμων.....	33
9. Εμβαδά.....	35
Δραστηριότητα 1 – Εμβαδόν παραλληλόγραμμου – ορθογώνιου.....	35
Δραστηριότητα 2 – Εμβαδόν τριγώνου.....	37
Δραστηριότητα 3 – Εμβαδόν τραπεζίου.....	39

B' Τάξη Γυμνασίου

1. Το πυθαγόρειο θεώρημα.....	43
2. Συντεταγμένες στο επίπεδο.....	47

3. Ημίτονο, συνημίτονο και εφαπτομένη οξείας γωνίας	49
4. Συμμετρία ως προς άξονα	53
5. Συμμετρία ως προς σημείο και ως προς άξονα	57
Δραστηριότητα 1α	57
Δραστηριότητα 1β	58
6. Σχέση μεταξύ επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας	61
7. Κανονικά πολύγωνα – Μήκος και εμβαδόν κύκλου	63
8. Μήκος και εμβαδόν κύκλου	67

Γ' Τάξη Γυμνασίου

1. Τρίγωνα και ίσα τρίγωνα	71
2. Ίσα τμήματα μεταξύ παράλληλων – Θεώρημα του Θαλή	75
3. Όμοια πολύγωνα και όμοια τρίγωνα	79
4. Εμβαδά των όμοιων σχημάτων	83
5. Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας	87
6. Σχέσεις τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας	91
7. Νόμος των ημιτόνων	95
8. Νόμος των συνημιτόνων	97
9. Διανύσματα – Πράξεις μεταξύ διανυσμάτων	99
Δραστηριότητα 1	99
Δραστηριότητα 2	101

Παράρτημα

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΤΑΞΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ – ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΚΑΙ ΑΓΓΛΙΚΗ ΟΡΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ	103
--	-----

Πρόλογος

Αγαπητέ συνάδελφε,

Στο βιβλίο που κρατάς στα χέρια σου περιέχονται 34 δραστηριότητες για τη μάθηση γεωμετρικών εννοιών με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού λογισμικού Cabri – geometry II.

Η επιλογή των δραστηριοτήτων έγινε με δύο κριτήρια: πρώτον, να εντάσσονται στο υπάρχον αναλυτικό πρόγραμμα των τριών τάξεων του Γυμνασίου για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας και, δεύτερον, να αξιοποιούνται οι δυνατότητες του περιβάλλοντος Cabri – geometry II για την καλύτερη κατανόηση των σχετικών γεωμετρικών εννοιών από την πλευρά των μαθητών.

Οι γεωμετρικές έννοιες στις οποίες αναφέρονται οι δραστηριότητες αφορούν πρωταρχικές γεωμετρικές έννοιες (ευθεία, γωνίες, κάθετες και παράλληλες ευθείες, μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος), όπως και τη μελέτη βασικών σχημάτων (τρίγωνα, παραλληλόγραμμο και κανονικά πολύγωνα). Επιπλέον, προτείνονται δραστηριότητες που βοηθούν τη μελέτη της συμμετρίας και της ομοιότητας. Άλλες δραστηριότητες αφορούν την κατανόηση βασικών θεωρημάτων, όπως το θεώρημα του Θαλή και το πυθαγόρειο θεώρημα, ενώ άλλες αναφέρονται στη μελέτη βασικών τριγωνομετρικών εννοιών και σχέσεων. Επιπλέον, προσφέρονται δραστηριότητες για την κατανόηση των εμβαδών των βασικών γεωμετρικών σχημάτων (τρίγωνο, ορθογώνιο, παραλληλόγραμμο, τραπέζιο, κύκλος). Προτείνονται, επίσης, δραστηριότητες που αφορούν ειδικά θέματα, όπως η μελέτη των διανυσμάτων και στοιχείων αναλυτικής γεωμετρίας (συντεταγμένες). Βασικό χαρακτηριστικό όλων των δραστηριοτήτων είναι ότι δίνουν την ευκαιρία στο μαθητή να διατυπώσει εικασίες μέσα από τη μελέτη απειρίας σχημάτων τα οποία έχουν κοινές ιδιότητες.

Οι δραστηριότητες θα πρέπει να διεξάγονται στο εργαστήριο ηλεκτρονικών υπολογιστών του σχολείου. Πολύ χρήσιμη θα είναι η οργάνωση και η εργασία των μαθητών σε ομάδες, καθεμία από τις οποίες θα χρησιμοποιεί έναν υπολογιστή. Οι δραστηριότητες είναι κατασκευασμένες με τέτοιον τρόπο ώστε να μπορούν να πραγματοποιούνται στο εργαστήριο χωρίς να έχει παραδοθεί προηγουμένως η αντίστοιχη θεωρία. Καλό είναι να εξάγονται θεωρητικά συμπεράσματα μέσα από τη διερευνητική διαδικασία, που χαρακτηρίζει το σύνολο των δραστηριοτήτων, και στη συνέχεια, όπου είναι αναγκαίο, να χρησιμοποιείται η αποδεικτική μέθοδος. Οι

πρώτες ερωτήσεις που απευθύνονται σε κάθε δραστηριότητα στους μαθητές είναι πολύ ανοικτές, για να επιτρέπουν στους μαθητές να σκεφτούν και να διατυπώσουν εικασίες. Ίσως λίγοι μαθητές θα καταφέρουν να διατυπώσουν τις σωστές. Μπορείτε όμως να ενθαρρύνετε τους μαθητές να συζητήσουν τις απόψεις τους στις ομάδες ή σε ολόκληρη την τάξη και, εφόσον κωλύεται η διαδικασία, να προχωρήσετε στη χρήση συγκεκριμένων ερωτήσεων. Η εμπειρία έχει δείξει ότι οι μαθητές πραγματοποιούν με πολύ ενδιαφέρον γεωμετρικές δραστηριότητες στο περιβάλλον Cabri – geometry II και συγκροτούν απόψεις ύστερα από την εμπειρία που αποκτούν.

Στο φάκελο «Σχήματα» του λογισμικού υπάρχουν 41 αρχεία τύπου .fig που αντιστοιχούν σε έτοιμες κατασκευές, ενδεικτικές των δυνατοτήτων του προγράμματος. Οι κατασκευές αυτές καλύπτουν ποικιλία θεμάτων που διδάσκονται στις τάξεις του Γυμνασίου και του Λυκείου και στοχεύουν στο να κινητοποιήσουν το μαθητή στη διερεύνηση του προγράμματος και στην ανακάλυψη των δυνατοτήτων που του παρέχει το Cabri – geometry II. Επιπρόσθετα, στο φάκελο «Μακροκατασκευές» υπάρχουν 18 αρχεία τύπου .mac, τα οποία περιλαμβάνουν έτοιμες μακροκατασκευές. Τόσο τα έτοιμα Σχήματα όσο και οι έτοιμες Μακροκατασκευές που παρέχονται από τον κατασκευαστή του λογισμικού είναι διαθέσιμα ώστε να χρησιμοποιηθούν και να ενταχθούν στην διδασκαλία της γεωμετρίας.

Η διαχείριση της τάξης στο εργαστήριο δεν είναι τυπική και μονότονη, διότι δε στηρίζεται στην επιβολή της «ησυχίας» και της «τάξης», αλλά έχει μεγαλύτερο ενδιαφέρον διότι οι μαθητές συζητούν και συνεργάζονται. Πολλές φορές, ο χρόνος εκμάθησης του περιβάλλοντος Cabri – geometry II μειώνεται λόγω του ότι οι μαθητές μαθαίνουν πολύ γρήγορα τη χρήση του. Ενώ παρατηρήθηκε αρχικά μια διστακτικότητα στη χρήση του εργαστηρίου και του εκπαιδευτικού λογισμικού από τους καθηγητές, διαλύθηκε από την πρώτη κιόλας διδακτική ώρα που αυτό χρησιμοποιήθηκε. Η διστακτικότητα αυτή ήταν αναμενόμενη, καθώς επρόκειτο για νέα εμπειρία. Πάντως, ο ενθουσιασμός των μαθητών και το γενικότερο μαθησιακό κλίμα που δημιουργήθηκε στις περισσότερες περιπτώσεις οδήγησε τους εκπαιδευτικούς στην επανάληψη της χρήσης του. Ελπίζω ότι και εσείς θα χρησιμοποιήσετε αυτό το περιβάλλον δημιουργικά για να δώσετε μια νέα διερευνητική και κατασκευαστική διάσταση στη διδασκαλία των γεωμετρικών εννοιών.

Με εκτίμηση

Μαρία Κορδάκη

**Εκπαιδευτικές δραστηριότητες
για την Α', Β' και Γ' Γυμνασίου**

Α' Τάξη Γυμνασίου

Κεφάλαιο 5

Α' Τάξη – Ευθεία και σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο επίπεδο

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

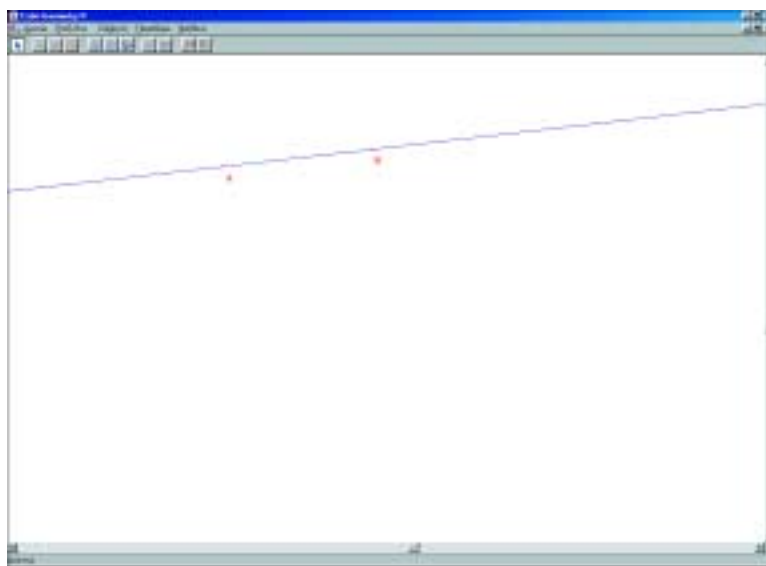
Δραστηριότητα 1α – Η ευθεία

Στόχος

Η διερεύνηση του πλήθους των ευθειών οι οποίες διέρχονται δύο ή ένα σημεία αντίστοιχα.

Κατασκευή:

- Κατασκευάστε μία ευθεία ορίζοντας δύο σημεία της Α και Β. Ονομάστε την ε.
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Σημείο», κάντε δύο κλικ σε διαφορετικά σημεία της οθόνης του υπολογιστή.
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Ονομασία», πληκτρολογήστε Α και Β για τα δύο σημεία αντίστοιχα.
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Ευθεία», κάντε κλικ στο σημείο Α, και στο σημείο Β.



Σχήμα Γ_1

Διερεύνηση

Ερώτηση 1: Μπορείτε να κατασκευάσετε και άλλη ευθεία η οποία να περνά από τα σημεία Α και Β και να μη συμπίπτει οπτικά με την ε;

Απάντηση

Στο σημείο αυτό αναμένουμε οι μαθητές να μας απαντήσουν ότι δεν μπορούν να κατασκευάσουν περισσότερες από μία ευθείες που να διέρχονται τα σημεία Α και Β.

Ερώτηση 2: Μετακινήστε την ευθεία ε κρατώντας την από το σημείο Β. Τι παρατηρείτε; Πόσες ευθείες είναι δυνατόν να περάσουν από το σημείο Α;

Απάντηση

Στο σημείο αυτό αναμένουμε οι μαθητές να μας απαντήσουν ότι μπορούν να κατασκευάσουν άπειρες ευθείες που να διέρχονται το σημείο Α.

Δραστηριότητα 1β – Σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο επίπεδο

Στόχος

Η διερεύνηση των δυνατών θέσεων δύο ευθειών στο επίπεδο.

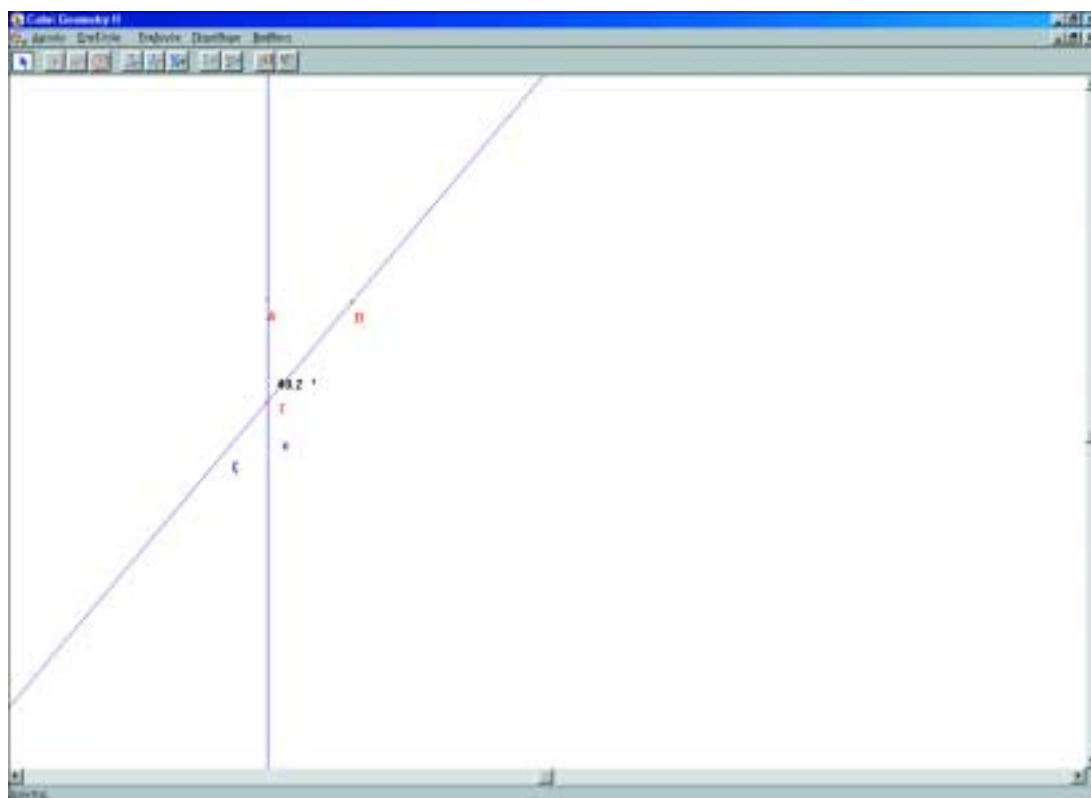
Κατασκευή

- Σχεδιάστε δύο σημεία Α και Β στην οθόνη του υπολογιστή.
- Κατασκευάστε δύο ευθείες οι οποίες διέρχονται τα Α και Β και ονομάστε τις ε και ζ αντίστοιχα.

Οδηγίες:

- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Σημείο», κάντε δύο κλικ σε διαφορετικά σημεία της οθόνης του υπολογιστή.
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Ονομασία», πληκτρολογήστε Α και Β για τα δύο σημεία αντίστοιχα.
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Ευθεία», κάντε κλικ στο σημείο Α και ένα επιπλέον κλικ σε άλλο σημείο της οθόνης του υπολογιστή.

- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Ευθεία», κάντε κλικ στο σημείο B και ένα επιπλέον κλικ σε άλλο σημείο της οθόνης του υπολογιστή.
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Ονομασία», πληκτρολογήστε ε και ζ για τις δύο ευθείες αντίστοιχα.
- Μετακίνηση της ευθείας ζ.
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Σημείο σε τομή» (επιλέγοντας τις δύο ευθείες ε και ζ αντίστοιχα).
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Ονομασία» και πληκτρολογήστε Γ για το σημείο τομής των ευθειών ε και ζ.
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Γωνία», κάντε κλικ στα σημεία A, Γ και B.



Σχήμα Γ_2

Διερεύνηση

Ερώτηση 1: Μετακινήστε την ευθεία ζ έτσι ώστε να περιστραφεί γύρω από το σημείο B. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις των δύο ευθειών;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Στο σημείο αυτό αναμένουμε οι μαθητές να απαντήσουν ότι οι δύο ευθείες μπορεί να τέμνονται, να ταυτίζονται ή να είναι παράλληλες.

Ερώτηση 2: Κατασκευάστε τη γωνία των ευθειών ε και ζ και μελετήστε τη μεταβολή της γωνίας αυτής κατά τη διάρκεια της μετακίνησης των δύο ευθειών με τον τρόπο που περιγράφηκε προηγουμένως. Μετά συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

Οι γωνίες των ευθειών	Οι ευθείες			
	Είναι παράλληλες	Είναι κάθετες	Τέμνονται	Ταυτίζονται

Α' Τάξη – Κάθετες ευθείες
1 Δραστηριότητα
Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

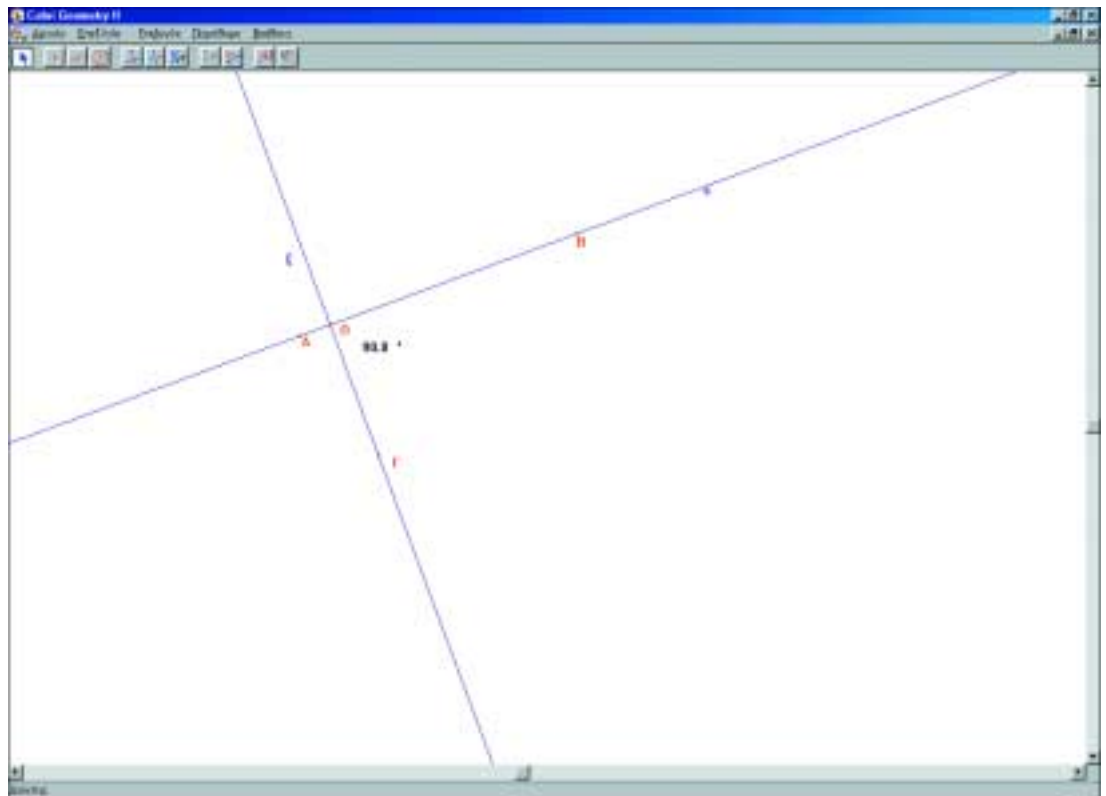
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση της δυνατότητας διατήρησης της καθετότητας δύο ευθειών κατά την περιστροφή τους στο επίπεδο θεωρούμενων ως συστήματος.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε δύο σημεία Α και Β και την ευθεία ε η οποία τα διέρχεται.
- Κατασκευάστε ένα σημείο Γ έξω από την ευθεία ε και την κάθετη ευθεία από το σημείο Γ προς την ευθεία ε.
- Να ονομάσετε τη νέα ευθεία ζ.
- Να ορίσετε το σημείο τομής των ευθειών ε και ζ και να το ονομάσετε Δ.
- Σημειώστε τη γωνία των ευθειών ε και ζ και μετρήστε την.



Σχήμα Γ_3

Διερεύνηση

Ερώτηση 1: Επιλέξτε και μετρήστε τη γωνία $B\Delta\Gamma$. (Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Γωνία» και κάντε κλικ στα σημεία B , Δ , Γ αντίστοιχα). Στη συνέχεια επιλέξτε την ευθεία ζ από τα σημεία B ή Γ και μετακινήστε ή περιστρέψτε τη στην οθόνη του υπολογιστή. Τι συμπεραίνετε για την καθετότητα των ευθειών ϵ και ζ όταν αυτές μετακινούνται με τη διαδικασία που περιγράφηκε προηγουμένως;

Απάντηση

Ερώτηση 2: Στη συνέχεια, επιλέξτε την ευθεία ϵ από το σημείο B και περιστρέψτε την. Τι συμπεραίνετε για την καθετότητα των ευθειών ϵ και ζ όταν αυτές μετακινούνται με τη διαδικασία που περιγράφηκε προηγουμένως;

Απάντηση

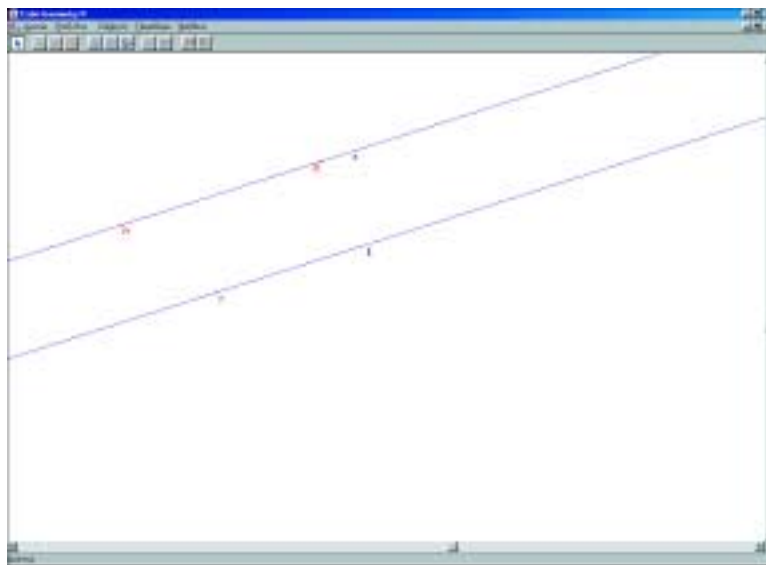
Διατυπώστε τη γενίκευση

Α' Τάξη – Παράλληλες ευθείες – Απόσταση παράλληλων ευθειών**1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 1 διδακτική ώρα****Δραστηριότητα 1α****Στόχος**

Η διερεύνηση της διατήρησης της παραλληλίας ευθειών όταν αυτές περιστρέφονται στο επίπεδο θεωρούμενες ως σύστημα ευθειών και των μεταξύ τους αποστάσεων.

