

Έρευνα: Μοντελοποίηση του προβλήματος μιας σκάλας

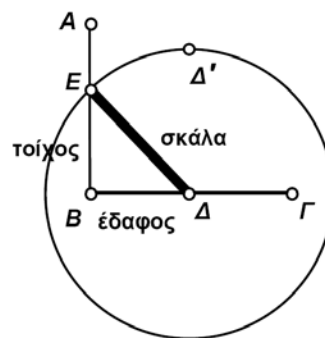
Ονοματεπώνυμο(α): _____

Η σχεδίαση διαγραμμάτων αποτελεί μια χρήσιμη μέθοδο για την επίλυση πολλών ειδών ρεαλιστικών προβλημάτων. Τα δυναμικά διαγράμματα μπορούν να είναι ακόμη πιο χρήσιμα. Εδώ παρουσιάζουμε ένα πρόβλημα το οποίο μπορεί να λυθεί μέσω ενός σχεδίου του Sketchpad:

Εάν στηρίξετε μια σκάλα σε έναν τοίχο έτσι ώστε η γωνία που σχηματίζει με το έδαφος να είναι μικρότερη των 45 μοιρών, διατρέχετε τον κίνδυνο ολίσθησης της βάσης της σκάλας. Εάν η γωνία είναι μεγαλύτερη των 75 μοιρών, η σκάλα ίσως ανατραπεί προς τα πίσω. Ποιο είναι το ύψος από το έδαφος του χαμηλότερου και του ψηλότερου παραθύρου στο οποίο μπορείτε να φτάσετε με μια σκάλα μήκους 6,1 μέτρα;

Σχέδιο

- Βήμα 1: Κατασκευάστε κατακόρυφα και οριζόντια ευθύγραμμοι τμήματα AB και BG (κρατώντας πατημένο το Shift) και επεξεργαστείτε τις ετικέτες τους, δίνοντας σε αυτά τα ονόματα τοίχος και έδαφος.
- Βήμα 2: Κατασκευάστε το σημείο Δ στο έδαφος. Το Δ είναι το σημείο στήριξης της σκάλας στο έδαφος.
- Βήμα 3: Μεταφέρετε το σημείο Δ κατά δύο ίντσες προς κάθε κατεύθυνση. Οι δύο ίντσες παριστάνουν το μήκος της σκάλας, άρα η κλίμακα σχεδίασης είναι 1 εκατοστό = 1,2 μέτρα.
- Βήμα 4: Κατασκευάστε τον κύκλο με ακτίνα το ΔΔ'.
- Βήμα 5: Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ, όπου Ε το σημείο τομής του κύκλου ΔΔ' με τον τοίχο. Ίσως χρειαστεί πρώτα να μετακινήσετε το σημείο Δ έτσι ώστε ο κύκλος και ο τοίχος να τέμνονται. Το τμήμα ΔΕ παριστάνει τη σκάλα. (Επεξεργαστείτε την ετικέτα του.) Το μήκος του δεν μπορεί να μεταβληθεί, διότι η ακτίνα του κύκλου έχει σταθερό μήκος δύο ιντσών.
- Βήμα 6: Αποκρύψτε τον κύκλο και το σημείο Δ'.



Έρευνα

Μετρήστε τη γωνία ΕΔΒ και την απόσταση μεταξύ Ε και Β (το τμήμα ΕΒ παριστάνει το ύψος του τοίχου στο οποίο θα φτάσετε με τη σκάλα). Μετακινήστε το σημείο Δ εμπρός πίσω κατά μήκος του εδάφους και χρησιμοποιήστε τις μετρήσεις σας ώστε να απαντήσετε στο παραπάνω πρόβλημα. Γράψτε τις απαντήσεις σας:

Τώρα σε μια ξεχωριστή σελίδα γράψτε ένα ή περισσότερα προβλήματα που μπορούν να μοντελοποιηθούν με αυτό το σχέδιο.

Έρευνα: Μοντελοποίηση του προβλήματος μιας σκάλας (συνέχεια)

Παρουσίαση των ευρημάτων σας

Συζητήστε τα αποτελέσματά σας με τον ή τους συμμαθητές σας. Προκειμένου να παρουσιάσετε τα ευρήματά σας, μπορείτε να εκτυπώσετε ένα σχέδιο με λεζάντα, το οποίο θα εμφανίζει το μοντέλο σας στις δύο καταστάσεις που λύνουν το πρόβλημα. Βεβαιωθείτε ότι παρουσιάσατε τις μετρήσεις που εκφράζουν οι απαντήσεις σας.