Κατασκευή

- Σχεδιάστε δύο σημεία A , B και την ευθεία ε που τα διέρχεται.
- Από ένα σημείο Γ , το οποίο βρίσκεται έξω από την ευθεία ε , φέρτε την παράλληλη προς την ευθεία ε , και ονομάστε τη ζ .



Σχήμα Γ_4

Διερεύνηση

Διερεύνηση 1: Να επιλέξετε την ευθεία ε από το σημείο A ή B και να την περιστρέψετε. Τι παρατηρείτε σχετικά με την παραλληλία των ευθειών κατά τη διάρκεια της περιστροφής τους στο επίπεδο της οθόνης του υπολογιστή; Διατυπώστε συμπέρασμα.

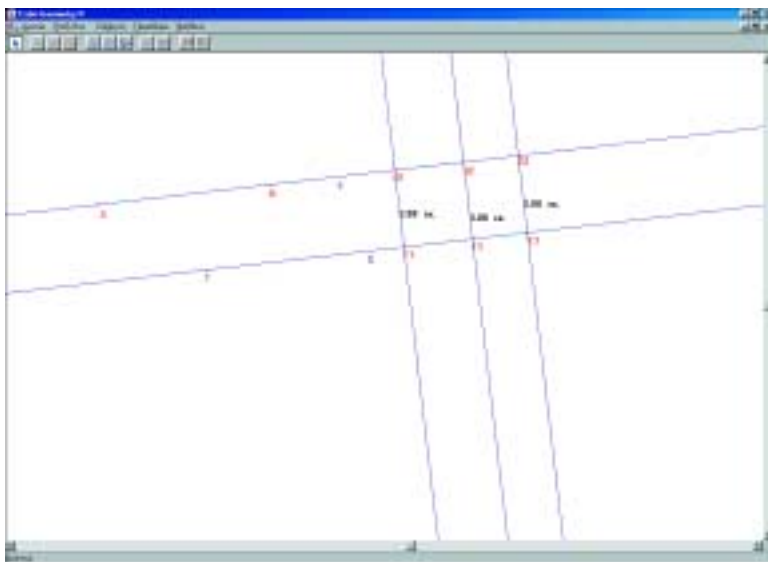
Απάντηση

.....

.....

.....

Διερεύνηση 2: Να πάρετε τουλάχιστον τρία διαφορετικά σημεία στην ευθεία ζ . (Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Σημείο πάνω σε αντικείμενο») τα οποία να ονομάσετε Γ_1 , Γ_2 και Γ_3 . Από τα Γ_1 , Γ_2 και Γ_3 να φέρετε τις καθέτους στην ϵ τις οποίες και να ονομάσετε ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 . Να ορίσετε τα σημεία τομής των ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 με την ϵ τα οποία να ονομάσετε Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 αντίστοιχα. Να ορίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα $\Gamma_1\Delta_1$, $\Gamma_2\Delta_2$, $\Gamma_3\Delta_3$ (με την επιλογή «Τμήμα» και κάντε κλικ στα σημεία που ορίζουν τα άκρα του) αντίστοιχα. Να μετρήσετε τα ευθύγραμμα τμήματα $\Gamma_1\Delta_1$, $\Gamma_2\Delta_2$, $\Gamma_3\Delta_3$ (με την επιλογή «Απόσταση και μήκος») αντίστοιχα. Τι συμπεραίνετε;



Σχήμα Γ_5

Απάντηση

Διερεύνηση 3: Να επιλέξετε την ευθεία ϵ την οποία και να περιστρέψετε. Τι παρατηρείτε;

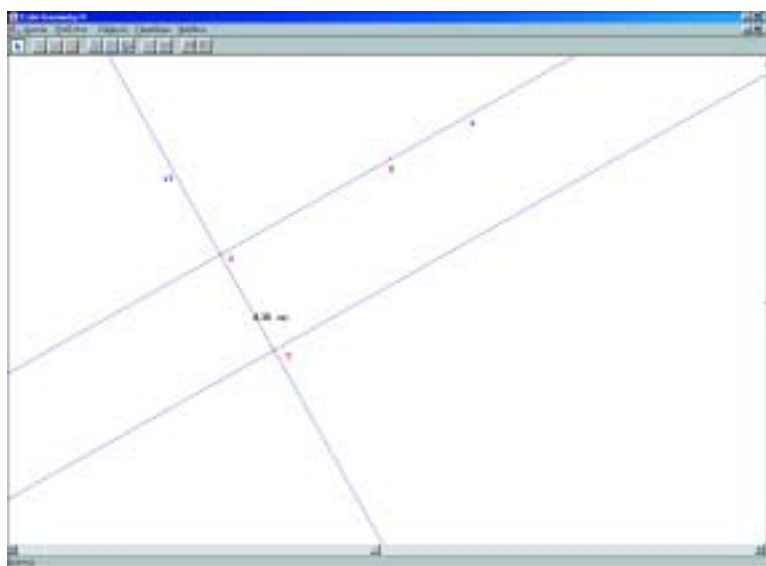
Απάντηση

Δραστηριότητα 1β**Στόχος**

Η διερεύνηση της διατήρησης της απόστασης δύο παράλληλων ευθειών κατά τη διάρκεια της περιστροφής τους στο επίπεδο θεωρούμενων ως συστήματος.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε δύο σημεία A και B και την ευθεία ε , που τα διέρχεται.
- Να φέρετε την κάθετο στην ευθεία ε από το σημείο A , την οποία να ονομάσετε ε_1 .
- Να πάρετε ένα σημείο K πάνω στην ε_1 και, στη συνέχεια, να φέρετε την παράλληλη στην ευθεία ε από το σημείο K .
- Χρησιμοποιώντας την επιλογή «Τμήμα», να ορίσετε το τμήμα KA . Χρησιμοποιώντας την επιλογή «Απόσταση και μήκος» να το μετρήσετε.



Σχήμα Γ_6

Διερεύνηση

Επιλέξτε την ευθεία ε από το σημείο B και περιστρέψτε τη στην οθόνη του υπολογιστή. Τι παρατηρείτε σχετικά με το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος KA ; Διατυπώστε υπόθεση.

Διατύπωση υπόθεσης

Α' Τάξη – Η μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος
2 Δραστηριότητες
Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

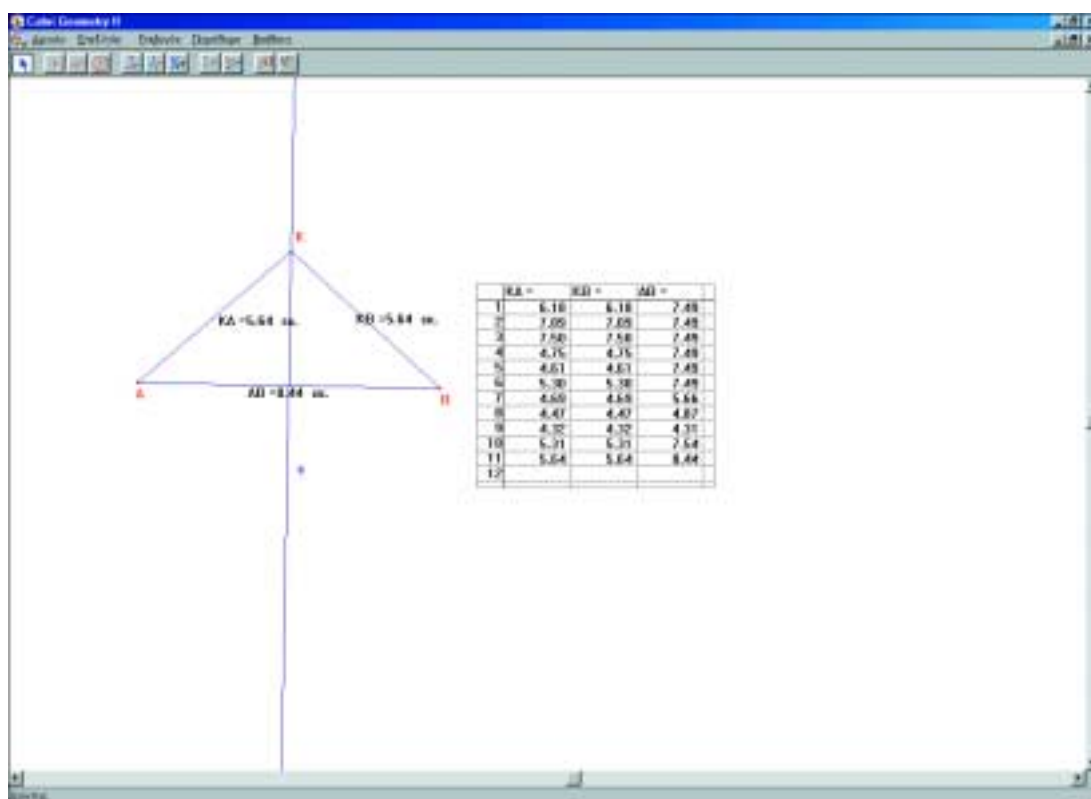
Δραστηριότητα 1

Στόχος

Η διερεύνηση της βασικής ιδιότητας της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος.

Κατασκευή

- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Μεσοκάθετος» και κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB και τη μεσοκάθετό του ϵ .
- Τοποθετήστε ένα σημείο K στην ϵ και κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα KA και KB .
- Μετρήστε τα ευθύγραμμα τμήματα KA και KB και πινακοποιήστε τις τιμές τους αυτόματα μετακινώντας το σημείο K πάνω στην ϵ .



Σχήμα Γ_7

Διερεύνηση

1. Διερευνήστε τι συμβαίνει κατά τη μετακίνηση του σημείου K πάνω στην ϵ .

Απάντηση

Αναμένουμε οι μαθητές να διατυπώσουν την υπόθεση ότι τα ευθύγραμμα τμήματα KA και KB είναι ίσα σε οποιαδήποτε θέση του K πάνω στην ευθεία ε . Στην περίπτωση που δεν καταφέρουν να διατυπώσουν την αναμενόμενη εικασία, τους επικεντρώνουμε στα μήκη των KA και KB με την εξής διερεύνηση: Παρατηρήστε πώς μεταβάλλονται τα μήκη των KA και KB στον πίνακα που δημιουργήθηκε.

Γενίκευση

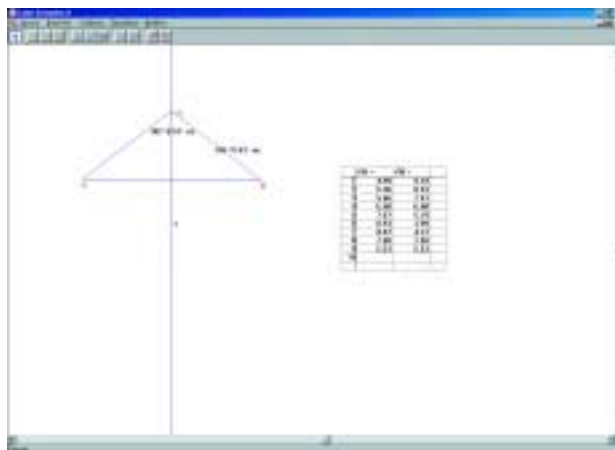
Ερώτηση: Μήπως μπορείτε να αναγνωρίσετε μια ιδιότητα που έχουν τα σημεία της μεσοκάθετου ενός ευθύγραμμου τμήματος; Διατυπώστε υπόθεση.

- Μετακινήστε το σημείο B στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τα μήκη των KA και KB . Διερευνήστε την αλήθεια των υποθέσεων που διατυπώσατε προηγουμένως. Προχωρήστε στη διατύπωση της γενίκευσης.

Διατύπωση της γενίκευσης

Αντίστροφα:

Κατασκευάστε ευθύγραμμο τμήμα AB και τη μεσοκάθετό του ε . Τοποθετήστε ένα σημείο Λ στην οθόνη του υπολογιστή σας έξω από την ε και κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΛA και ΛB . Μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα μετακινώντας το σημείο Λ στην οθόνη του υπολογιστή.



Σχήμα Γ_8

Διερεύνηση

Πότε τα ευθύγραμμα τμήματα $ΛΑ$ και $ΛΒ$ είναι ίσα;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

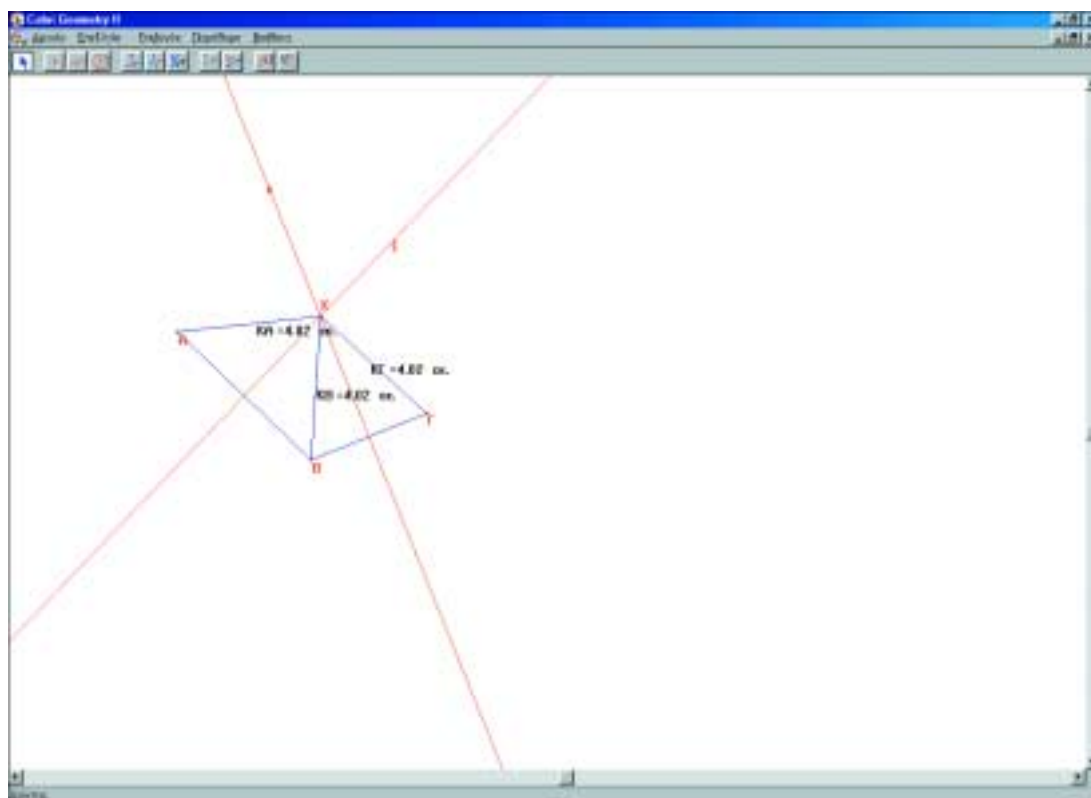
.....

.....

Δραστηριότητα 2 – Πρόβλημα

Τρία δέντρα είναι φυτεμένα σε έναν κήπο. Θέλουμε να τα ποτίσουμε με ψεκαστικό μηχανήμα ώστε να ποτίζονται όλα με την ίδια ποσότητα νερού. Σε ποιο σημείο πρέπει να τοποθετήσουμε το μηχανήμα;

- Σχεδιάστε τα δέντρα ως σημεία στην οθόνη του υπολογιστή και ονομάστε τα Α, Β, Γ.
- Να λύσετε το πρόβλημα με τη βοήθεια των εργαλείων του περιβάλλοντος Cabri – geometry II αξιοποιώντας και την εμπειρία που αποκτήσατε στην προηγούμενη δραστηριότητα. Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



Σχήμα Γ_9

Απάντηση

Το μηχανήμα πρέπει να τοποθετηθεί στο σημείο.....

.....

.....

.....

Περιμένουμε ότι οι μαθητές θα κατασκευάσουν τα ευθύγραμμα τμήματα AB και $BΓ$, τις μεσοκαθέτους τους και θα ορίσουν το σημείο της τομής τους K , το οποίο είναι το ζητούμενο.

Αιτιολόγηση

.....

.....

Σε αυτό το σημείο αναμένουμε ότι οι μαθητές θα κατασκευάσουν τα ευθύγραμμα τμήματα KA , KB , $KΓ$ και θα τα μετρήσουν προκειμένου να αιτιολογήσουν, με βάση τα εμπειρικά δεδομένα που προκύπτουν από το σχέδιό τους, τη λύση που έδωσαν στο πρόβλημα.

Ως προέκταση, αναμένουμε τη θεωρητική αιτιολόγηση της επίλυσης με βάση τις γενικεύσεις στις οποίες κατέληξαν από την εμπειρία που απέκτησαν στην προηγούμενη δραστηριότητα.

Κεφάλαιο 6

Α' Τάξη – Γωνίες

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

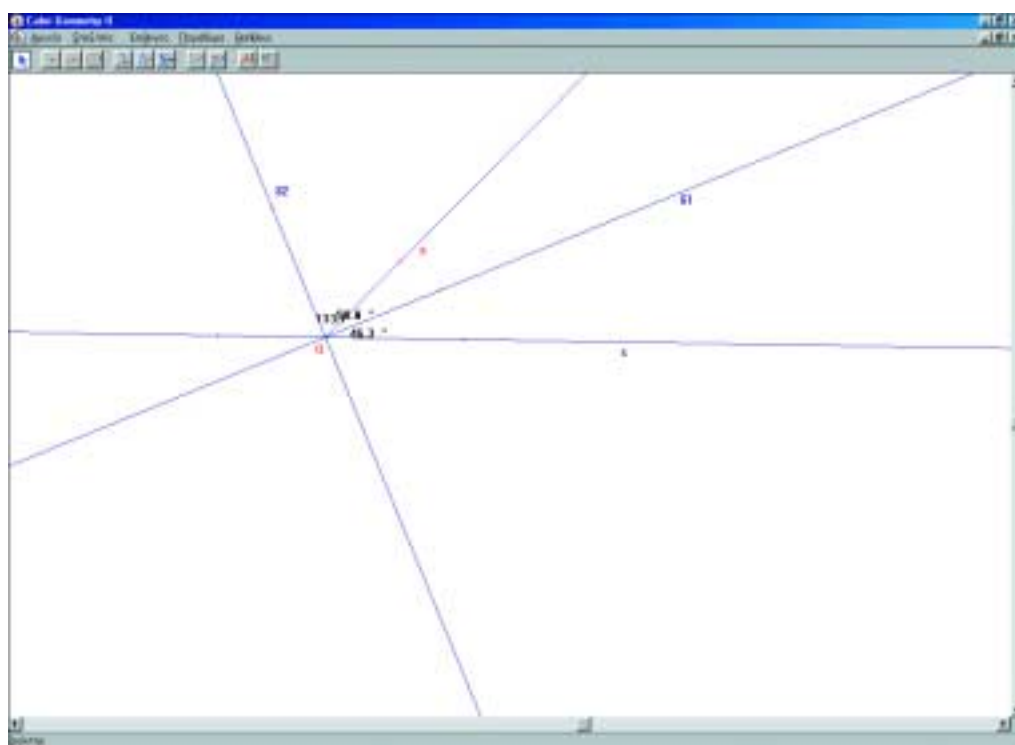
Δραστηριότητα 1α – Γωνίες εφεξής

Στόχος

Η διερεύνηση του είδους της γωνίας που σχηματίζουν οι διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών.

Κατασκευή

- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Ευθεία» και κατασκευάστε μια ευθεία ε .
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Σημείο σε αντικείμενο» και τοποθετήστε πάνω στην ε ένα σημείο O .
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Ημιευθεία» και κατασκευάστε μια ημιευθεία $O\chi$.
- Επιλέξτε τις γωνίες $\varepsilon O\chi$ και $\chi O\varepsilon$ και μετρήστε τις.
- Επιλέξτε τις γωνίες $\varepsilon O\chi$ και $\chi O\varepsilon$ και κατασκευάστε τις διχοτόμους τους τις οποίες να ονομάσετε δ_1 και δ_2 αντίστοιχα.
- Επιλέξτε τη γωνία των διχοτόμων $\delta_1\delta_2$ και μετρήστε την.



Σχήμα Γ_10

Διερεύνηση

Περιστρέψτε την ημιευθεία $O\chi$ στο επίπεδο της οθόνης του υπολογιστή και διερευνήστε τι συμβαίνει με τη γωνία των διχοτόμων των εφεξής παραπληρωματικών γωνιών. Διατυπώστε υπόθεση.

Διατύπωση υπόθεσης

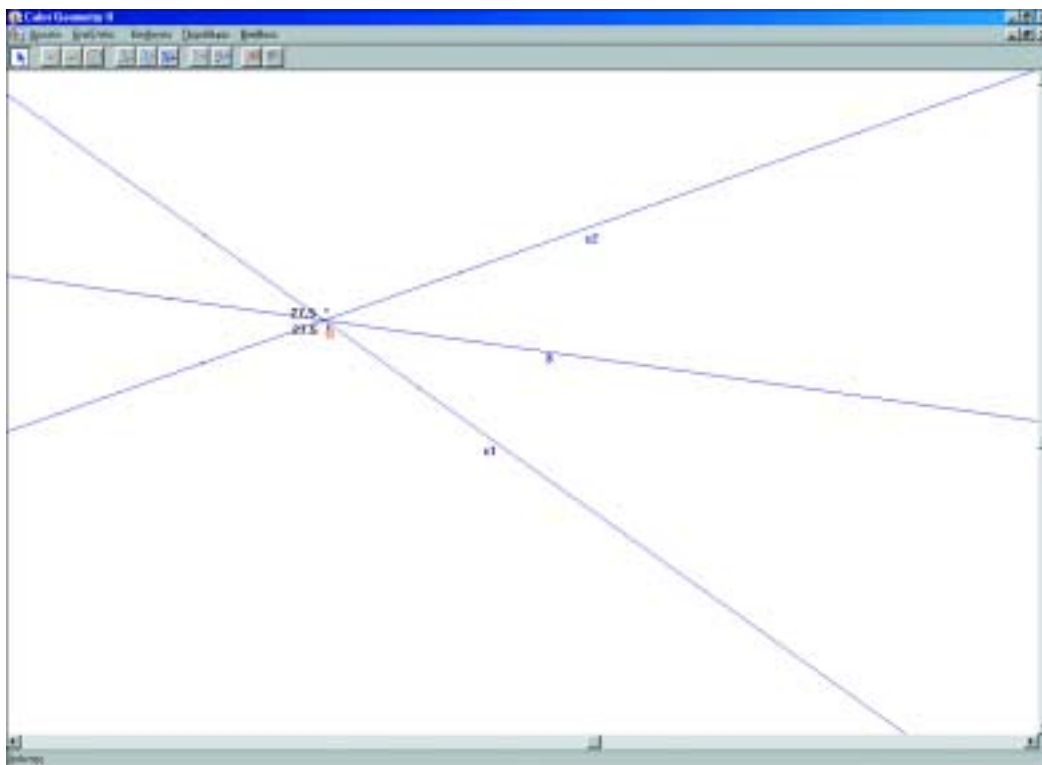
Δραστηριότητα 1β – Γωνίες κατακορυφών

Στόχος

Η διερεύνηση του είδους της γωνίας που σχηματίζουν οι διχοτόμοι δύο κατακορυφών γωνιών.

Κατασκευή

- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Ευθεία» και κατασκευάστε δύο ευθείες ε_1 και ε_2 , που τέμνονται.
- Χρησιμοποιήστε την επιλογή «Σημείο τομής» και κατασκευάστε το σημείο της τομής των ε_1 και ε_2 το οποίο να ονομάσετε O .
- Επιλέξτε τη γωνία $\varepsilon_1 O \varepsilon_2$ και κατασκευάστε τη διχοτόμο της, την οποία να ονομάσετε δ_1 .
- Επιλέξτε και μετρήστε τις γωνίες που σχηματίζει η δ_1 με την κατακορυφήν γωνία της $\varepsilon_1 O \varepsilon_2$.
- Η δ_1 είναι σημαντική ευθεία για την κατακορυφήν γωνία της $\varepsilon_1 O \varepsilon_2$;



Σχήμα Γ_11

Διερεύνηση

Περιστρέψτε την ευθεία ε_1 στο επίπεδο της οθόνης του υπολογιστή και διερευνήστε τι συμβαίνει με τη διχοτόμο της γωνίας $\varepsilon_1 O \varepsilon_2$. Διατυπώστε υπόθεση.

Διατύπωση υπόθεσης
.....
.....

Α' Τάξη – Παράλληλες ευθείες τεμνόμενες υπό τρίτης
1 Δραστηριότητα
Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

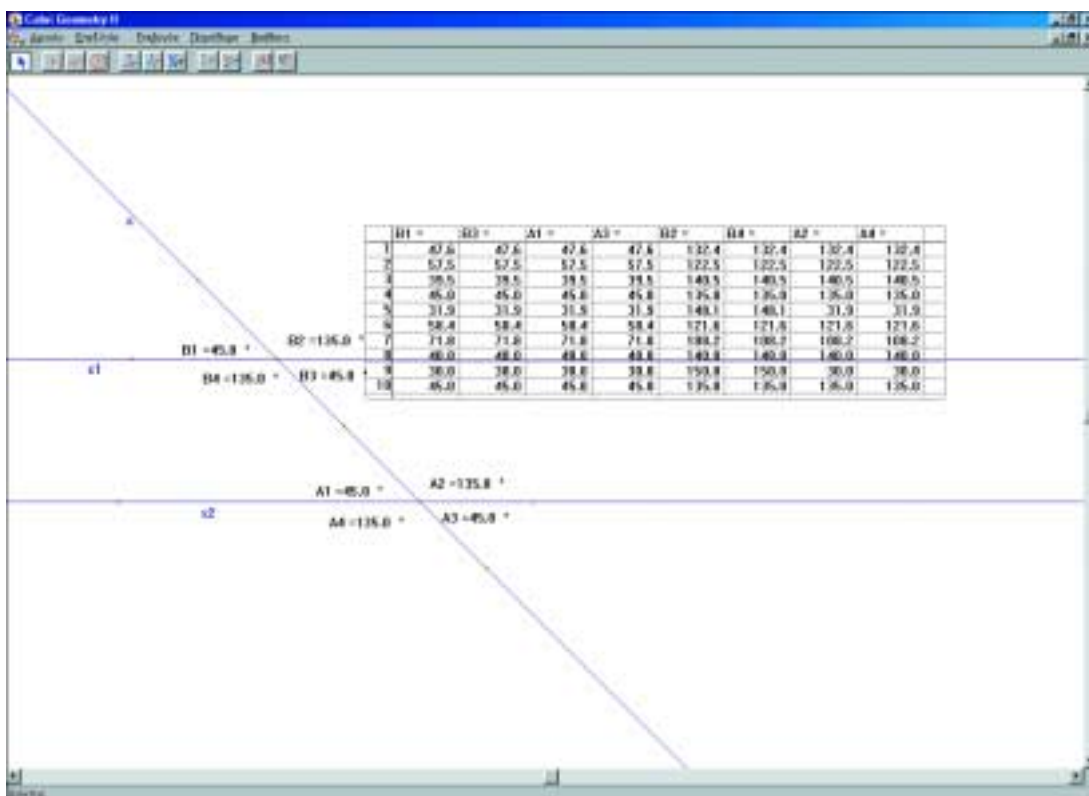
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση του είδους των γωνιών που σχηματίζονται μεταξύ παράλληλων ευθειών που τέμνονται από τρίτη.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε στην οθόνη του υπολογιστή δύο ευθείες παράλληλες, τις οποίες να ονομάσετε ϵ_1 και ϵ_2 .
- Κατασκευάστε μία τρίτη ευθεία, η οποία να τέμνει τις παράλληλες ευθείες, την οποία να ονομάσετε ϵ .
- Επιλέξτε όλες, και τις οκτώ γωνίες, που σχηματίζονται μεταξύ των παράλληλων ευθειών και μετρήστε τις.
- Στη συνέχεια, επιλέξτε την ευθεία ϵ , μετακινήστε τη στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές των οκτώ γωνιών που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_12

Διερεύνηση

Διατυπώστε υποθέσεις με βάση τα στοιχεία του πίνακα που καταρτίσατε.

Υπόθεση 1

.....

.....

Υπόθεση 2

.....

.....

Υπόθεση 3

.....

.....

Υπόθεση 4

.....

.....

Υπόθεση 5

.....

.....

Υπόθεση 6

.....

.....

Υπόθεση 7

.....

.....

Υπόθεση 8

.....

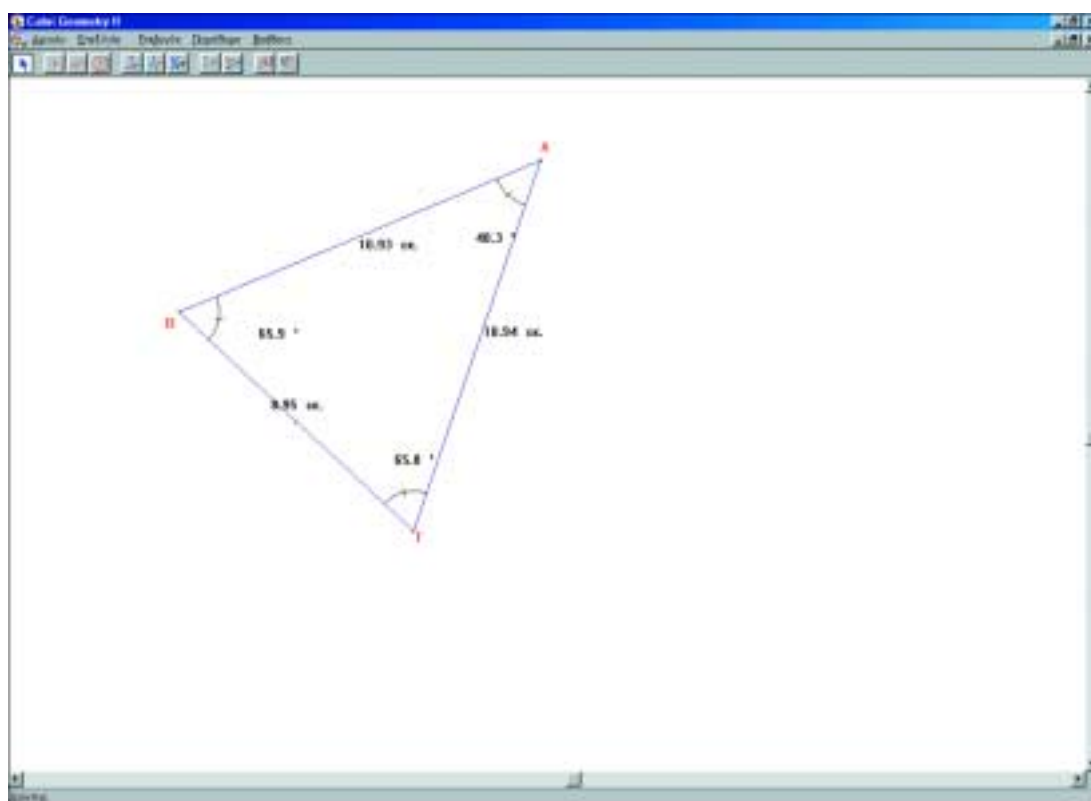
.....

Α' Τάξη – Γωνίες και πλευρές ενός τριγώνου**1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 1 διδακτική ώρα****Δραστηριότητα****Στόχος**

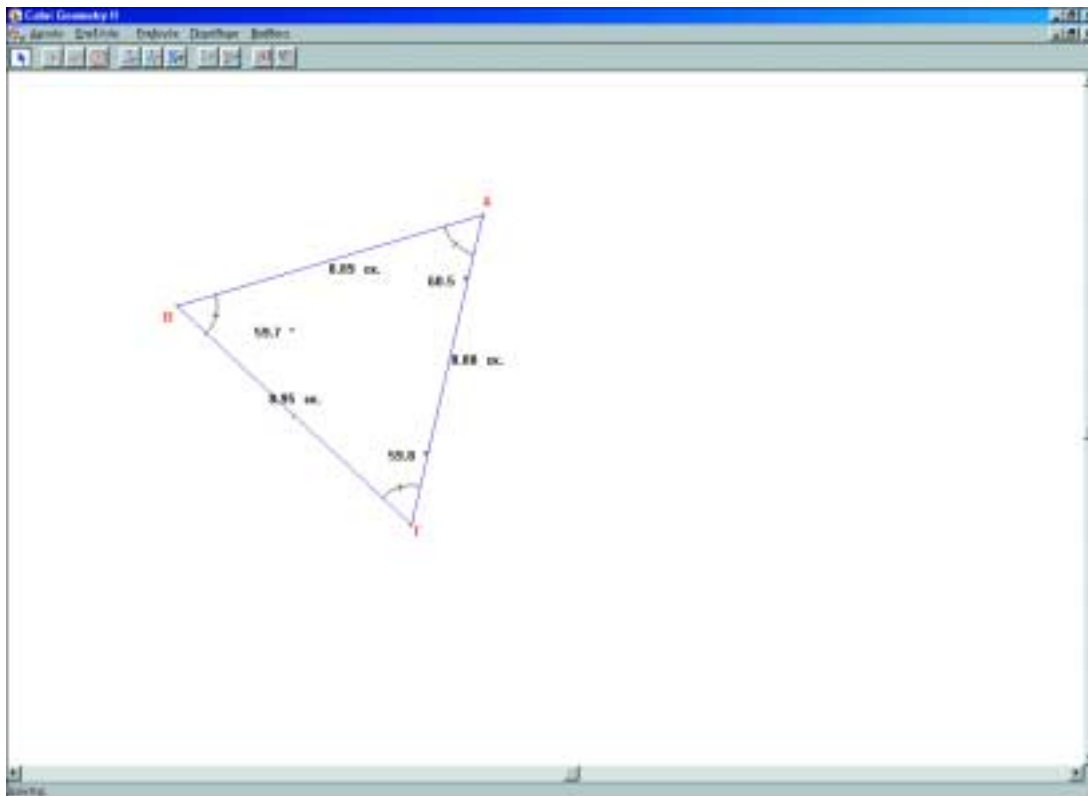
Η διερεύνηση σχέσεων ανάμεσα σε γωνίες και μεταξύ γωνιών και πλευρών ενός τριγώνου.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα τρίγωνο ΑΒΓ και επιλέξτε τις γωνίες και τις πλευρές του, τις οποίες και να μετρήσετε και να πινακοποιήσετε αυτόματα.
- Υπολογίστε, επίσης, και πινακοποιήστε αυτόματα, το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ.



Σχήμα Γ_13



Σχήμα Γ_14

Διερεύνηση

Μετακινήστε την κορυφή Α στην οθόνη του υπολογιστή και διερευνήστε τη σχέση μεταξύ των γωνιών και των πλευρών του.

1. Συγκεκριμένα, διερευνήστε τη σχέση μεταξύ γωνιών και πλευρών του τριγώνου όταν:

A) το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

B) το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

Προχωρήστε στη διατύπωση αντίστοιχων υποθέσεων όταν:

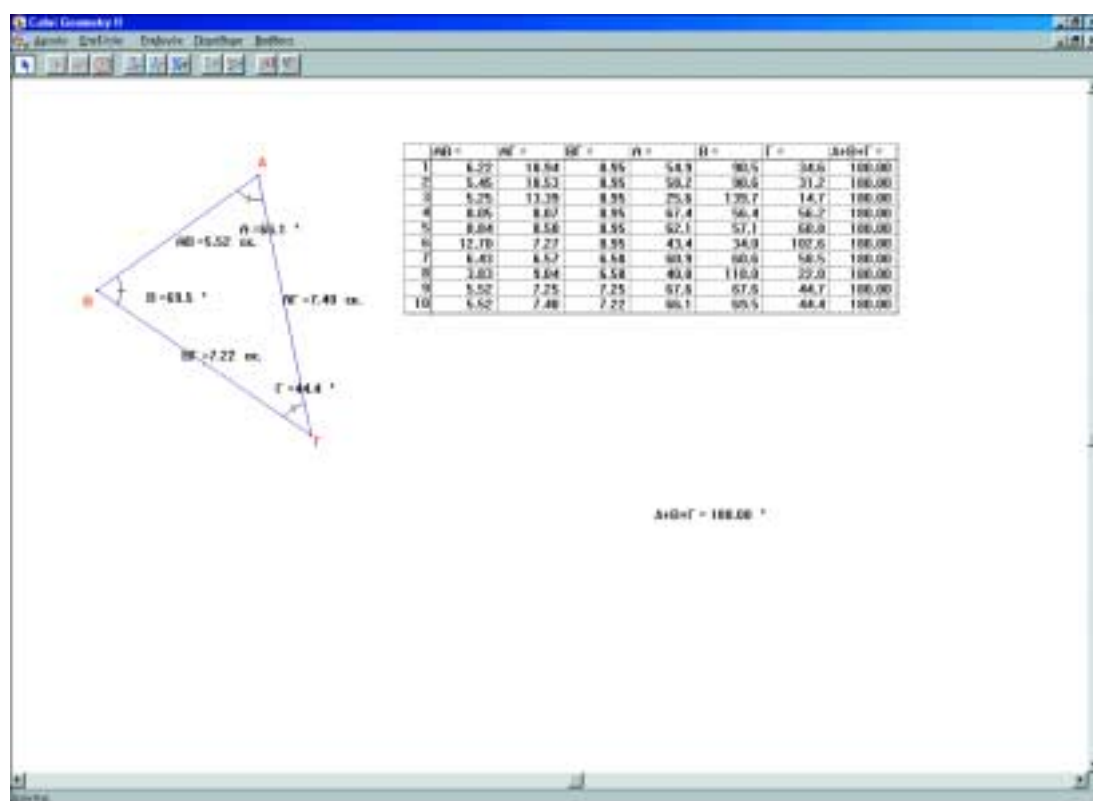
A) το τρίγωνο είναι ισοσκελές.....

Αντίστροφα,

B) το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.....

Αντίστροφα,

2. Με βάση τα στοιχεία του πίνακα, διατυπώστε υπόθεση για το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου.



Σχήμα Γ_15

Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

Κεφάλαιο 7

Α' Τάξη – Παραλληλόγραμμο και ιδιότητες παραλληλόγραμμων

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

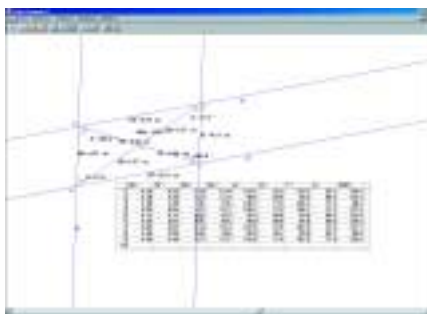
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση των σχέσεων ανάμεσα στα στοιχεία ενός παραλληλόγραμμου, όπως και των ειδικών μορφών παραλληλόγραμμων.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε δύο παράλληλες ευθείες ε_1 και ε_2 στην οθόνη του υπολογιστή.
- Στη συνέχεια επιλέξτε ένα σημείο της ε_1 και κατασκευάστε τέμνουσα των παράλληλων ευθειών, την οποία να ονομάσετε ε_3 .
- Επιλέξτε ένα άλλο σημείο της ε_1 και κατασκευάστε την παράλληλη προς την ε_3 , την οποία να ονομάσετε ε_4 .
- Κατασκευάστε τα σημεία τομής των ευθειών ε_3 και ε_4 με τις ε_1 και ε_2 και ονομάστε τα Α, Β, Γ, Δ αντίστοιχα.
- Στη συνέχεια κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΑ και μετρήστε τα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΓ και ΒΔ, τα οποία αποτελούν τις διαγωνίους του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ.
- Να ορίσετε το σημείο τομής των ΑΓ και ΒΔ και να το ονομάσετε Ο.
- Στη συνέχεια να μετρήσετε και να πινακοποιήσετε αυτόματα τα ευθύγραμμα τμήματα ΟΑ, ΟΒ, ΟΓ και ΟΔ.
- Επιλέξτε τις γωνίες Α, Β, Γ, Δ του παραλληλόγραμμου, μετρήστε και πινακοποιήστε τις, αυτόματα.
- Επιλέξτε επιπλέον τη γωνία των διαγωνίων του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ, μετρήστε και πινακοποιήστε την, αυτόματα.
- Κατασκευάστε τα ύψη του παραλληλόγραμμου από την κορυφή Α προς την πλευρά ΒΓ και από την κορυφή Β προς την πλευρά ΓΔ και ονομάστε τα ΑΕ₁ και ΒΕ₂, αντίστοιχα.



Σχήμα Γ_16

Διερεύνηση

Μετακινήστε την ευθεία ε_1 στην οθόνη του υπολογιστή, πινακοποιήστε αυτόματα όλα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν και διερευνήστε για τις διαφορετικές μορφές του παραλληλόγραμμου ποιες σχέσεις υπάρχουν ανάμεσα στα διαφορετικά στοιχεία του.

Η ερώτηση αυτή είναι γενική, όμως ωθεί τους μαθητές να αναπτύξουν υψηλού επιπέδου σκέψη. Αν οι μαθητές το ζητήσουν, μπορούμε να διευκρινίσουμε τι εννοούμε όταν λέμε «διαφορετικά στοιχεία του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ», δηλαδή πλευρές, γωνίες, διαγώνιοι, γωνία διαγωνίων κλπ.

Στο σημείο αυτό καλό είναι να αφήσουμε τους μαθητές να σκεφτούν για λίγο και να αρχίσουν να διατυπώνουν υποθέσεις. Στην προσπάθειά τους αυτή, θα αναπτύξουν την κριτική τους σκέψη. Ενδεχομένως, θα καταφέρουν να διατυπώσουν όλες τις δυνατές υποθέσεις. Στην περίπτωση που δεν τα καταφέρουν, μπορούμε να τους κάνουμε τις εξής βοηθητικές ερωτήσεις:

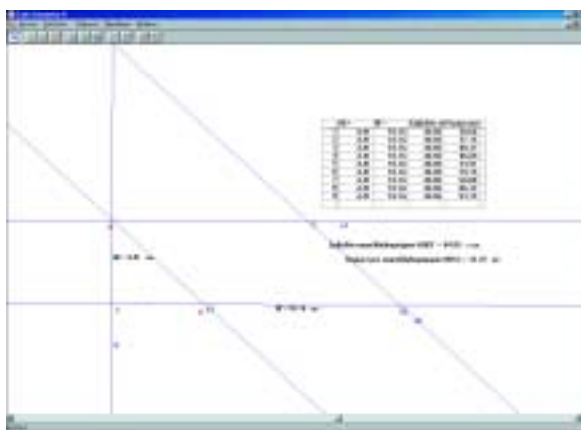
- A)** Τι συμβαίνει με τα μεγέθη των πλευρών του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ.
Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσουν ότι οι απέναντι πλευρές του παραλληλόγραμμου είναι ίσες.
- B)** Τι συμβαίνει με τα μεγέθη των γωνιών του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ.
Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσουν ότι οι απέναντι γωνίες του παραλληλόγραμμου είναι ίσες, ενώ οι προσκείμενες προς μία πλευρά του παραπληρωματικές.
- Γ)** Ποια είναι η σχέση των τμημάτων στα οποία τέμνονται οι διαγώνιοι του παραλληλόγραμμου.
Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσουν ότι οι διαγώνιοι του παραλληλόγραμμου διχοτομούνται.
- Δ)** Ποια είναι η σχέση μεταξύ των γωνιών του παραλληλόγραμμου και των μηκών των διαγωνίων του; Πότε ένα παραλληλόγραμμο είναι ορθογώνιο;
Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσουν ότι, όταν το παραλληλόγραμμο έχει ορθές γωνίες, δηλαδή είναι ορθογώνιο, οι διαγώνιοί του είναι ίσες.
- Ε)** Ποια είναι η σχέση μεταξύ των μηκών των πλευρών του παραλληλόγραμμου και της γωνίας των διαγωνίων του; Πότε ένα παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος;
Εδώ αναμένουμε να παρατηρήσουν ότι, όταν το παραλληλόγραμμο έχει ίσες πλευρές, δηλαδή είναι ρόμβος, η γωνία των διαγωνίων του είναι 90 μοιρών.
- Ζ)** Πότε τα ύψη AE_1 και BE_2 βρίσκονται στο εσωτερικό του παραλληλόγραμμου και πότε συμπίπτουν με τις πλευρές του; Είναι δυνατόν να βρίσκονται έξω από αυτό;

Α' Τάξη – Εμβαδά**3 Δραστηριότητες****Χρόνος: 1 διδακτική ώρα και 20 λεπτά****Δραστηριότητα 1 – Εμβαδόν παραλληλόγραμμου – ορθογώνιου****Στόχος**

Η διερεύνηση της διατήρησης της επιφάνειας ενός παραλληλόγραμμου κατά τη διάρκεια της μεταβολής της μορφής του, όπως και της σχέσης του εμβαδού και της περιμέτρου του.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα σημείο Α στην οθόνη του υπολογιστή και μία ευθεία ε_1 , η οποία να διέρχεται το Α.
- Από σημείο εκτός της ευθείας ε_1 , κατασκευάστε την ευθεία ε_2 , παράλληλη στην ε_1 .
- Από το σημείο Α κατασκευάστε τέμνουσα των παράλληλων ε_1 και ε_2 και ονομάστε την ε_3 .
- Κατασκευάστε το σημείο τομής των ευθειών ε_2 και ε_3 και ονομάστε το Β.
- Στη συνέχεια επιλέξτε ένα σημείο πάνω στην ευθεία ε_1 και ονομάστε το Δ.
- Από το σημείο Δ κατασκευάστε μια παράλληλη ευθεία στην ε_3 και ονομάστε την ε_4 .
- Κατασκευάστε το σημείο τομής των ευθειών ε_4 και ε_3 και ονομάστε το Γ.
- Στη συνέχεια κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα το ΒΓ.
- Να φέρετε την κάθετο από το σημείο Α στην ευθεία ε_2 και να την ονομάσετε δ.
- Στη συνέχεια κατασκευάστε το σημείο τομής των ευθειών ε_2 και δ και ονομάστε το Ε.



Σχήμα Γ_17

- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΕ, μετρήστε το και πινακοποιήστε το αυτόματα.
- Χρησιμοποιώντας τη επιλογή «Πολύγωνο», κατασκευάστε το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Με την επιλογή «Απόσταση και μήκος», μετρήστε και να πινακοποιήστε αυτόματα το εμβαδόν και την περίμετρό του.

Διερεύνηση

Μετακινήστε την ευθεία ε_3 στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν, διερευνήστε κατά τη διάρκεια της μεταβολής της μορφής του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ:

- 1) Ποια από τα στοιχεία του ΑΒΓΔ τα οποία παραμένουν σταθερά κατά τη διάρκεια της μεταβολής της μορφής του.