Περαιτέρω εξερεύνηση

1. Προσπαθήστε να χρησιμοποιήσετε το Sketchpad ώστε να μοντελοποιήσετε άλλα ρεαλιστικά προβλήματα. Ποια είναι η τροχιά ενός δοχείου μπογιάς στο μέσο το οποίο πέφτει καθώς το σημείο στήριξης της σκάλας ολισθαίνει στο έδαφος; Κατασκευάστε το μέσο της σκάλας και, ενόσω είναι επιλεγμένο, επιλέξτε τη Σχεδίαση ίχνους σημείου από το μενού Προβολή. Προσθέστε κίνηση στο σημείο Δ κατά μήκος του τμήματος ΒΓ.
2. Μετρήστε την απόσταση μεταξύ του σημείου στήριξης της σκάλας στο έδαφος και του τοίχου (ΔΒ) καθώς και το ύψος (ΕΒ) της σκάλας. Επιλέξτε αυτές τις μετρήσεις και την εντολή Αποτύπωση με (x, y) από το μενού Μέτρηση. Μεταφέρετε το σημείο στήριξης της σκάλας στο έδαφος. Τι είδους γράφημα προκύπτει; Εάν απομακρύνετε από τον τοίχο αυτό το σημείο στήριξης με σταθερό ρυθμό, θα έχει η πτώση της κορυφής της σκάλας επίσης σταθερό ρυθμό; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Έρευνα: Μοντελοποίηση του προβλήματος μιας σκάλας (σ. 72)

Προαπαιτούμενα: Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν την έννοια της γωνίας.

Χρόνος στην τάξη: 30 λεπτά.

Οδηγίες κατασκευής

Βήμα 1 Κατασκευάστε μια ευθεία κάθετη στο τμήμα AB και κατόπιν κατασκευάστε την ΒΓ πάνω σε αυτό ή απλώς διατηρήστε πατημένο το Shift ενόσω κατασκευάζετε τα ευθύγραμμα τμήματα ώστε να εξασφαλίσετε ότι είναι κατακόρυφα και οριζόντια.

Βήμα 2 Βεβαιωθείτε ότι ως μονάδες μήκους έχουν επιλεγεί τα εκατοστά στις Προτιμήσεις. Στο παράδειγμα το σημείο Δ μεταφέρθηκε κατά 5,08 εκατοστά με πολικές συντεταγμένες 90° .

Έρευνα/Εικασία

Οι προσεγγιστικές λύσεις που παρέχει το Sketchpad είναι 3,6 εκατοστά (0,36 μέτρα) για μια γωνία 45° και 4,9 εκατοστά (0,49 μέτρα) για μια γωνία 75° . Ωστόσο, οι μαθητές πρέπει να προχωρήσουν πέρα από την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος. Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές επινοούν δικά τους προβλήματα και ενθαρρύνετε τους στην κατασκευή μοντέλων για διαφορετικά προβλήματα.

Περαιτέρω εξερεύνηση

1. Δείτε το αρχείο *Δραστηριότητες\Πτώση σκάλας.gsp* για μια τρισδιάστατη θεώρηση του προβλήματος. Εάν οι μαθητές σχεδιάσουν το ίχνος της τροχιάς ενός δοχείου μπογιάς στο μέσο θα διαπιστώσουν ότι διαγράφει ένα τεταρτοκύκλιο. Τι συμβαίνει όταν το σημείο δε βρίσκεται στο μέσο;
2. Το γράφημα της απόστασης της σκάλας από τον τοίχο ως προς το ύψος στον τοίχο είναι ένα τεταρτοκύκλιο με κέντρο στην αρχή των αξόνων. Αυτό σημαίνει ότι, καθώς το σημείο στήριξης της σκάλας στο έδαφος απομακρύνεται από τον τοίχο, η κορυφή της σκάλας αρχίζει βαθμιαία να πέφτει. Όμως, όσο το σημείο στήριξης απομακρύνεται από τον τοίχο, τόσο ταχύτερα πέφτει η κορυφή της σκάλας.