Απάντηση

- 2) Ποια είναι η σχέση της περιμέτρου του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ με το εμβαδόν του. Πότε έχουμε τη μικρότερη περίμετρο.

Απάντηση

- 3) Πώς αιτιολογείται η διατήρηση του εμβαδού του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ.

Απάντηση

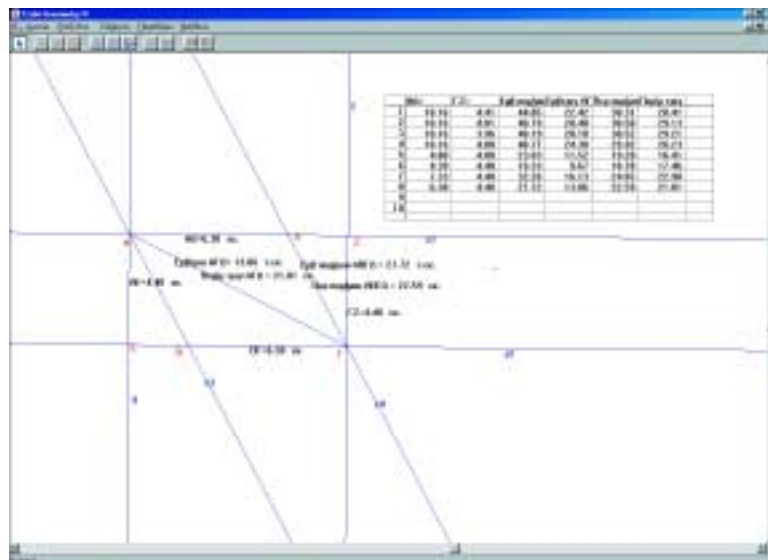
Δραστηριότητα 2 – Εμβαδόν τριγώνου

Στόχος

Η διερεύνηση της σχέσης μεταξύ του εμβαδού ενός τριγώνου και ενός παραλληλόγραμμου με κοινή βάση και ίσα ύψη όπως και διερεύνηση της διατήρησης της επιφάνειας ενός τριγώνου κατά τη διάρκεια της μεταβολής της μορφής του όπως και της σχέσης του εμβαδού και της περιμέτρου του.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε σημείο A στην οθόνη του υπολογιστή και μία ευθεία ε_1 , η οποία να διέρχεται το A.
- Από σημείο εκτός της ευθείας ε_1 κατασκευάστε την ευθεία ε_2 , παράλληλη στην ε_1 .
- Από το σημείο A κατασκευάστε τέμνουσα των παράλληλων ε_1 και ε_2 , και ονομάστε την ε_3 .
- Κατασκευάστε το σημείο τομής των ευθειών ε_2 και ε_3 , και ονομάστε το B.
- Στη συνέχεια επιλέξτε ένα σημείο πάνω στην ευθεία ε_1 , και ονομάστε το Δ.
- Από το σημείο Δ κατασκευάστε παράλληλη ευθεία στην ε_3 και ονομάστε την ε_4 .
- Κατασκευάστε το σημείο τομής των ευθειών ε_4 και ε_3 και ονομάστε το Γ.
- Στη συνέχεια κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα AB, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα το ΔΑ.
- Χρησιμοποιώντας την επιλογή «Πολύγωνο», κατασκευάστε το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Με την επιλογή «Απόσταση και μήκος», μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα το εμβαδόν και την περίμετρό του.
- Κατασκευάστε το τμήμα ΑΓ και το τρίγωνο ΑΓΔ. Μετρήστε και να πινακοποιήστε αυτόματα την περίμετρο και το εμβαδόν του.
- Κατασκευάστε την κάθετο από το σημείο Γ προς την ε_1 , και ονομάστε την ζ.
- Κατασκευάστε, επίσης, το σημείο τομής της ζ με την ε_1 , και ονομάστε το Ζ. Επίσης, κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΓΖ, μετρήστε το και πινακοποιήστε το αυτόματα.



Σχήμα Γ_18

Διερεύνηση

Μετακινήστε την ευθεία ε_3 στην οθόνη του υπολογιστή και διερευνήστε κατά τη διάρκεια της μεταβολής της μορφής του παραλληλόγραμμου $AB\Gamma\Delta$:

- 1) Τη σχέση του εμβαδού του τριγώνου $A\Gamma\Delta$ με το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου $AB\Gamma\Delta$.

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) Ποια από τα στοιχεία του τριγώνου $A\Gamma\Delta$ παραμένουν σταθερά κατά τη διάρκεια της μεταβολής της μορφής του.

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

- 3) Ποια είναι η σχέση της περιμέτρου του τριγώνου $A\Gamma\Delta$ με το εμβαδόν του. Πότε έχουμε τη μικρότερη περίμετρο.

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

- 4) Πώς αιτιολογείται η διατήρηση του εμβαδού του τριγώνου $A\Gamma\Delta$.

Απάντηση

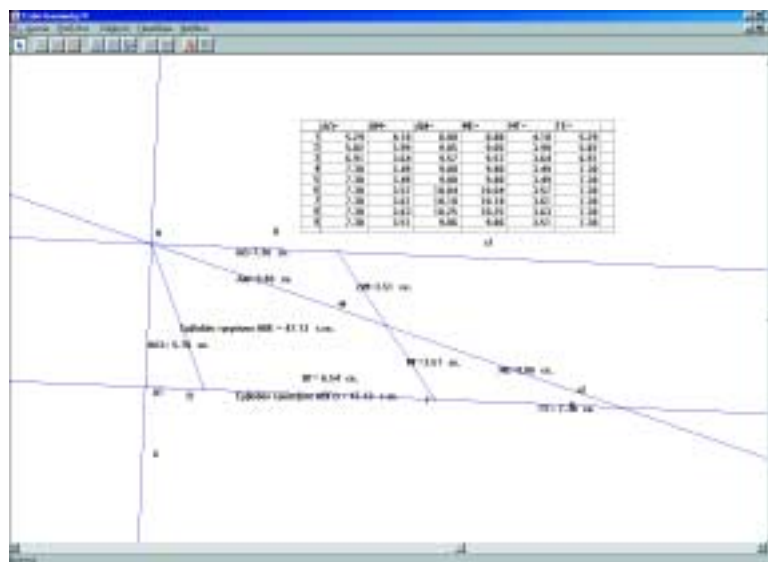
Δραστηριότητα 3 – Εμβαδόν τραπεζίου

Στόχος

Η διερεύνηση της σχέσης του εμβαδού του τραπεζίου με το εμβαδόν ενός τριγώνου το οποίο έχει ύψος ίσο με αυτό του τραπεζίου και βάση ίση με το άθροισμα των βάσεων του.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε σημείο Α στην οθόνη του υπολογιστή και μία ευθεία ε_1 , η οποία διέρχεται το Α.
- Από σημείο Β εκτός της ευθείας ε_1 , κατασκευάστε την ευθεία ε_2 , παράλληλη στην ε_1 .
- Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ πάνω στην ε_1 , και ένα άλλο ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ πάνω στην ε_2 .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ.
- Κατασκευάστε το μέσο Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΔΓ, όπως και την ευθεία που διέρχεται τα σημεία Α και Μ.
- Ορίστε το σημείο τομής της ευθείας αυτής με την ε_2 και ονομάστε το Ε.
- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων ΑΔ, ΑΜ, ΔΜ και ΜΓ, ΓΕ, ΕΜ. Τι παρατηρείτε;



Σχήμα Γ_19

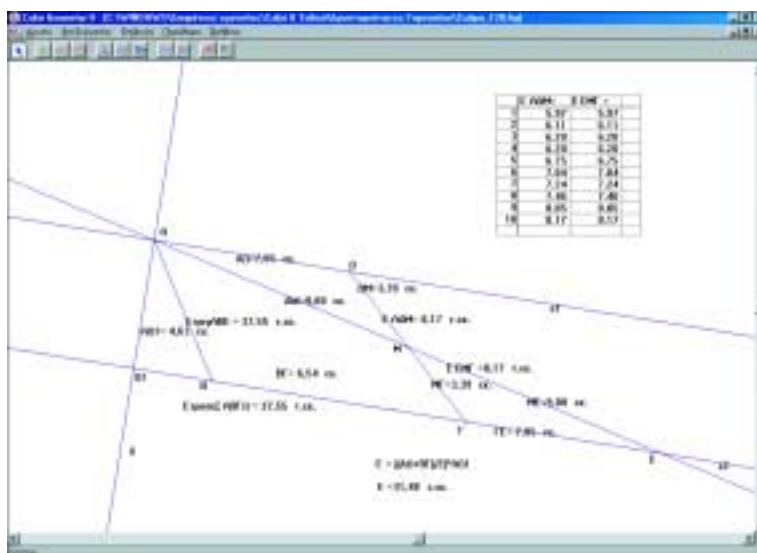
Διερεύνηση

1. Να μετακινήσετε τα σημεία A , B , Γ και Δ στην οθόνη του υπολογιστή και να παρατηρήσετε τι συμβαίνει με τα ευθύγραμμα τμήματα που προαναφέρθηκαν. Τι συμπεραίνετε για τα τρίγωνα $AM\Delta$ και ΓME ; Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;

Απάντηση

Αιτιολόγηση

2. Να μετρήσετε και να πινακοποιήσετε αυτόματα τα εμβαδά των $AM\Delta$ και ΓME . Να μετακινήσετε τα σημεία A , B , Γ και Δ και να παρατηρήσετε τι συμβαίνει με τα εμβαδά των $AM\Delta$ και ΓME .



Σχήμα Γ_20

3. Να κατασκευάσετε το τρίγωνο ABE και το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ (επιλογή Πολύγωνο) και να μετρήσετε και να πινακοποιήσετε αυτόματα τα εμβαδά τους. Να μετακινήσετε τα σημεία A , B , Γ και Δ και να παρατηρήσετε τι συμβαίνει με τα εμβαδά των ABE και $AB\Gamma\Delta$ που προαναφέρθηκαν. Τι συμπεραίνετε για τη

σχέση ανάμεσα σε αυτά τα εμβαδά για τις διαφορετικές μορφές του τραπεζίου $ABΓΔ$ στην οθόνη του υπολογιστή; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

4. Από το σημείο A να φέρετε την κάθετο στην ευθεία ε_2 την οποία να ονομάσετε δ , και να κατασκευάσετε το σημείο τομής της δ με την ε_2 το οποίο να ονομάσετε Δ_1 . Στη συνέχεια, να μετρήσετε το $A\Delta_1$. Να μετρήσετε, επίσης, τα ευθύγραμμα τμήματα $B\Gamma$ και ΔA . Με βάση την έως τώρα εμπειρία σας, μπορείτε να κατασκευάσετε τον τύπο υπολογισμού του εμβαδού του τραπεζίου; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

Αιτιολόγηση

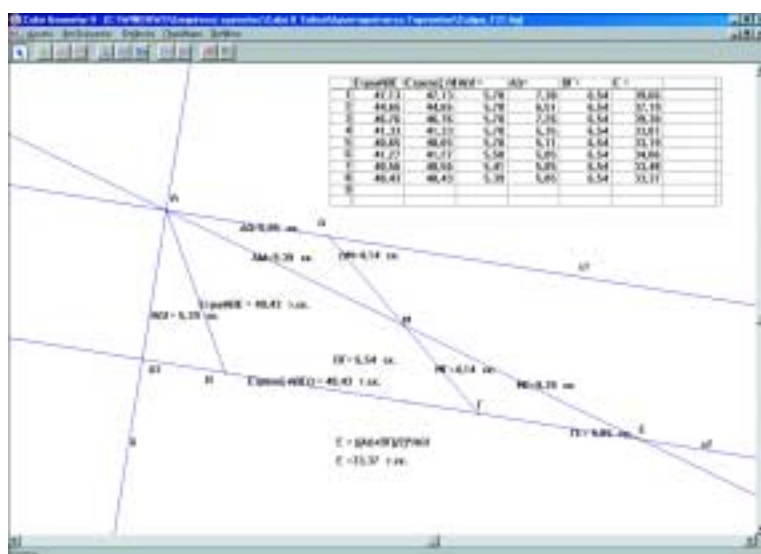
.....

.....

.....

.....

5. Να υπολογίσετε και να πινακοποιήσετε αυτόματα την παράσταση $E = (B\Gamma + \Delta A)/2 \cdot A\Delta_1$, για να διερευνήσετε τη σχέση της με το εμβαδόν του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta E$.



Σχήμα Γ_21

B' Τάξη Γυμνασίου

Κεφάλαιο 3

B' Τάξη – Το πυθαγόρειο θεώρημα

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση της σχέσης μεταξύ των πλευρών ενός ορθογώνιου τριγώνου.

Κατασκευή

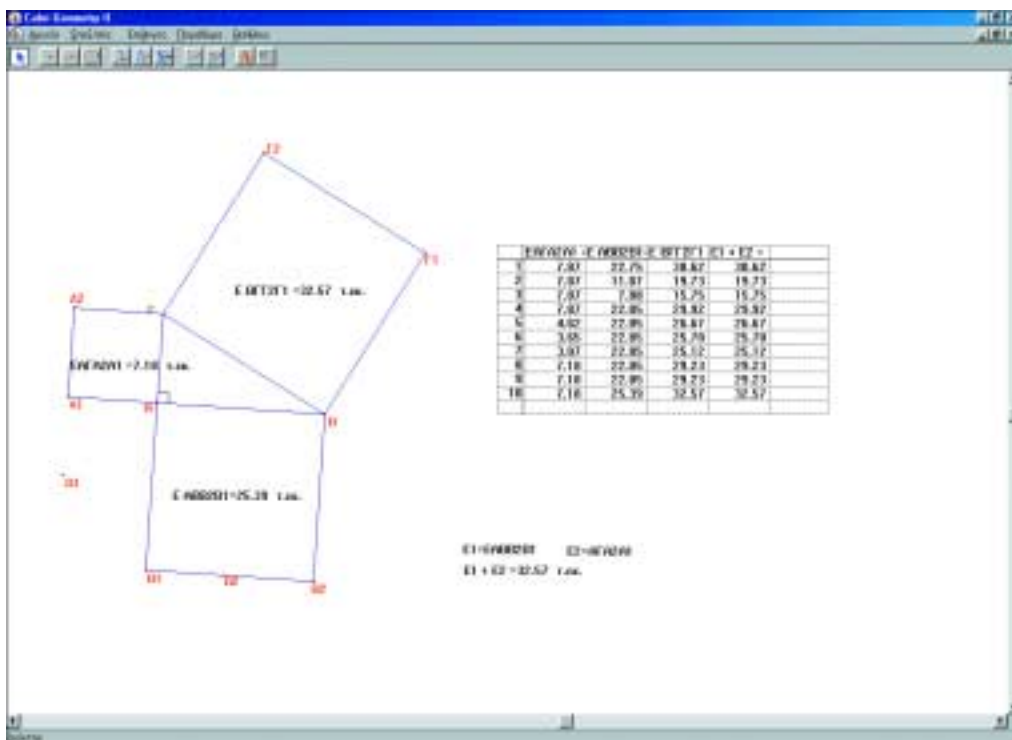
- Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB .
- Κατασκευάστε την κάθετο ε από το σημείο A , στο ευθύγραμμο τμήμα AB .
- Επιλέξτε ένα σημείο Γ πάνω στην ε .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα GB και το ευθύγραμμο τμήμα AG .
- Κατασκευάστε κύκλο με κέντρο A και ακτίνα AB .
- Κατασκευάστε την τομή B_1 του κύκλου (A, AB) που προαναφέρθηκε και της ευθείας ε .
- Κατασκευάστε την κάθετο δ από το σημείο B_1 στην ε .
- Κατασκευάστε κύκλο με κέντρο B και ακτίνα BA .
- Κατασκευάστε την τομή B_2 του κύκλου (B, BA) που προαναφέρθηκε και της ευθείας δ .
- Χρησιμοποιώντας την επιλογή «Πολύγωνο», κατασκευάστε το τετράγωνο AB_1B_2B .
- Χρησιμοποιώντας την επιλογή «Ορισμός μακροεντολής», ορίστε μακροεντολή με αρχικά σημεία τα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος AB και τελικά τις κορυφές B_1 και B_2 του τετραγώνου AB_1B_2B .
- Αποθηκεύστε τη μακροεντολή με την ονομασία «Μακροεντολή 1».
- Επιλέξτε τη μακροεντολή 1 με αρχικά σημεία AG .
- Χρησιμοποιώντας την επιλογή «Τελικά αντικείμενα», ονομάστε τα τελικά αντικείμενα A_1, A_2 και κατασκευάστε το τετράγωνο AA_1A_2GA .
- Επιλέξτε τη μακροεντολή 1 με αρχικά σημεία BG .
- Χρησιμοποιώντας την επιλογή «Τελικά αντικείμενα», ονομάστε τα τελικά αντικείμενα Δ_1, Δ_2 και κατασκευάστε τα συμμετρικά τους Γ_1, Γ_2 ως προς τα Γ και B αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε το τετράγωνο $B\Gamma\Gamma_2\Gamma_1B$. Αποκρύψτε τους κύκλους και τις ευθείες ε και δ .
- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα εμβαδά των 3 τετραγώνων που

δημιουργήθηκαν (AB_1B_2B , $AA_1A_2\Gamma$, $B\Gamma\Gamma_2\Gamma_1$), καθώς και τις πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$.

- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα το άθροισμα $AB_1B_2B + AA_1A_2\Gamma$.

Διερεύνηση

- Μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ σε διαφορετικές θέσεις της οθόνης του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη τα οποία προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_22

Ερώτηση: Με βάση την εμπειρία που αποκτήσατε, τι παρατηρείτε;

Απάντηση

.....

.....

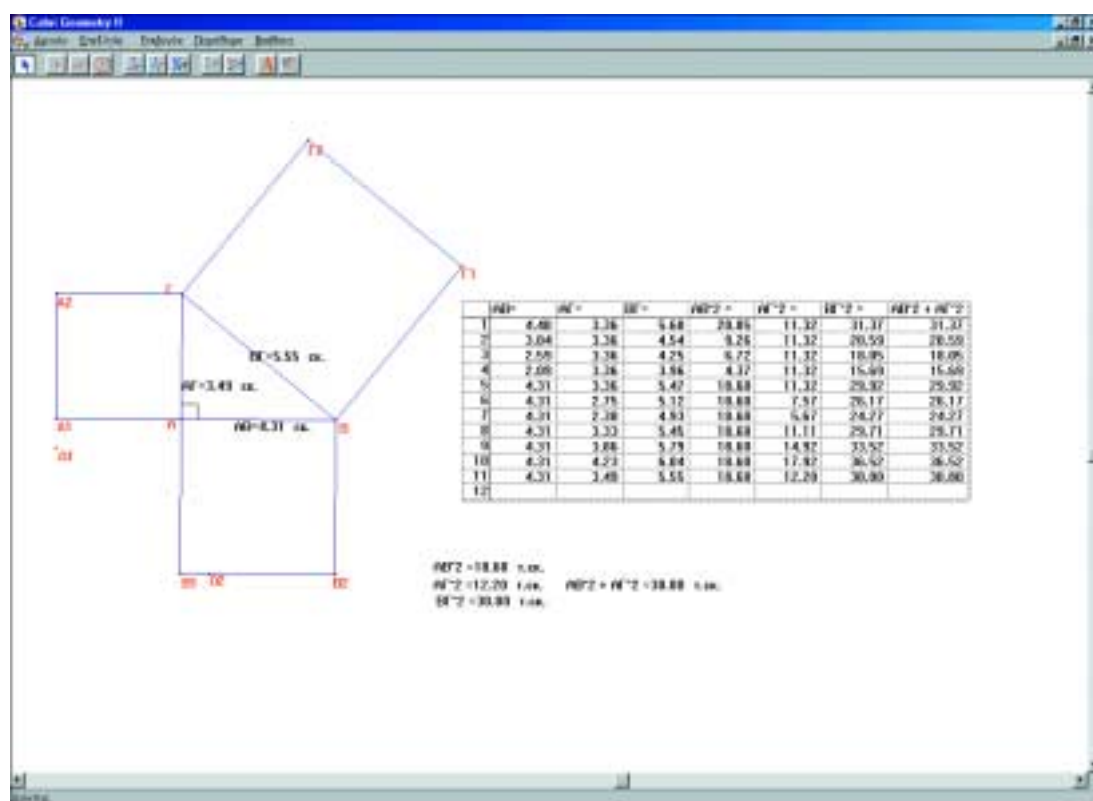
.....

.....

.....

.....

- Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τις πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$. Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα $(AB)^2$, $(A\Gamma)^2$, $(B\Gamma)^2$, όπως και το άθροισμα $(AB)^2 + (A\Gamma)^2$. Μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ σε διαφορετικές θέσεις της οθόνης του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη τα οποία προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_23

Ερώτηση: Με βάση την εμπειρία που αποκτήσατε, μπορείτε να διατυπώσετε μια υπόθεση για τη σχέση των πλευρών ενός ορθογώνιου τριγώνου:

Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

Β' Τάξη – Συντεταγμένες στο επίπεδο
1 Δραστηριότητα
Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

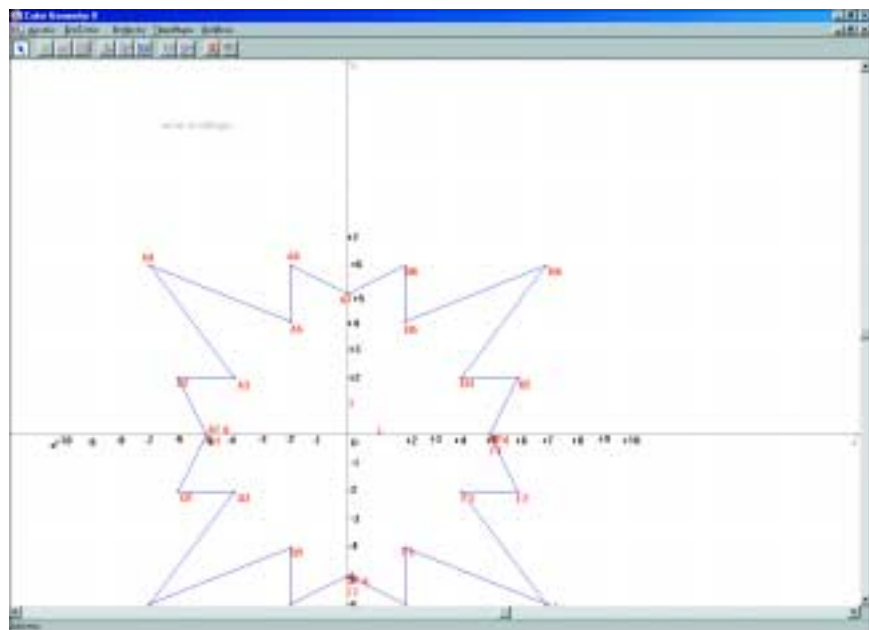
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση της μεταβολής των τιμών των συντεταγμένων σημείου ως προς τους άξονες $O\psi$ και $O\chi'$ ορθοκανονικού συστήματος αξόνων, όπως και ως προς το σημείο τομής τους O .

Κατασκευή

- Εμφανίστε τους άξονες στην οθόνη του υπολογιστή, βαθμολογήστε τους και επιλέξτε πλέγμα (είναι το αντίστοιχο μιλιμετρέ χαρτί).
- Κατασκευάστε στο 2ο τεταρτημόριο όσα σημεία θέλετε, π.χ. τα $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ και A_7 .
- Κατασκευάστε τα αντίστοιχα ευθύγραμμα τμήματα που επιθυμείτε, όπως, π.χ., τα $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5, A_5A_6, A_6A_7$.
- Κατασκευάστε τα συμμετρικά των ευθύγραμμων αυτών τμημάτων ως προς τους άξονες $O\chi'$ και $O\psi$ χρησιμοποιώντας την επιλογή «Ανάκλαση» και κάνοντας κλικ στον αντίστοιχο άξονα. Με την επιλογή «Συμμετρία», κατασκευάστε τα συμμετρικά αυτών των τμημάτων, ως προς το κέντρο των αξόνων.
- Ονομάστε και υπολογίστε τις συντεταγμένες των κορυφών των σχημάτων που προέκυψαν, και τοποθετήστε τις στον παρακάτω πίνακα.



Σχήμα Γ_24

Συντεταγμένες κορυφών σχήματος			
	Συμμ. ως προς Οψ	Συμμ. ως προς Ο	Συμμ. Ως προς Οχ'
$A_1=$	$B_1=$	$\Gamma_1=$	$\Delta_1=$
$A_2=$	$B_2=$	$\Gamma_2=$	$\Delta_2=$
$A_3=$	$B_3=$	$\Gamma_3=$	$\Delta_3=$
$A_4=$	$B_4=$	$\Gamma_4=$	$\Delta_4=$
$A_5=$	$B_5=$	$\Gamma_5=$	$\Delta_5=$
$A_6=$	$B_6=$	$\Gamma_6=$	$\Delta_6=$
$A_7=$	$B_7=$	$\Gamma_7=$	$\Delta_7=$

Διερεύνηση

Εξετάστε ποια σχέση έχουν οι συντεταγμένες των αρχικών σημείων $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ και A_7 και οι συντεταγμένες των συμμετρικών τους ως προς τους άξονες Ox, Oy' και ως προς το σημείο O . Με βάση αυτή την εμπειρία, τι υποθέσεις μπορείτε να διατυπώσετε;

Υπόθεση 1

Υπόθεση 2

Υπόθεση 3

2. Μετακινήστε ορισμένα σημεία του σχήματός σας, π.χ. το A_1 ή το A_2 στην οθόνη του υπολογιστή και διερευνήστε τη σχέση των συντεταγμένων των άκρων τους και των συντεταγμένων των συμμετρικών τους ως προς τους άξονες Ox, Oy' και ως προς το σημείο O . Τι μεταβολές παρατηρείτε στις συντεταγμένες των αντίστοιχων συμμετρικών σχημάτων;

Απάντηση

Διερεύνηση

Διερευνήστε πώς συνδέεται η μεταβολή α) του μήκους της πλευράς AB με τη μεταβολή του ημιτόνου, του συνημιτόνου και της εφαπτομένης της γωνίας Γ , β) του μήκους της πλευράς AG με τη μεταβολή του ημιτόνου, του συνημιτόνου και της εφαπτομένης της γωνίας Γ , γ) της οξείας γωνίας Γ με τη μεταβολή του ημιτόνου του συνημιτόνου και της εφαπτομένης της. Διατυπώστε υποθέσεις αντίστοιχα.

Υπόθεση 1:

.....

.....

Υπόθεση 2:

.....

.....

Υπόθεση 3:

.....

.....

Υπόθεση 4:

.....

.....

Υπόθεση 5:

.....

.....

Υπόθεση 6:

.....

.....

Υπόθεση 7:

.....

.....

δ) Ποιες είναι οι τιμές των τριγωνομετρικών αριθμών που αντιστοιχούν στις γωνίες των 30, 45 και 60 μοιρών;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Κεφάλαιο 7

B' Τάξη – Συμμετρία ως προς άξονα

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

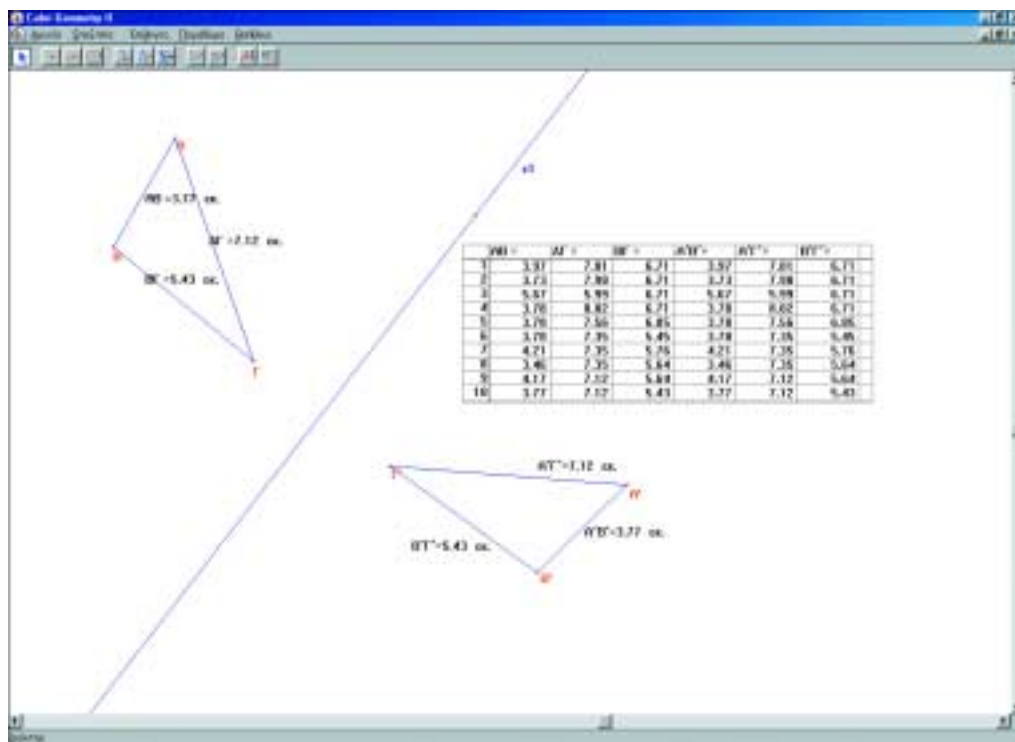
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση της σχέσης ενός σχήματος και του συμμετρικού του ως προς άξονα συμμετρίας. Επιπλέον, η διερεύνηση της σχέσης ενός σχήματος και του συμμετρικού του ύστερα από αλληλουχία συμμετρίων ως προς άξονα.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ και το συμμετρικό του ως προς άξονα ε_1 , και ονομάστε το $A'B'\Gamma'$.
- Κατασκευάστε, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τις πλευρές των δύο αυτών τριγώνων.



Σχήμα Γ_26

Διερεύνηση

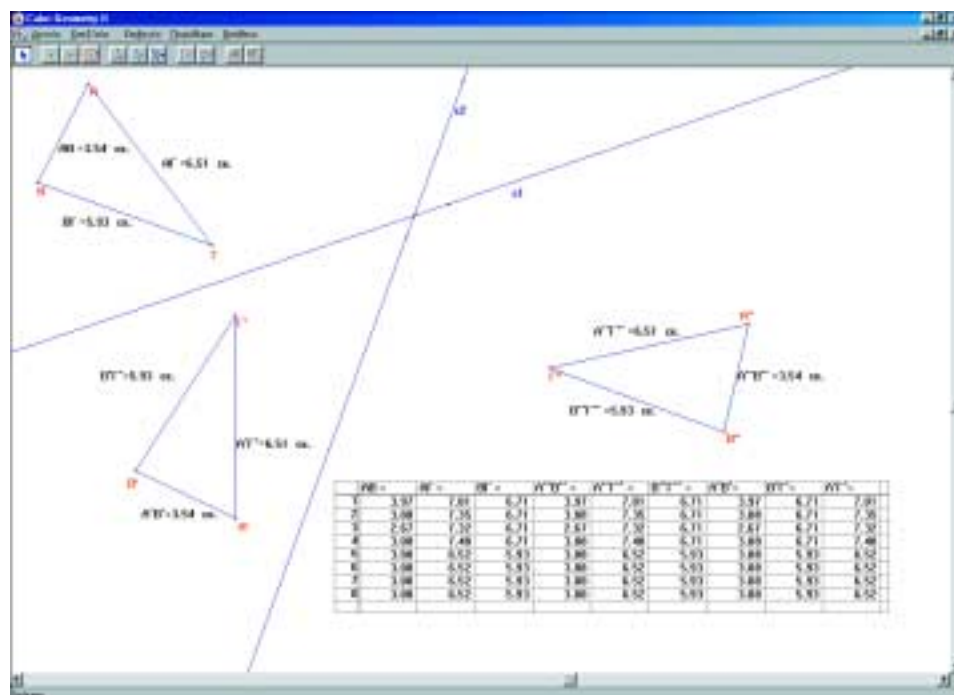
A) Μετακινήστε την ευθεία ε_1 στην οθόνη του υπολογιστή έτσι ώστε να βρίσκεται στο εσωτερικό ή στο εξωτερικό του τριγώνου $AB\Gamma$ ή να διέρχεται μία κορυφή του.

Πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν. Τι συμπεραίνετε;

Απάντηση

Β) Μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ στην οθόνη του υπολογιστή. Τι συμπεραίνετε;

Απάντηση

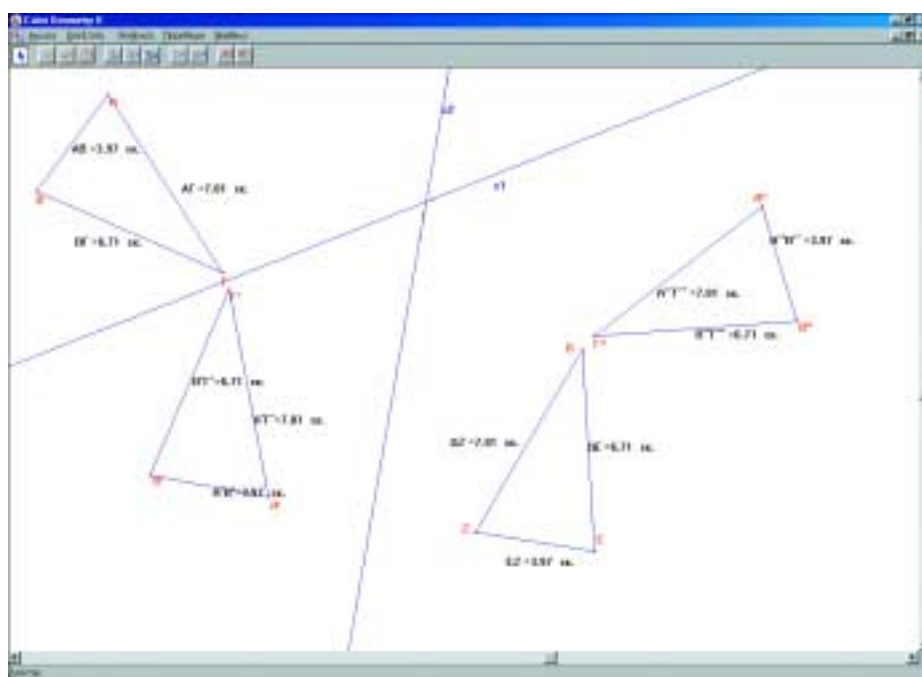


Σχήμα Γ_27

Γ) Κατασκευάστε το συμμετρικό του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς νέο άξονα ε_2 , το οποίο ονομάστε $A''B''\Gamma''$, και μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τις πλευρές του.

Μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ στην οθόνη του υπολογιστή. Πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν. Τι παρατηρείτε;

Απάντηση



Σχήμα Γ_28

Δ) Κατασκευάστε το συμμετρικό του τριγώνου $A'B'\Gamma'$ ως προς τον άξονα ε_2 , το οποίο ονομάστε ΔEZ και μετρήστε αυτόματα τις πλευρές του. Μετακινήστε τους άξονες εκ περιτροπής ή τις κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$. Τι παρατηρείτε;

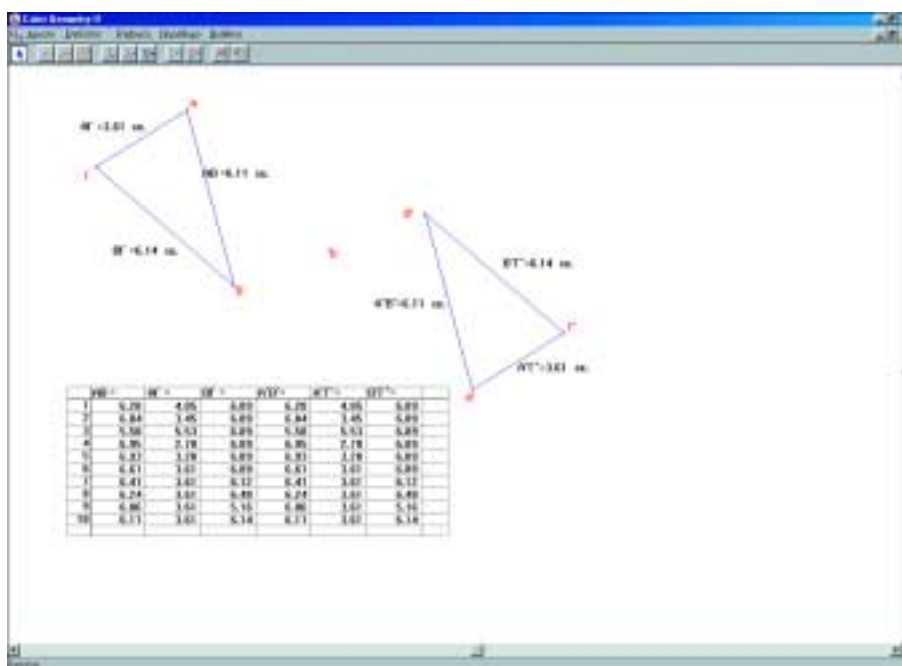
Απάντηση

B' Τάξη – Συμμετρία ως προς σημείο και ως προς άξονα**1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 1 διδακτική ώρα****Δραστηριότητα 1α****Στόχος**

Η διερεύνηση της σχέσης ενός σχήματος και του συμμετρικού του ύστερα από αλληλουχία συμμετρίων ως προς σημεία συμμετρίας.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε τρίγωνο $AB\Gamma$ και σημείο O στην οθόνη του υπολογιστή.
- Κατασκευάστε το συμμετρικό του $AB\Gamma$ ως προς το σημείο O , και ονομάστε το $A'B'\Gamma'$.
- Κατασκευάστε, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τις πλευρές των δύο τριγώνων.



Σχήμα Γ_29

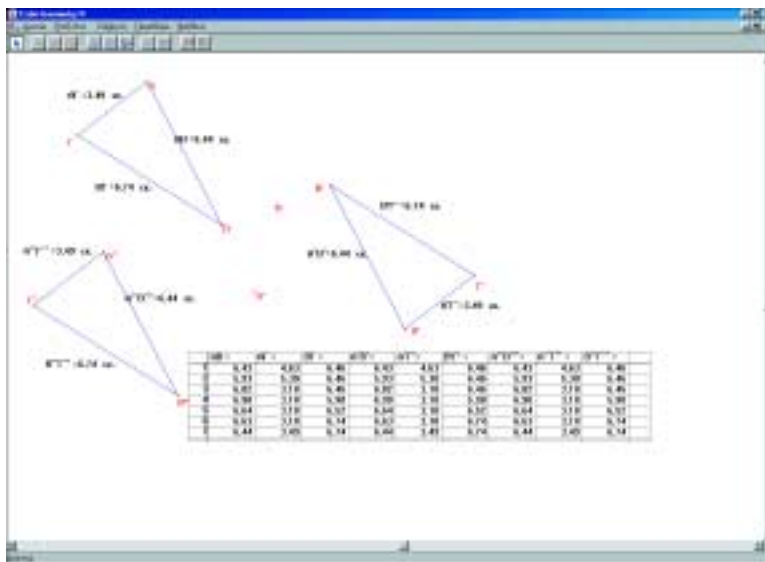
Διερεύνηση

Α) Να μετακινήσετε το σημείο O στην οθόνη του υπολογιστή έτσι ώστε να βρίσκεται στο εσωτερικό ή στο εξωτερικό του τριγώνου $AB\Gamma$ ή να συμπίπτει με μία κορυφή του. Τι συμπεραίνετε;

Να μετακινήσετε τις κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ στην οθόνη του υπολογιστή και να πινακοποιήσετε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν. Τι συμπεραίνετε;

Απάντηση

B) Να κατασκευάσετε ένα σημείο O' και να πάρετε το συμμετρικό (επιλογή Ανάκλαση) του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς κέντρο συμμετρίας O' , το οποίο να ονομάσετε $A''B''\Gamma''$. Να κατασκευάσετε, να μετρήσετε και να πινακοποιήσετε αυτόματα τις πλευρές του. Να μετακινήσετε το κέντρο συμμετρίας O' ή/και τις κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ στην οθόνη του υπολογιστή και να πινακοποιήσετε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν. Τι συμπεραίνετε;



Σχήμα Γ_30

Απάντηση

Δραστηριότητα 1β

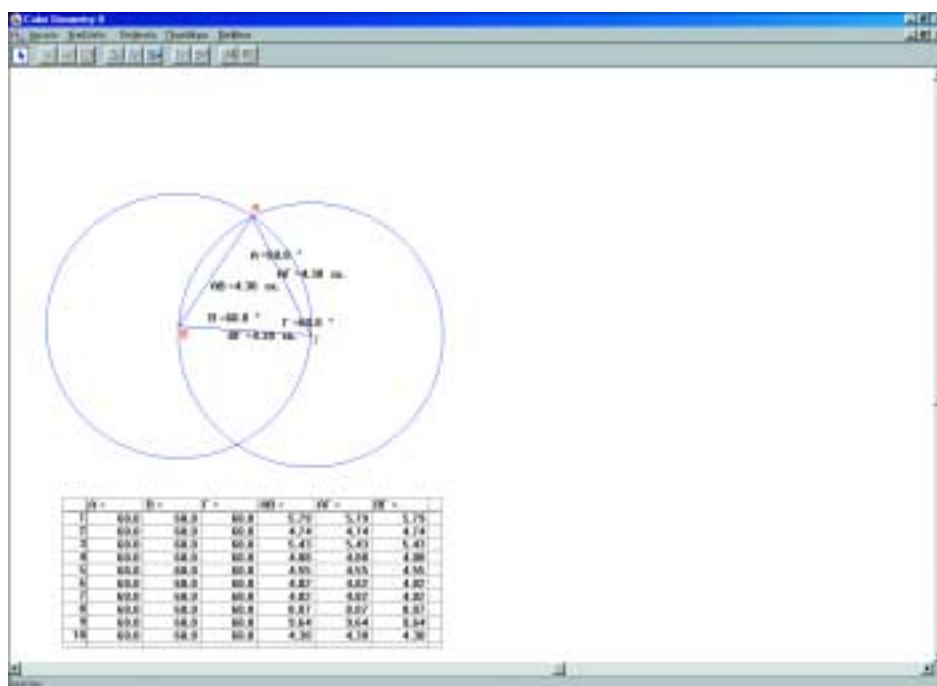
Στόχος

Η κατασκευή ισόπλευρου τριγώνου με τη βοήθεια των εργαλείων για την κατα-

σκευή συμμετρικών σχημάτων στο περιβάλλον Cabri – geometry II.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ στην οθόνη του υπολογιστή.
- Κατασκευάστε κύκλο με κέντρο Β και ακτίνα ΒΓ, όπως επίσης κύκλο με κέντρο Γ και ακτίνα ΓΒ.
- Κατασκευάστε το σημείο Α της τομής των δύο αυτών κύκλων.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΑΓ.
- Μετρήστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ, ΒΓ και ΑΓ, όπως και τις γωνίες Α, Β και Γ.



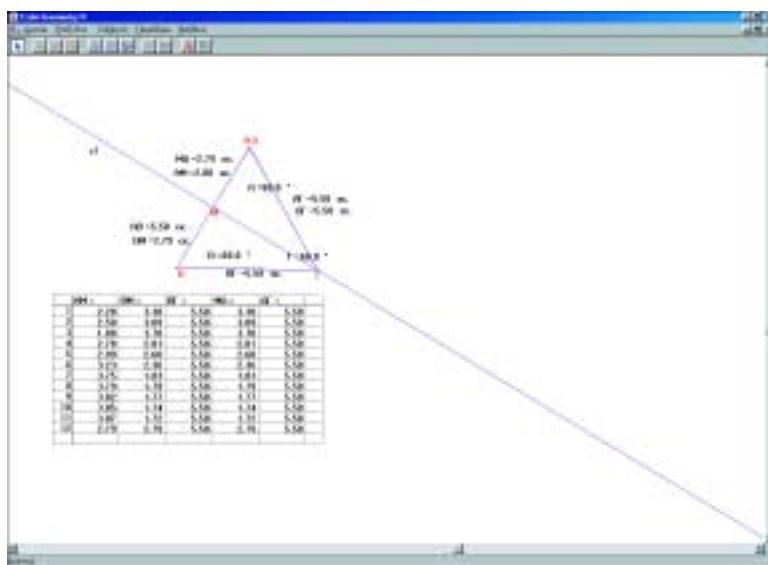
Σχήμα Γ_31

Διερεύνηση

1. Μετακινήστε τα σημεία Β και Γ στην οθόνη του υπολογιστή, πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν και διατυπώστε μια υπόθεση για το είδος του τριγώνου που κατασκευάστηκε.

Διατύπωση υπόθεσης

2. Αποκρύψτε τους κύκλους που κατασκευάσατε προηγουμένως. Κατασκευάστε ευθεία ε η οποία διέρχεται την κορυφή Γ. Κατασκευάστε, επίσης, το σημείο τομής της ε με το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, το οποίο ονομάστε Μ. Κατασκευάστε και μετρήστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΜ και ΜΒ. Κατασκευάστε το τρίγωνο ΒΜΓ και πάρτε το συμμετρικό του ΜΔΓ (επιλογή Ανάκλαση) ως προς την ευθεία ε. Μετρήστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΜ, ΜΔ, ΒΓ και ΔΓ και πινακοποιήστε αυτόματα τα μήκη τους.



Σχήμα Γ_32

Μετακινήστε την ευθεία ε στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν. Διερευνήστε τότε η ευθεία ε αποτελεί άξονα συμμετρίας του τριγώνου $AB\Gamma$, δηλαδή για ποια θέση της ε το συμμετρικό του τριγώνου $BM\Gamma$ συμπίπτει με το τρίγωνο $MA\Gamma$.

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Κεφάλαιο 8

Β' Τάξη – Σχέση μεταξύ επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 30 λεπτά

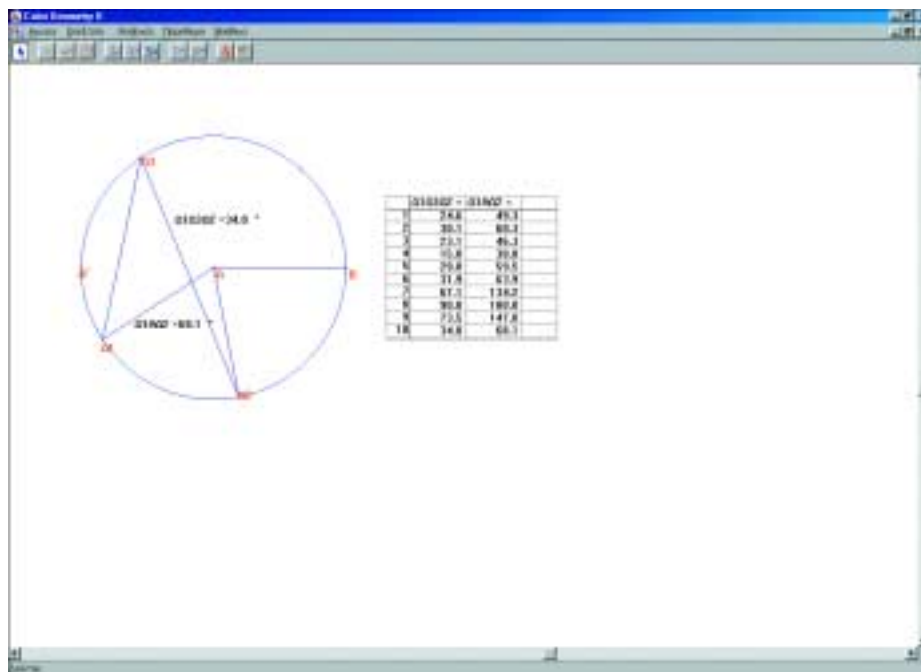
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση της σχέσης μεταξύ επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας, οι οποίες σε ίσους κύκλους βαίνουν αντίστοιχα σε ίσα τόξα.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε ευθύγραμμο τμήμα AB και κύκλο κέντρου A και ακτίνας AB .
- Στη συνέχεια κατασκευάστε τρία σημεία πάνω στον κύκλο (A, AB) και ονομάστε τα Δ_1 , Δ_2 και Δ_3 .
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμο τμήματα Δ_1A , Δ_2A , $\Delta_3\Delta_1$ και $\Delta_3\Delta_2$.
- Μετρήστε τις γωνίες $\Delta_1\Delta_3\Delta_2$ και $\Delta_1A\Delta_2$ και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές τους.



Σχήμα Γ_33

Διερεύνηση

- 1) Μετακινήστε το σημείο Δ_2 πάνω στον κύκλο (A, AB) και πινακοποιήστε τις τιμές των γωνιών που προαναφέρθηκαν. Τι παρατηρείτε;

Απάντηση

Εάν οι μαθητές δεν μπορέσουν να διατυπώσουν την υπόθεση ότι η επίκεντρη γωνία είναι διπλάσια από την εγγεγραμμένη, τότε επικεντρώνετε στην ερώτηση:

- 2) Τι συμπεραίνετε για τη σχέση μεταξύ επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας σε ίσα τόξα;

Απάντηση

- 3) Κατασκευάστε το συμμετρικό του σημείου B ως προς το κέντρο A του κύκλου και ονομάστε το Δ' . Μετακινήστε τα σημεία Δ_1 και Δ_2 πάνω στον κύκλο (A, AB) ώστε να συμπίσουν με τα σημεία Δ' και B αντίστοιχα και η εγγεγραμμένη γωνία $\Delta_1\Delta_3\Delta_2$ να βαίνει σε διάμετρο. Ποιο είναι το μέγεθος της εγγεγραμμένης γωνίας όταν αυτή βαίνει σε διάμετρο και ποια είναι η σχέση ανάμεσα σε αυτήν και στην αντίστοιχη επίκεντρη γωνία;

Απάντηση

Β' Τάξη – Κανονικά πολύγωνα – Μήκος και εμβαδόν κύκλου

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

Δραστηριότητα

Στόχος

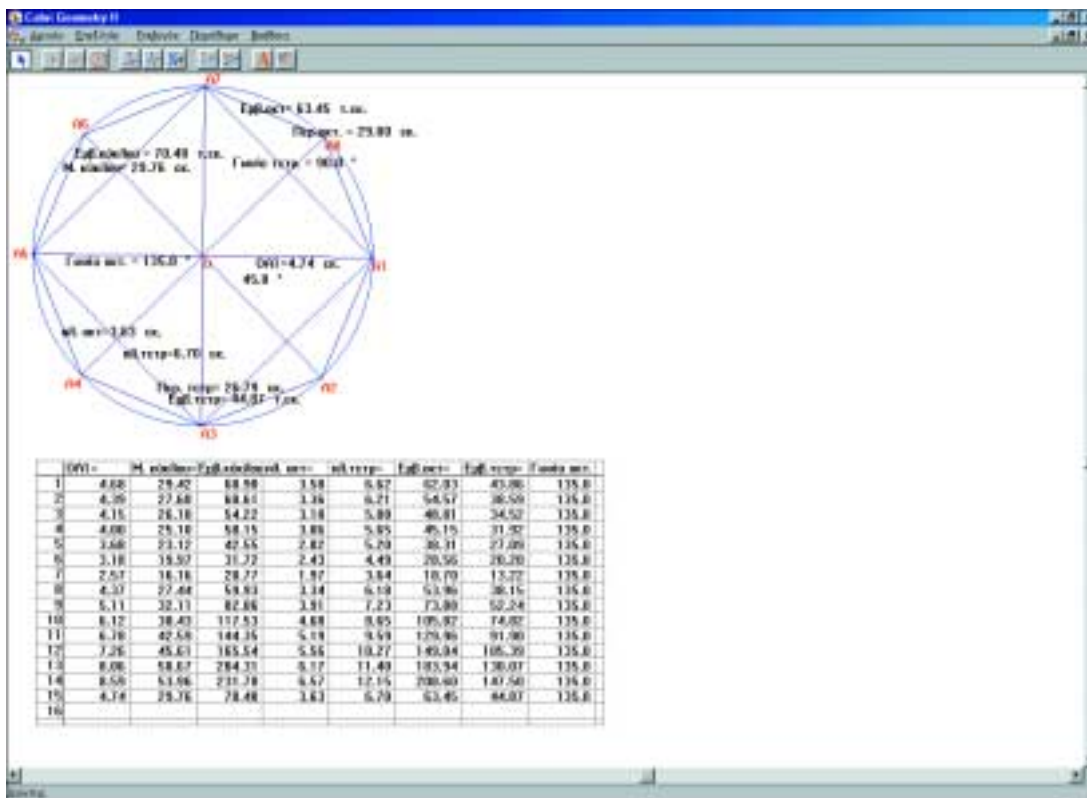
Η κατασκευή κανονικού πολυγώνου στο περιβάλλον Cabri – geometry II και η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ βασικών στοιχείων κανονικών πολυγώνων που είναι εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε ευθύγραμμο τμήμα OA_1 και κύκλο με κέντρο O και ακτίνα OA_1 .
- Κατασκευάστε σημείο A_2 πάνω στον κύκλο (O, OA_1) και το ευθύγραμμο τμήμα OA_2 . Μετρήστε τη γωνία A_1OA_2 .

Έστω ότι θέλετε να κατασκευάσετε ένα κανονικό οκτάγωνο.

- Διαιρέστε τη γωνία $360^\circ/8=45^\circ$ και μετακινήστε το σημείο A_2 στην περιφέρεια του κύκλου (O, OA_1) , έτσι ώστε η γωνία A_1OA_2 να είναι 45° μοιρών.
- Στη συνέχεια, κατασκευάστε το συμμετρικό του ευθύγραμμου τμήματος OA_1 ως προς το ευθύγραμμο τμήμα OA_2 έτσι ώστε να προκύψει ένα νέο ευθύγραμμο τμήμα. Ονομάστε το OA_3 .
- Επαναλάβετε τη διαδικασία κατασκευής συμμετρικού του OA_{n-1} ευθύγραμμου τμήματος ως προς το εκάστοτε OA_n ευθύγραμμου, τόσες φορές ώστε να προκύψει το ζητούμενο κανονικό πολύγωνο. Στην προκειμένη περίπτωση έξι φορές.
- Στη συνέχεια ονομάστε τις υπόλοιπες κορυφές του κανονικού οκτάγωνου (OA_4, OA_5, OA_6, OA_7 και OA_8).
- Χρησιμοποιώντας την επιλογή «Πολύγωνο», κατασκευάστε το οκτάγωνο και το τετράγωνο συνδέοντας ανά δύο τις κορυφές του κανονικού οκταγώνου.
- Μετρήστε την πλευρά, τη γωνία, το εμβαδόν και την περίμετρο του κανονικού οκτάγωνου και του τετράγωνου.
- Μετρήστε, επίσης, την ακτίνα OA_1 , το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου (O, OA_1) και πινακοποιήστε τα αυτόματα.
- Μετακινήστε το A_1 έτσι ώστε να μεταβληθεί η ακτίνα του κύκλου και πινακοποιήστε αυτόματα όλες τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_34

Διερεύνηση

Τι σχέσεις μπορείτε να διαπιστώσετε;

Στην περίπτωση που οι μαθητές δε δίνουν τις προσδοκώμενες απαντήσεις, καλό είναι να επικεντρωθείτε στις παρακάτω ερωτήσεις:

1) Ποια είναι η σχέση των περιμέτρων δύο κύκλων;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) Ποια είναι η σχέση των εμβαδών δύο κύκλων;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

3) Ποια είναι η σχέση των περιμέτρων των δύο πολυγώνων στον ίδιο κύκλο;

Απάντηση

4) Ποια είναι η σχέση των εμβαδών των δύο πολυγώνων στον ίδιο κύκλο;

Απάντηση

5) Πώς μεταβάλλεται η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου το οποίο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο όταν μεταβάλλεται η ακτίνα του κύκλου;

Απάντηση

6) Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ της περιμέτρου ενός κανονικού πολυγώνου και του αριθμού των πλευρών του και πώς η περίμετρος αυτή συνδέεται με το μήκος του περιγεγραμμένου προς αυτό κύκλου;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Β' Τάξη – Μήκος και εμβαδόν κύκλου

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ ακτίνας, μήκους και εμβαδού κύκλων.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ και το μέσον του Ο.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΟΓ, μετρήστε το και πινακοποιήστε το αυτόματα.
- Κατασκευάστε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ΟΓ. Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα την περίμετρο (Πκ1) και το εμβαδόν του (Εκ2).
- Κατασκευάστε σημείο Α πάνω στον κύκλο (Ο, ΟΓ) και το ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ.
- Κατασκευάστε το μέσον O_1 του ΑΓ. Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα το ευθύγραμμο τμήμα $O_1Γ$.
- Κατασκευάστε τον κύκλο με κέντρο O_1 και ακτίνα $O_1Γ$. Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα την περίμετρο (Πκ2) και το εμβαδόν του (Εκ2).
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και το μέσον του O_2 .
- Κατασκευάστε και μετρήστε το ευθύγραμμο τμήμα $O_2Β$.
- Κατασκευάστε τον κύκλο με κέντρο O_2 και ακτίνα $O_2Β$ και μετρήστε την περίμετρο και το εμβαδόν του.
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα εμβαδά των ημικυκλίων τα οποία αντιστοιχούν στους κύκλους (Ο, ΟΓ), (O_1 , $O_1Γ$) και (O_2 , $O_2Β$).
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη $ΟΓ/O_1Γ$, $(ΟΓ/O_1Γ)^2$, $Πκ1/Πκ2$, $Εκ1/Εκ2$.
- Μετακινήστε το σημείο Β ή το σημείο Γ στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές των στοιχείων που επιλέξατε προηγουμένως για πινακοποίηση.



Σχήμα Γ_35

Διερεύνηση

Να διερευνήσετε τη σχέση:

- α) μεταξύ των περιμέτρων των κύκλων $(O, OΓ)$, $(O_1, O_1Γ)$ και των ακτίνων τους.
- β) μεταξύ των εμβαδών των κύκλων $(O, OΓ)$, $(O_1, O_1Γ)$ και των ακτίνων τους.
- γ) μεταξύ των εμβαδών των ημικυκλίων τα οποία αντιστοιχούν στους κύκλους $(O, OΓ)$, $(O_1, O_1Γ)$ και (O_2, O_2B) .

Απάντηση α

Απάντηση β

Απάντηση γ

Στην περίπτωση που οι μαθητές δεν κατασκευάζουν τις αντίστοιχες σχέσεις συνιστάται να χρησιμοποιείτε βοηθητικές ερωτήσεις όπως:

Ποια είναι η σχέση:

- 1) Μεταξύ του λόγου των περιμέτρων των κύκλων $(O, OΓ)$, $(O_1, O_1Γ)$ και του λόγου των ακτίνων τους;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) Μεταξύ του λόγου των εμβαδών των κύκλων $(O, O\Gamma)$, $(O_1, O_1\Gamma)$ και του τετραγώνου του λόγου των ακτίνων τους;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

- 3) Μεταξύ του αθροίσματος των εμβαδών των ημικυκλίων τα οποία αντιστοιχούν στους κύκλους $(O_1, O_1\Gamma)$ και (O_2, O_2B) και του εμβαδού του ημικυκλίου που αντιστοιχεί στον κύκλο $(O, O\Gamma)$;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

Γ' Τάξη Γυμνασίου – Κεφάλαιο 6

Γ' Τάξη – Τρίγωνα και ίσα τρίγωνα

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

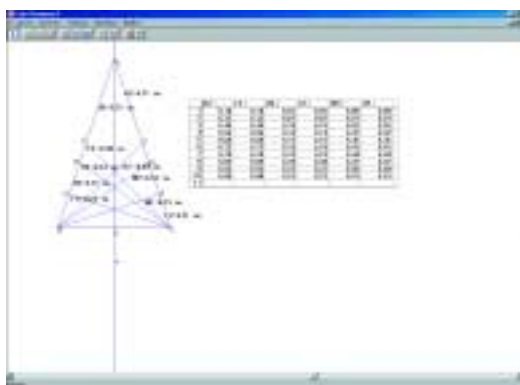
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ των διχοτόμων των υψών και των διαμέσων ισοσκελούς τριγώνου.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ.
- Κατασκευάστε το μέσον Δ του ΒΓ.
- Κατασκευάστε τη μεσοκάθετο του ΒΓ και ονομάστε την ε.
- Κατασκευάστε σημείο Α πάνω στην ε.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΑΓ.
- Κατασκευάστε τα μέσα Ζ και Ε των πλευρών ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΖ και ΓΕ, μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΕ, ΒΕ, ΑΖ και ΓΖ, και μετρήστε τα.
- Κατασκευάστε τις καθέτους από τις κορυφές Β και Γ προς τις απέναντι πλευρές του τριγώνου, ορίστε τα σημεία τομής και ονομάστε τα Κ και Λ, αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΚ και ΓΛ, μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα.
- Κατασκευάστε τις διχοτόμους των γωνιών Β και Γ, ορίστε τα σημεία τομής τους με τις απέναντι πλευρές του τριγώνου και ονομάστε τα Μ και Ν, αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΜ και ΓΝ, μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα.



Σχήμα Γ_36

Διερεύνηση

Να μετακινήσετε τα σημεία A , B , Γ στην οθόνη του υπολογιστή και να πινακοποιήσετε αντόματα τις τιμές των παραπάνω ευθύγραμμων τμημάτων. Τι συμπεραίνετε; Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

Εδώ αναμένουμε οι μαθητές να αντιληφθούν τις ισότητες των ευθ. τμημάτων BZ και ΓE , BK και $\Gamma \Lambda$, όπως και των BM και ΓN .

Μπορείτε να τους καλέσετε να διατυπώσουν τη γενίκευση.

Διατύπωση της γενίκευσης

.....

.....

Στην περίπτωση που οι μαθητές δεν μπορούν να αντιληφθούν τις παραπάνω ισότητες, τους κάνετε την παρακάτω ερώτηση:

Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ να συγκρίνετε:

- A) τις διαμέσους του BZ και ΓE ,
- B) τα ύψη του BK και $\Gamma \Lambda$ και
- Γ) τις διχοτόμους του BM και ΓN .

Τι συμπεραίνετε;

Απάντηση

A)

.....

Β)

.....

Γ)

.....

Γ' Τάξη – Ίσα τμήματα μεταξύ παράλληλων – Θεώρημα του Θαλή
1 Δραστηριότητα
Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

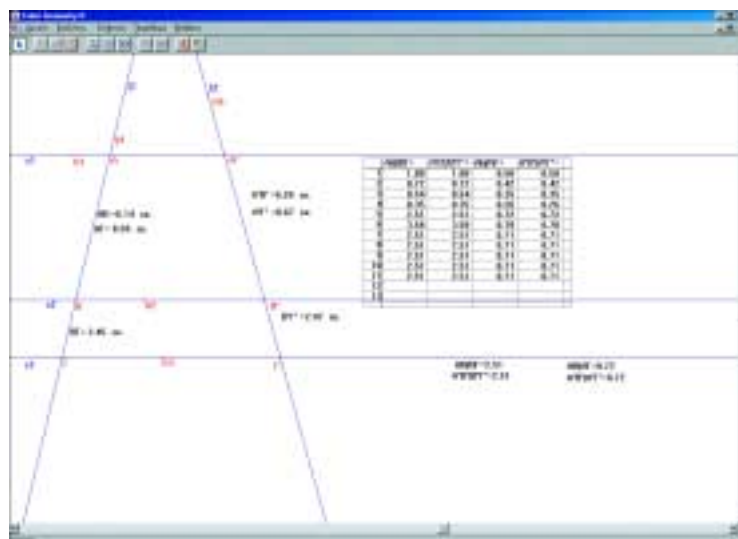
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση των σχέσεων των τμημάτων στα οποία τέμνονται δύο ευθείες ζ_1 και ζ_2 από μία δέσμη παράλληλων ευθειών ε_1 , ε_2 και ε_3 .

Κατασκευή

- Κατασκευάστε ευθεία ε_1 η οποία να διέρχεται ένα σημείο O_1 .
- Στη συνέχεια κατασκευάστε την παράλληλη προς την ε_1 από σημείο O_2 έξω από αυτήν και ονομάστε την ε_2 .
- Επιπλέον, κατασκευάστε την παράλληλη προς την ε_2 από σημείο O_3 έξω από αυτήν και ονομάστε την ε_3 .
- Κατασκευάστε, επίσης, δύο ευθείες ζ_1 και ζ_2 από τα σημεία O_4 και O_5 αντίστοιχα, οι οποίες να τέμνουν τις παράλληλες ευθείες που προαναφέρθηκαν.
- Κατασκευάστε τα σημεία τομής της ζ_1 με τις ε_1 , ε_2 και ε_3 και ονομάστε τα A, B και Γ αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε, επίσης, τα σημεία τομής της ζ_2 με τις ε_1 , ε_2 και ε_3 και ονομάστε τα A', B' και Γ' αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε και μετρήστε τα ευθύγραμμα τμήματα AB, BΓ, AΓ και τα A'B', B'Γ', A'Γ'.
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε αυτόματα τους λόγους AB/BΓ, A'B'/B'Γ', AB/AΓ και A'B'/A'Γ'.



Σχήμα Γ_37

Διερεύνηση

Να μετακινήσετε τις ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 από τα σημεία O_1 , O_2 και O_3 αντίστοιχα, όπως και τις ευθείες ζ_1 και ζ_2 από τα σημεία O_4 και O_5 στην οθόνη του υπολογιστή και να πινακοποιήσετε αυτόματα τις τιμές των λόγων που προαναφέρθηκαν. Τι συμπεραίνετε;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

Αναμένουμε οι μαθητές να αντιληφθούν τις ισότητες των λόγων των ευθ. τμημάτων $AB/BΓ$, $A'B'/B'Γ'$, όπως και των $AB/ΑΓ$ και $A'B'/Α'Γ'$. Καλούνται επίσης, να προσπαθήσουν να εξαγάγουν το θεώρημα του Θαλή ως τη γενίκευση που συνάγεται από τα παραπάνω πειραματικά αποτελέσματα. Επιπλέον, μπορεί να τους ζητηθεί να διατυπώσουν έναν κανόνα σχετικά με το τι συμβαίνει όταν οι ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 τέμνουν την ευθεία ζ_1 σε ίσα ευθύγραμμα τμήματα.

Στην περίπτωση που οι μαθητές δεν είναι σε θέση να αντιληφθούν τις ισότητες των λόγων που αναφέρθηκαν παραπάνω, ενδείκνυται να τους κάνετε τις παρακάτω ερωτήσεις:

- 1) Μπορείτε να συγκρίνετε τους λόγους των ευθ. τμημάτων $AB/BΓ$, $A'B'/B'Γ'$, όπως και τους λόγους των ευθ. τμημάτων $AB/ΑΓ$ και $A'B'/Α'Γ'$;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) Όταν τα ευθύγραμμα τμήματα AB και $BΓ$ είναι ίσα, τι συμπεραίνετε για τα αντίστοιχα ευθύγραμμα τμήματα $A'B'$ και $B'Γ'$;

Απάντηση

.....

.....

- 3) Μπορείτε να διατυπώσετε τη γενίκευση με βάση τα πειραματικά δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε;

Διατύπωση της γενίκευσης

.....

.....

- 4) Μπορείτε να προσδιορίσετε τι συμβαίνει όταν οι ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 τέμνουν την ευθεία ζ_1 σε ίσα ευθύγραμμα τμήματα;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Γ' Τάξη – Όμοια πολύγωνα και όμοια τρίγωνα

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

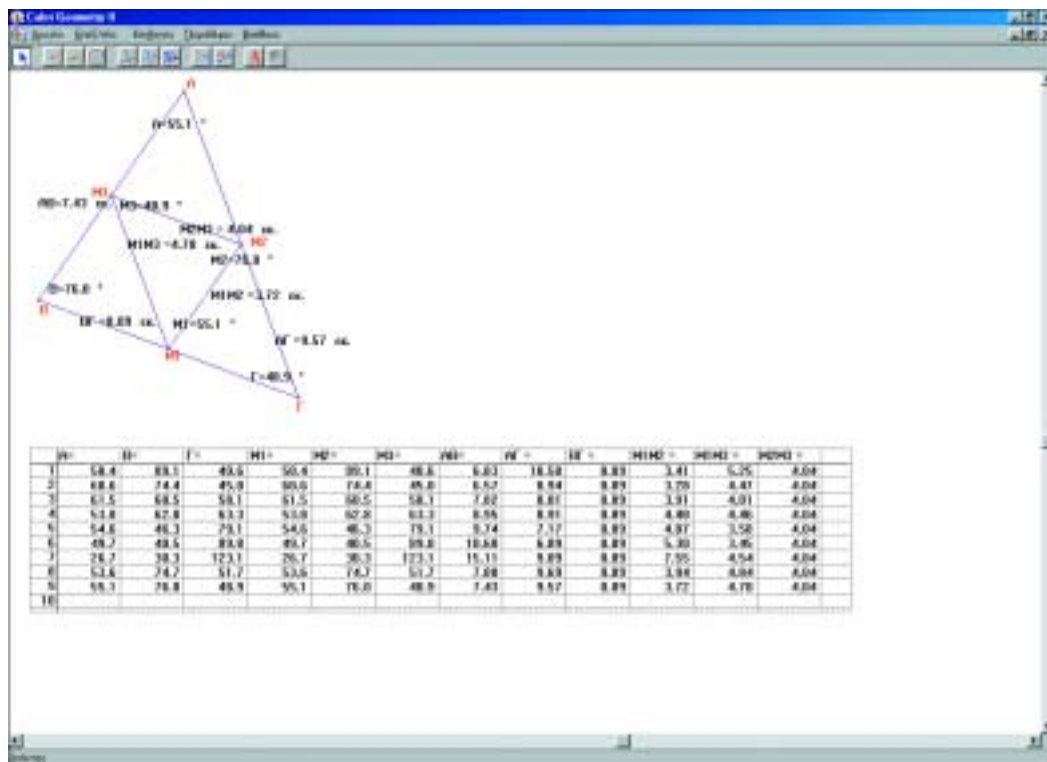
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση του είδους του τριγώνου του οποίου οι κορυφές αποτελούν μέσα των πλευρών ενός τυχαίου τριγώνου και των σχέσεων μεταξύ βασικών στοιχείων των τριγώνων αυτών.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα μέσα των πλευρών του M_1, M_2, M_3 .
- Κατασκευάστε το τρίγωνο $M_1M_2M_3$.
- Κατασκευάστε, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τις πλευρές και τις γωνίες των τριγώνων $AB\Gamma$ και $M_1M_2M_3$.
- Μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_38

Διερεύνηση

Α) Διατυπώστε όποιες υποθέσεις μπορείτε για το είδος του τριγώνου $M_1M_2M_3$.

Υπόθεση 1

.....

.....

Υπόθεση 2

.....

.....

Υπόθεση 3

.....

.....

Αφήνετε τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους, συγκεντρώνετε τις υποθέσεις τους και βοηθητικά, εάν χρειαστεί, χρησιμοποιείτε τις παρακάτω ερωτήσεις:

1. Συγκρίνετε τις γωνίες των τριγώνων $M_1M_2M_3$ και $ABΓ$ με βάση τα στοιχεία του πίνακα που κατασκευάσατε. Με βάση αυτή τη σύγκριση, τι συμπεραίνετε για το είδος του τριγώνου $M_1M_2M_3$; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
(Η απάντηση: Τα δύο τρίγωνα είναι όμοια).

Απάντηση

.....

.....

Αιτιολόγηση

.....

.....

2. Ποια είναι η σχέση των πλευρών των τριγώνων $M_1M_2M_3$ και $ABΓ$;
(Η απάντηση: Η σχέση είναι $1/2$.)

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

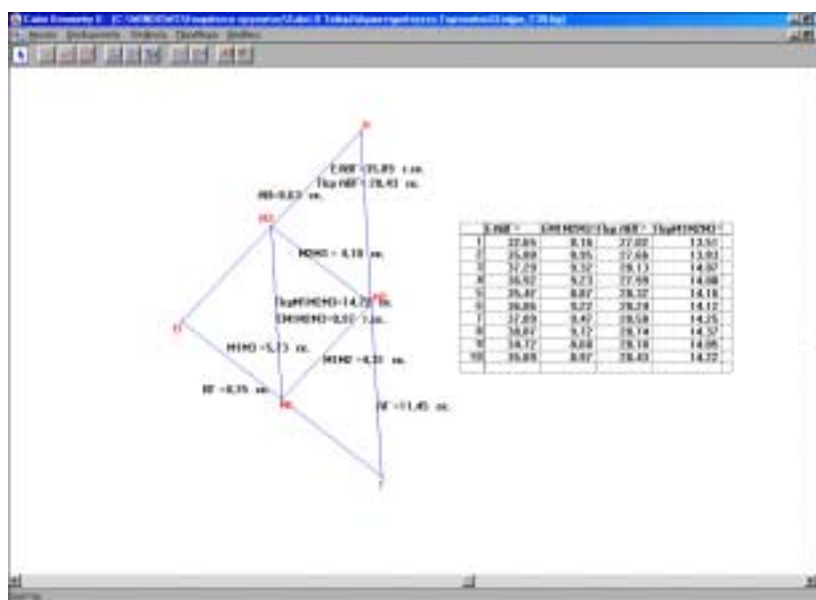
.....

.....

3. Πότε το τρίγωνο $M_1M_2M_3$ είναι ισοσκελές και πότε είναι ισόπλευρο;

Απάντηση

Β) Μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τις περιμέτρους και τα εμβαδά των τριγώνων $M_1M_2M_3$ και $AB\Gamma$.



Σχήμα Γ_39

Γ) Διερευνήστε τη σχέση των περιμέτρων των τριγώνων $M_1M_2M_3$ και $AB\Gamma$.
(Η απάντηση: Η σχέση είναι $1/2$.)

Απάντηση

Δ) Διερευνήστε τη σχέση των εμβαδών των τριγώνων $M_1M_2M_3$ και $ABΓ$.
(Η απάντηση: Η σχέση είναι $1/4$.)

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Γ' Τάξη – Εμβαδά των όμοιων σχημάτων
1 Δραστηριότητα
Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

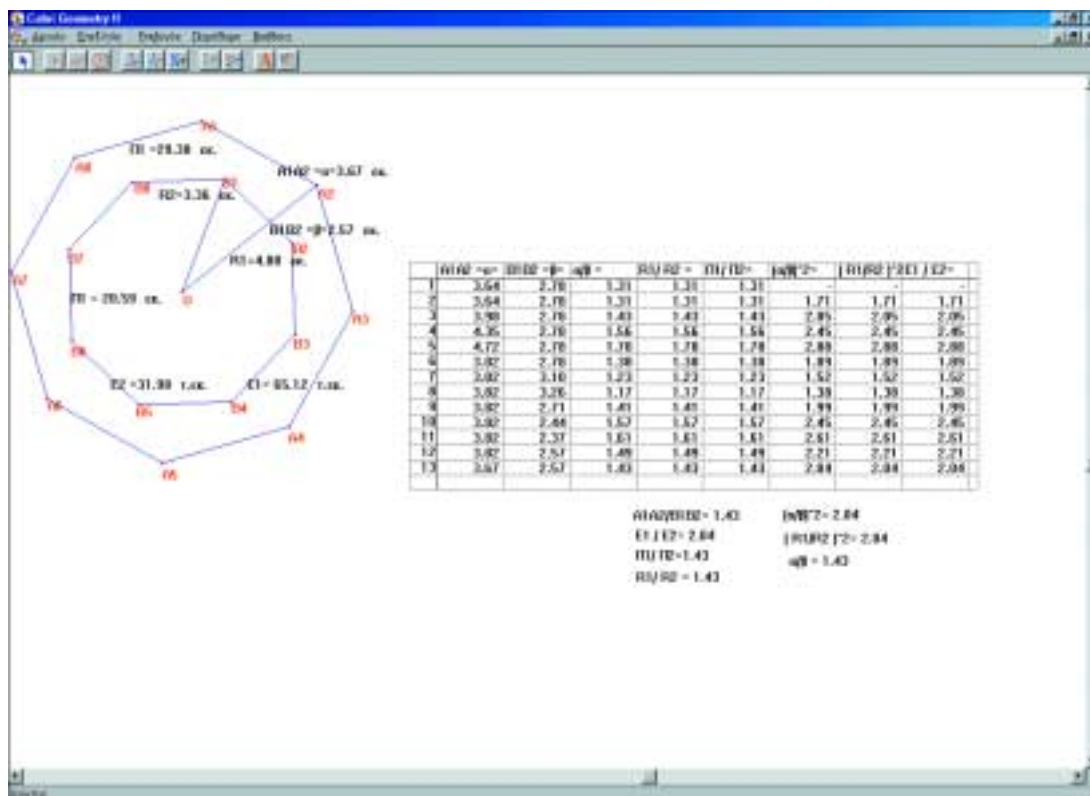
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ βασικών στοιχείων όμοιων σχημάτων.

Κατασκευή

- Χρησιμοποιώντας την επιλογή «Κανονικό πολύγωνο», κατασκευάστε κανονικό οκτάγωνο.
- Σε ομόκεντρο κύκλο με τον κύκλο στον οποίο εγγράφηκε το προηγούμενο οκτάγωνο, εγγράψτε ένα ακόμη οκτάγωνο με τη διαδικασία που προαναφέρθηκε.
- Μετρήστε και πινακοποιήστε τις πλευρές, τις περιμέτρους και τα εμβαδά των δύο οκταγώνων, όπως και τις ακτίνες των περιγεγραμμένων σε αυτά κύκλων.
- Μετακινήστε τις κορυφές των οκταγώνων στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_40

Διερεύνηση

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, να κάνετε υποθέσεις για όλες τις δυνατές σχέσεις μεταξύ των στοιχείων των σχημάτων.

Υπόθεση 1

Υπόθεση 2

Υπόθεση 3

Υπόθεση 4

Αφήνετε τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους, συγκεντρώνετε τις υποθέσεις τους και, εάν χρειαστεί, βοηθητικά χρησιμοποιείτε τις εξής ερωτήσεις:

- 1) Ποια σχέση φαίνεται να υπάρχει ανάμεσα στις πλευρές των κανονικών οκταγώνων και στις περιμέτρους τους;

Απάντηση

- 2) Ποια σχέση φαίνεται να υπάρχει ανάμεσα στις πλευρές των κανονικών οκταγώνων και στα εμβαδά τους;

Απάντηση

- 3) Ποια σχέση φαίνεται να υπάρχει μεταξύ των ακτίνων των περιγεγραμμένων κύκλων στα κανονικά οκτάγωνα και των περιμέτρων τους;

Απάντηση

- 4) Ποια σχέση φαίνεται να υπάρχει μεταξύ των ακτίνων των περιγεγραμμένων κύκλων στα κανονικά οκτάγωνα και των εμβαδών τους;

Απάντηση

Κεφάλαιο 7

Γ' Τάξη – Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

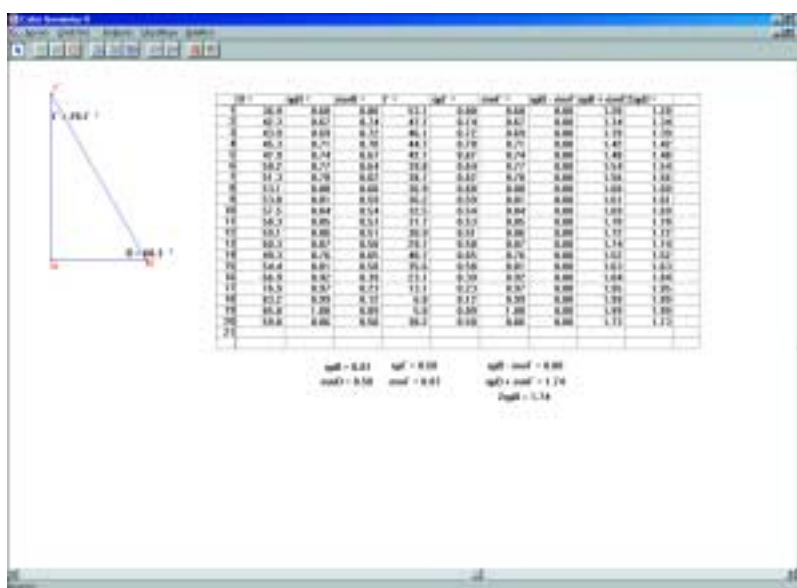
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση των σχέσεων οξείας γωνίας ορθογώνιου τριγώνου με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της (τριγωνομετρικοί αριθμοί συμπληρωματικών γωνιών) και, επίσης, της αλήθειας βασικών τριγωνομετρικών ταυτοτήτων.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ στην οθόνη του υπολογιστή.
- Κατασκευάστε ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και την κάθετο ε από το Α στο ΑΒ.
- Κατασκευάστε σημείο Γ πάνω στην ε και τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΓ και ΒΓ.
- Κατασκευάστε, μετρήστε και πινακοποιήστε τις γωνίες Β και Γ.
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε τους λόγους ΑΓ/ΒΓ, ΑΒ/ΒΓ, οι οποίοι αποτελούν το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας Β.
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε τις τιμές των παραστάσεων $\eta\mu B + \sigma\upsilon\nu\Gamma$, $\eta\mu B + \sigma\upsilon\nu\Gamma$ και $2\eta\mu B$.
- Μετακινήστε τις κορυφές Β και Γ του τριγώνου ΑΒΓ στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_41

Διερεύνηση

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, διατυπώστε υποθέσεις για όλες τις δυνατές σχέσεις μεταξύ των στοιχείων του τριγώνου $AB\Gamma$ και των παραστάσεων που υπολογίστηκαν.

Υπόθεση 1

Υπόθεση 2

Υπόθεση 3

Υπόθεση 4

Αφήνετε τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους, συγκεντρώνετε τις υποθέσεις τους και, εάν χρειαστεί, βοηθητικά χρησιμοποιείτε τις παρακάτω ερωτήσεις:

- 1) Ποια σχέση φαίνεται να υπάρχει ανάμεσα σε μια οξεία γωνία του ορθογώνιου τριγώνου $AB\Gamma$ και στους τριγωνομετρικούς αριθμούς της (ημ και συν);

Απάντηση

- 2) Ποια σχέση φαίνεται να υπάρχει μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών (ημ και συν) γωνιών που έχουν άθροισμα 90 μοίρες (συμπληρωματικών γωνιών);

Απάντηση

3) Πώς μεταβάλλεται η τιμή των παρακάτω παραστάσεων όταν μεταβάλλεται η τιμή των γωνιών B και Γ ;

- α) $\eta\mu B - \sigma\upsilon\nu \Gamma$
- β) $\eta\mu B + \sigma\upsilon\nu \Gamma$
- γ) $2\eta\mu B$

Ποιες ερμηνείες δίνετε;

Απάντηση

$\eta\mu B - \sigma\upsilon\nu \Gamma =$

επειδή

$\eta\mu B + \sigma\upsilon\nu \Gamma = 2\eta\mu B$

επειδή

Γ' Τάξη – Σχέσεις τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας**1 Δραστηριότητα****Χρόνος: 1 διδακτική ώρα****Δραστηριότητα****Στόχος**

Η διερεύνηση της αλήθειας βασικών τριγωνομετρικών ταυτοτήτων όπως οι παρακάτω:

- A) $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon^2\omega = 1$
- B) $(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\omega)^2 + (\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\omega)^2 = 2$
- Γ) $\eta\mu\omega / \sigma\upsilon\omega = \epsilon\phi\omega$
- Δ) $(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\omega)^2 = 1 + 2\eta\mu\omega\sigma\upsilon\omega$
- E) $(\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\omega)^2 = 1 - 2\eta\mu\omega\sigma\upsilon\omega$

Κατασκευή

- Κατασκευάστε τους άξονες καρτεσιανών συντεταγμένων και πάρτε ένα σημείο A πάνω στην οθόνη του υπολογιστή.
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα OA και μετρήστε το.
- Φέρετε την κάθετο από το A στον άξονα Oχ, ορίστε το σημείο τομής B των δύο αυτών ευθειών και κατασκευάστε και μετρήστε το ευθύγραμμο τμήμα AB.
- Κατασκευάστε, επίσης, και μετρήστε τη γωνία BOA και το ευθύγραμμο τμήμα OB.
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε τους λόγους AB/OA, OB/OA και AB/OB, οι οποίοι αποτελούν το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας BOA=ω αντίστοιχα.
- Υπολογίστε και πινακοποιήστε τις τιμές των παραστάσεων:

$$K1 = \eta\mu\omega / \sigma\upsilon\omega$$

$$K2 = \eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon^2\omega$$

$$K3 = (\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\omega)^2 + (\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\omega)^2$$

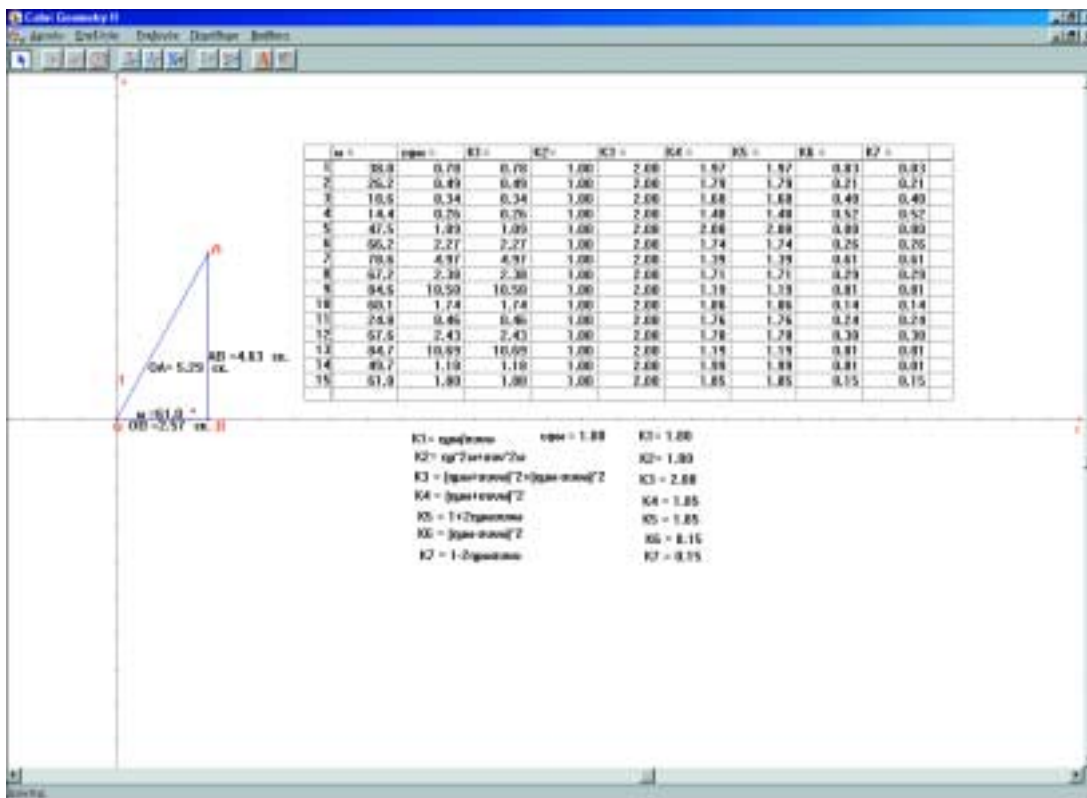
$$K4 = (\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\omega)^2$$

$$K5 = 1 + 2\eta\mu\omega\sigma\upsilon\omega$$

$$K6 = (\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\omega)^2$$

$$K7 = 1 - 2\eta\mu\omega\sigma\upsilon\omega$$

- Μετακινήστε την κορυφή A του τριγώνου BOA στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_42

Διερεύνηση

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, διατυπώστε υποθέσεις για τις τιμές των παραστάσεων που υπολογίστηκαν κατά τη διάρκεια της μεταβολής της γωνίας ω .

Υπόθεση 1: $\eta\mu\omega/\sigma\upsilon\nu\omega$

Υπόθεση 2: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon^2\omega$

Υπόθεση 3: $(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 + (\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega)^2$

Υπόθεση 4: $(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2$

Υπόθεση 5: $(\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega)^2$

Αφήνετε τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους, συγκεντρώνετε τις υποθέσεις τους και, εάν χρειαστεί, βοηθητικά, παρεμβαίνετε κάνοντας τις εξής τρεις ερωτήσεις:

1) Συσχετίστε τις τιμές στις στήλες 2 και 3 του παραπάνω πίνακα. Τι συμπεραίνετε;

Απάντηση

.....

.....

.....

2) Συσχετίστε τις τιμές στις στήλες 6 και 7 του παραπάνω πίνακα. Τι συμπεραίνετε;

Απάντηση

3) Συσχετίστε τις τιμές στις στήλες 8 και 9 του παραπάνω πίνακα. Τι συμπεραίνετε;

Απάντηση

Γ' Τάξη – Νόμος των ημιτόνων
1 Δραστηριότητα
Χρόνος: 20 λεπτά

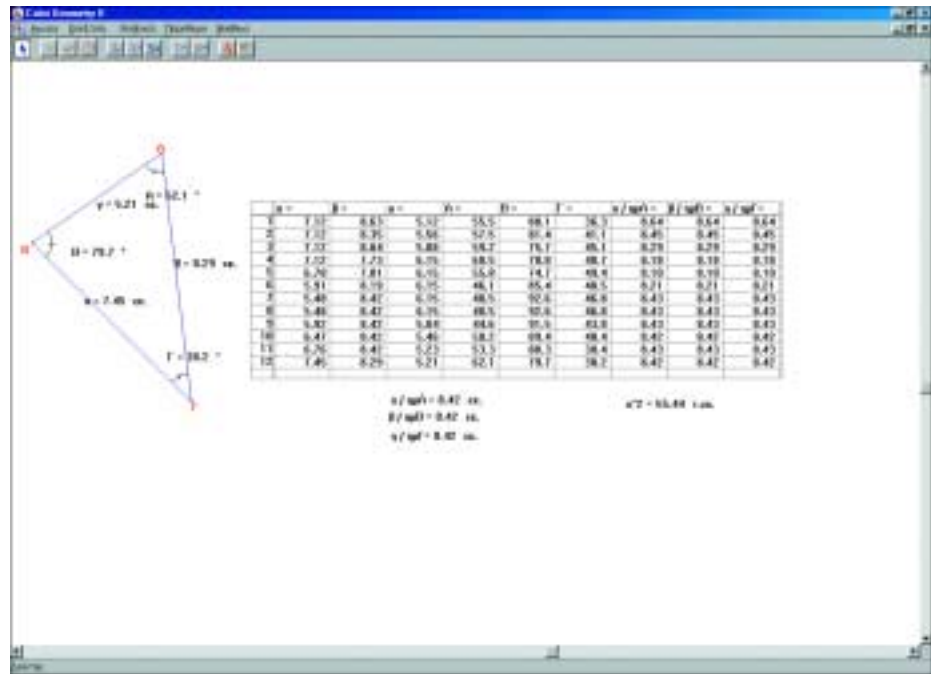
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ πλευρών και τριγωνομετρικών αριθμών τυχαίου τριγώνου.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε τρίγωνο $AB\Gamma$, μετρήστε και πινακοποιήστε τις πλευρές του $AB=\gamma$, $B\Gamma=\alpha$, $A\Gamma=\beta$, καθώς και τις γωνίες του A , B και Γ .
- Στη συνέχεια υπολογίστε τους λόγους $\alpha/\eta\mu A$, $\beta/\eta\mu B$ και $\gamma/\eta\mu\Gamma$ και πινακοποιήστε τους.
- Μετακινήστε τις κορυφές B και Γ του τριγώνου $AB\Gamma$ στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_43

Διερεύνηση

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, διατυπώστε μια υπόθεση για όλες τις δυνατές σχέσεις μεταξύ των στοιχείων του τριγώνου $AB\Gamma$ και των παραστάσεων που υπολογίστηκαν.

Υπόθεση

.....

.....

Αφήνετε τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους, συγκεντρώνετε τις υποθέσεις τους και, εάν χρειαστεί, βοηθητικά χρησιμοποιείτε την παρακάτω ερώτηση:

Ποια σχέση φαίνεται να υπάρχει μεταξύ των λόγων $\alpha/\eta\mu A$, $\beta/\eta\mu B$ και $\gamma/\eta\mu \Gamma$ που συνδέουν τις γωνίες και τις πλευρές ενός τριγώνου $AB\Gamma$;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Γ' Τάξη – Νόμος των συνημιτόνων

1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 20 λεπτά

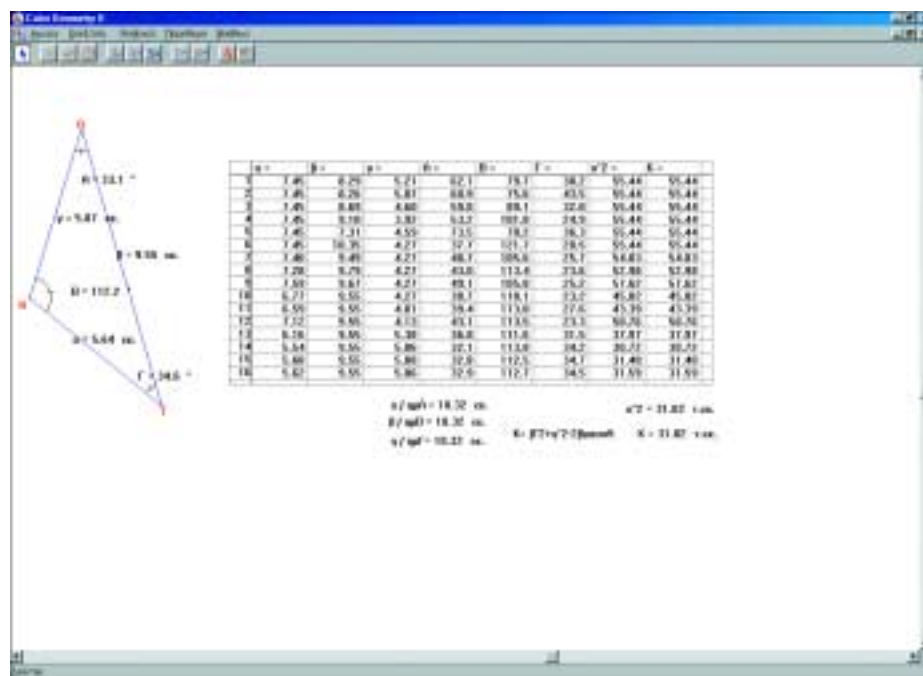
Δραστηριότητα

Στόχος

Η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ πλευρών και τριγωνομετρικών αριθμών τυχαίου τριγώνου.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε τρίγωνο ΑΒΓ, μετρήστε και πινακοποιήστε τις πλευρές του $AB=\gamma$, $B\Gamma=\alpha$, $A\Gamma=\beta$, καθώς και τις γωνίες του Α, Β και Γ.
- Στη συνέχεια υπολογίστε την τιμή των παραστάσεων α^2 και $K = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\cos A$ και πινακοποιήστε τις.
- Μετακινήστε τις κορυφές Α, Β και Γ του τριγώνου ΑΒΓ στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_44

Διερεύνηση

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, διατυπώστε υπόθεση για τον κανόνα ο οποίος μπορεί να συσχετίζει τις παραπάνω παραστάσεις στοιχείων του τριγώνου ΑΒΓ που υπολογίστηκαν.

Υπόθεση

.....
.....
Αφήνετε τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους, συγκεντρώνετε τις υποθέσεις τους και, εάν χρειαστεί, βοηθητικά χρησιμοποιείτε την εξής ερώτηση:

Ποια σχέση φαίνεται να υπάρχει μεταξύ των παραστάσεων α^{\wedge} και $K=\beta^{\wedge}+\gamma^{\wedge}-2\beta\gamma\sin A$ που συνδέουν γωνίες και πλευρές ενός τριγώνου $AB\Gamma$;

Απάντηση

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Κεφάλαιο 9

Γ' Τάξη – Διανύσματα – Πράξεις μεταξύ διανυσμάτων

2 Δραστηριότητες

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

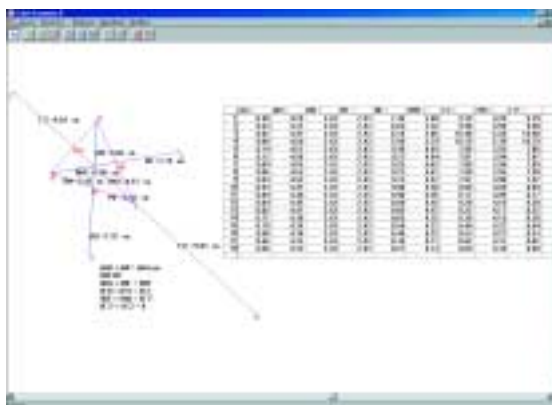
Δραστηριότητα 1

Στόχος

Η κατανόηση της διαφοροποίησης των πράξεων μεταξύ ευθύγραμμων τμημάτων και διανυσμάτων μέσα από γνωστά γεωμετρικά σχήματα.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα διανύσματα \vec{AB} και $\vec{B\Gamma}$, και προσθέστε τα.
- Ονομάστε το άθροισμά τους διάνυσμα \vec{AD} , και μετρήστε το.
- Κατασκευάστε το σημείο τομής του \vec{AD} με τη $B\Gamma$, ονομάστε το M και μετρήστε τα ευθύγραμμο τμήματα BM και $M\Gamma$.
- Κατασκευάστε, επίσης, το ευθύγραμμο τμήμα AM , και μετρήστε το.
- Στη συνέχεια κατασκευάστε τα διανύσματα \vec{BA} και $\vec{B\Gamma}$, και προσθέστε τα.
- Ονομάστε το άθροισμά τους διάνυσμα \vec{BE} , και μετρήστε το.
- Κατασκευάστε το σημείο τομής του \vec{BE} με την $A\Gamma$, και ονομάστε το M_2 .
- Κατασκευάστε, επίσης, το ευθύγραμμο τμήμα BM_2 , και μετρήστε το.
- Επιπλέον, κατασκευάστε τα διανύσματα \vec{GA} και \vec{GB} , και προσθέστε τα.
- Ονομάστε το άθροισμά τους διάνυσμα \vec{GZ} , και μετρήστε το.
- Κατασκευάστε το σημείο τομής του \vec{GZ} με την AB , και ονομάστε το M_3 .
- Κατασκευάστε, επίσης, το ευθύγραμμο τμήμα GM_3 , και μετρήστε το.
- Προσθέστε τα διανύσματα \vec{BE} και \vec{AD} , ονομάστε το άθροισμά τους διάνυσμα $\vec{GZ'}$ και μετρήστε το.
- Πινακοποιήστε τα μεγέθη AD , AM , BM , $M\Gamma$, BE , BM_2 , GZ , GM_3 και GZ' .
- Μετακινήστε τις κορυφές A , B και Γ του τριγώνου $AB\Gamma$ στην οθόνη του υπολογιστή και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_45

Διερεύνηση

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, διατυπώστε υποθέσεις με τις οποίες ενδέχεται να συσχετίζονται οι παραπάνω παραστάσεις στοιχείων του τριγώνου $ABΓ$ που υπολογίστηκαν.

Υπόθεση 1

.....

.....

Υπόθεση 2

.....

.....

Υπόθεση 3

.....

.....

Υπόθεση 4

.....

.....

Υπόθεση 5

.....

.....

Αφήνετε τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους, συγκεντρώνετε τις υποθέσεις τους και, εάν χρειαστεί, βοηθητικά χρησιμοποιείτε τις παρακάτω ερωτήσεις:

- 1) Ποια σχέση φαίνεται να υπάρχει μεταξύ του αθροίσματος δύο διανυσμάτων που ξεκινούν από μία κορυφή ενός τριγώνου και έχουν μήκος ίσο με το μήκος των αντίστοιχων πλευρών του τριγώνου που ξεκινούν από αυτή την κορυφή και περιεχόμενης διαμέσου;

Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Συγκεκριμένα, ζητείται να συμπληρωθούν τα δεύτερα μέλη των ισοτήτων:

$$\delta AB + \delta A\Gamma = \delta A\Delta =$$

$$\delta BA + \delta B\Gamma = \delta BE =$$

$$\delta \Gamma A + \delta \Gamma B = \delta \Gamma Z =$$

$$\delta A\Delta + \delta BE = \delta \Gamma Z' =$$

$$\delta \Gamma Z' + \delta \Gamma Z =$$

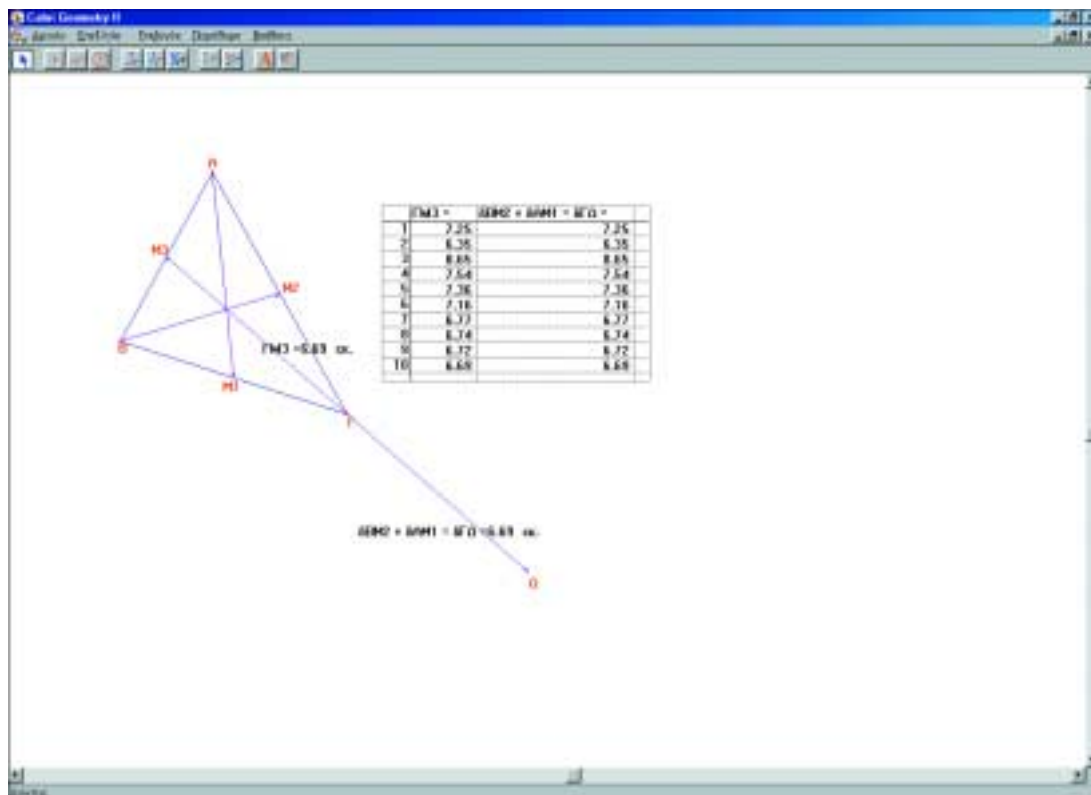
Δραστηριότητα 2

Στόχος

Η κατανόηση της διαφοροποίησης των πράξεων μεταξύ διανυσμάτων από αυτές των αντίστοιχων ευθύγραμμων τμημάτων τους, με βάση το παράδειγμα των διαμέσων ενός τριγώνου θεωρούμενων ως διανύσματα.

Κατασκευή

- Κατασκευάστε τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα μέσα M_1 , M_2 και M_3 των πλευρών του $B\Gamma$, $A\Delta$ και AB αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα διανύσματα AM_1 , BM_2 και ΓM_3 .
- Προσθέστε τα διανύσματα AM_1 και BM_2 ως προς το σημείο Γ και ονομάστε το άθροισμά τους διάνυσμα $\Gamma\Delta$.
- Στη συνέχεια μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα διανύσματα $\Gamma\Delta$ και ΓM_3 .
- Μετακινήστε τις κορυφές του τριγώνου στην οθόνη του υπολογιστή, μετρήστε και πινακοποιήστε αυτόματα τα μεγέθη που προαναφέρθηκαν.



Σχήμα Γ_46

Διερεύνηση

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα τον οποίο προηγουμένως κατασκευάσατε, ποιά υπόθεση μπορείτε να διατυπώσετε;

Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

Αφήνετε τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους, συγκεντρώνετε τις υποθέσεις τους και, εάν χρειαστεί, βοηθητικά χρησιμοποιείτε την ερώτηση:

Μπορείτε να συμπληρώσετε το δεύτερο μέλος της παρακάτω ισότητας;

$$\delta AM_1 + \delta BM_2 + \delta GM_3 =$$

Σε τι διαφέρει το άθροισμα $\delta AM_1 + \delta BM_2 + \delta GM_3$ από το άθροισμα $AM_1 + BM_2 + GM_3$;

.....

.....

Παράρτημα

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΤΑΞΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΚΑΙ ΑΓΓΛΙΚΗ ΟΡΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ	
Σύνταξη – Αγγλικός Όρος	Συνάρτηση – Ελληνικός Όρος
ARCCOS(τιμή), arccos(), acos(), ArcCos()	Τόξο συνημιτόνου
ARGCH(τιμή), argch(), ArgCh()	Τόξο υπερβολικού συνημιτόνου
ARCSIN(τιμή), arcsin(), asin(), ArcSin()	Τόξο ημιτόνου
ARGSH(τιμή), argsh(), ArgSh()	Τόξο υπερβολικού ημιτόνου
ARCTAN(τιμή), arctan(), atan(), ArcTan()	Τόξο εφαπτομένης
ARGTH(τιμή), argth(), ArgTh()	Τόξο υπερβολικής εφαπτομένης
ROUND(τιμή), round(), Round()	Στρογγυλοποίηση (στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό)
SQR(τιμή), sqr(), Sqr(), Sq()	Στο τετράγωνο
COS(τιμή), cos(), Cos()	Συνημίτονο
COSH(τιμή), cosh(), CosH(), ch()	Υπερβολικό συνημίτονο
EXP(τιμή), exp(), Exp()	Εκθέτης ex
Log10(τιμή), Log10(), lg()	Δεκαδικός λογάριθμος
LN(τιμή), ln(), Ln()	Νεπέριος λογάριθμος
MAX(τιμή 1, τιμή 2), max(n1, n2), Max (n1, n2)	Μέγιστη τιμή ενός συνόλου τιμών (n1, n2)
MIN (τιμή 1, τιμή 2), min (n1, n2), Min (n1, n2)	Ελάχιστη τιμή ενός συνόλου τιμών (n1, n2)
Π, Π, PI, pi, Pi	Τιμή του π
CEIL(τιμή), ceil(), Ceil()	Στρογγυλοποίηση προς τα πάνω (στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό)
FLOOR(τιμή), floor(), Floor()	Στρογγυλοποίηση προς τα κάτω (στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό)
10^(τιμή)	Δυνάμεις του 10
SQRT(τιμή), sqrt(), Sqrt(), SqRt(), _	Τετραγωνική ρίζα
SIN(τιμή), sin (), Sin()	Συνημίτονο
SINH(τιμή), sinh(), SinH(), sh()	Υπερβολικό συνημίτονο
TAN(τιμή), tan(), Tan()	Εφαπτομένη
TANH(τιμή), tanh(), TanH(), th()	Υπερβολική εφαπτομένη
ABS(τιμή), abs(), Abs()	Απόλυτη τιμή
Random(), random(), Rand(), rand()	Τυχαίος αριθμός από 0 έως 1
INV	Ορίζει την αντίστροφη συνάρτηση για sin, cos, tan, pi, in, log

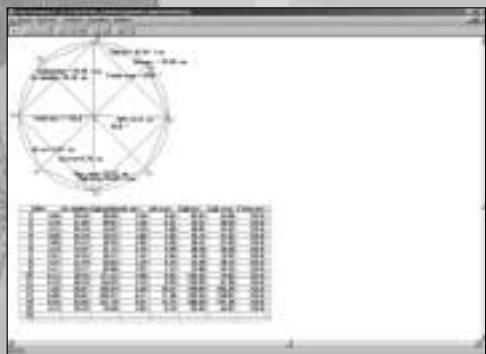
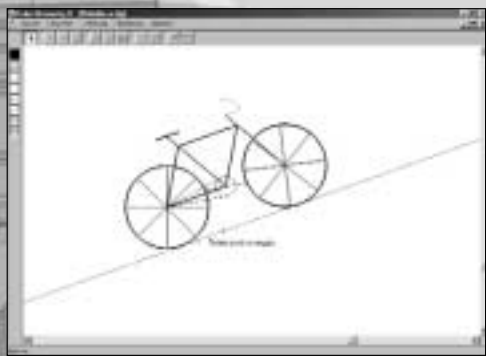
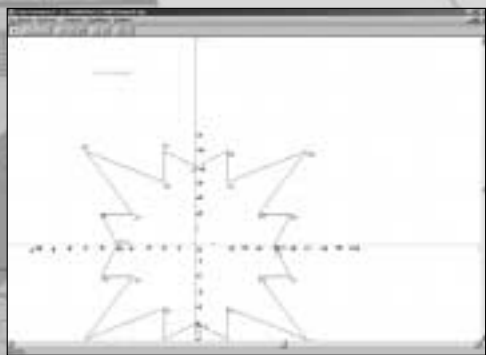
Cabri - geometry II

Το Cabri – geometry II

- είναι ένα δυναμικό περιβάλλον εκπαιδευτικού λογισμικού που υποστηρίζει την ανάπτυξη μιας διερευνητικής προσέγγισης στη διδασκαλία και στη μάθηση της γεωμετρίας.
- διαθέτει στοιχεία υψηλής αλληλεπίδρασης.
- αποτελεί ένα ανοικτό περιβάλλον μάθησης το οποίο διαθέτει εργαλεία στο μαθητή προκειμένου να μπορεί να επιλύει προβλήματα.
- υποστηρίζει τη διεπιστημονική προσέγγιση στη μάθηση της γεωμετρίας.

Με το Cabri – geometry II μπορείτε

- να δημιουργήσετε και να αποθηκεύσετε στον υπολογιστή σας μακροκατασκευές για σημαντικές ή συχνά επαναλαμβανόμενες γεωμετρικές κατασκευές.
- να καταρτίσετε λίστα περιεχομένων, η οποία θα περιλαμβάνει τα θέματα στα οποία επιθυμείτε να επικεντρώσετε το ενδιαφέρον σας.
- να διερευνήσετε τις γεωμετρικές ιδιότητες για υποθέσεις ασκήσεων που βασίζονται στα πέντε ευκλείδια αξιώματα.
- να προσδιορίσετε γραφικά γεωμετρικούς τόπους.
- να αναδείξετε τα δυναμικά χαρακτηριστικά των σχημάτων με υλικό animation.
- να εκτυπώσετε επιφάνεια σχεδίου 8 1/2*11.



Το λογισμικό **Cabri geometry II** εξελληνίστηκε και διανέμεται αρχικά για χρήση στα Γυμνάσια, Λύκεια και ΤΕΕ που συμμετέχουν στην **Οδύσσεια** – «Ελληνικά Σχολεία στην Κοινωνία της Πληροφορίας», το εθνικό πρόγραμμα που αφορά στην παιδαγωγική ένταξη των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και Επικοινωνίας (ΤΠΕ) σε όλο το εύρος του εκπαιδευτικού συστήματος, και είναι αποτέλεσμα μακροχρόνιου σχεδιασμού και υλοποίησης (1996-2001). Το 2001 στα 385 σχολεία της **Οδύσσειας** καθηγητές όλων των ειδικοτήτων αξιοποιούν υπολογιστές και δίκτυα στην κύρια καθημερινή σχολική δραστηριότητά τους. Στο **Σχολικό Εργαστήριο της Κοινωνίας της Πληροφορίας** υποστηρίζεται η διδασκαλία όλων των μαθημάτων με διάφορες εκπαιδευτικές δραστηριότητες. Στο Γ' ΚΠΣ προβλέπεται η χρηματοδότηση νέων δράσεων που στοχεύουν στην αξιοποίηση των ΤΠΕ στο σύνολο των Ελληνικών σχολείων.



Ελληνικά
Σχολεία
στην
Κοινωνία
της
Πληροφορίας

Η Οδύσσεια περιλαμβάνει:

– μεταπτυχιακή εκπαίδευση 95 επιμορφωτών (καθηγητές όλων των ειδικοτήτων) σε εξειδικευμένα ετήσια πανεπιστημιακά προγράμματα, οι οποίοι αναλαμβάνουν τη

– διαρκή **ενδοσχολική επιμόρφωση** των 5.500 εκπαιδευτικών που υπηρετούν στα σχολεία της **Οδύσσειας** -και όχι μόνο- ώστε να μπορούν να αξιοποιήσουν το

– διερευνητικό, διαθεματικό **εκπαιδευτικό λογισμικό** (48 πακέτα αναπτύχθηκαν εξ αρχής και 14 διεθνώς καταξιωμένα προϊόντα προσαρμόστηκαν) για όλες τις τάξεις Γυμνασίου και Λυκείου και τις διάφορες ειδικότητες καθηγητών. Το εκπαιδευτικό λογισμικό αξιοποιείται στα

– 385 σχολεία με **σχολικά εργαστήρια** (με τοπική και εξ αποστάσεως τεχνική υποστήριξη), δικτυωμένα στο **Πανελλήνιο Σχολικό Δίκτυο**.

Ο εξελληνισμός και η προσαρμογή του εκπαιδευτικού λογισμικού **Cabri geometry II** στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα υλοποιήθηκε στο πλαίσιο της **Κίρκης**, έργο της Δράσης II: «Εκπαιδευτικό λογισμικό» της **Οδύσσειας**. Η δημόσια χρηματοδότηση της προσαρμογής εξασφαλίζει ότι η τιμή πώλησης του παρόντος λογισμικού στην Ελληνική αγορά δεν υπερβαίνει την αντίστοιχη στη διεθνή αγορά.

Η Οδύσσεια χρηματοδοτείται από το Επιχειρησιακό Πρόγραμμα Εκπαίδευσης και Αρχικής Επαγγελματικής Κατάρτισης (ΕΠΕΑΕΚ, Β' και Γ' ΚΠΣ) και το Επιχειρησιακό Πρόγραμμα Κοινωνίας της Πληροφορίας του Γ' ΚΠΣ, του Υπουργείου Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων (Επιβλεψη: Διευθύνσεις Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και Κοινωνικού Παισίου Στήριξης του ΥΠΕΠΘ. Πιστοποίηση: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο). Ο σχεδιασμός, η επιστημονική τεχνική στήριξη, ο συντονισμός και η διοικητική και οικονομική διαχείριση γίνονται από το Ερευνητικό Ακαδημαϊκό Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών (Ε.Α. ΠΥ).

Στην υλοποίηση της **Οδύσσειας** συμμετέχουν πάνω από 1000 επιστήμονες, παιδαγωγοί, μηχανικοί και διοικητικοί υπάλληλοι, που εργάζονται σε 57 πανεπιστημιακά τμήματα, 53 εταιρίες και 18 μουσεία, ιδρύματα και ερευνητικά κέντρα.

ΦΟΡΕΙΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ



ΑΝΑΘΟΧΟΙ ΦΟΡΕΙΣ



Κέντρο Πληροφόρησης Οδύσσειας:

Infodesk.Odyseia@cti.gr – <http://Odyseia.cti.gr/irkil/>