



## **Θέμα μελέτης 2: Ατυχήματα: ασφαλής διέλευση και οδήγηση**

### **2.2.1. Το εκπαιδευτικό σενάριο και η παιδαγωγική του τεκμηρίωση**

Θέμα του σεναρίου αποτελεί ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα της σύγχρονης ζωής, τα οδικά ατυχήματα. Οι μαθητές καλούνται να ασχοληθούν ιδιαίτερα με την ασφάλεια της κυκλοφορίας στους δρόμους, μέσα από δύο οπτικές: του πεζού και του οδηγού.

Οι κλάσεις δραστηριοτήτων που αναπτύχθηκαν για αυτό το θέμα αφορούν στο Γυμνάσιο και έχουν ως εξής:

**Κλάσεις δραστηριοτήτων διερεύνησης:** Αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει πέντε συνολικά κλάσεις δραστηριοτήτων, δύο με θέμα την οπτική του πεζού και τρεις με θέμα την οπτική του οδηγού.

Στην περίπτωση του πεζού και σύμφωνα με την προβληματική του σεναρίου, οι μαθητές καλούνται να μελετήσουν τους παράγοντες που εγγυώνται την ασφαλή διέλευση ενός δρόμου από ένα πεζό και στη συνέχεια να διαμορφώσουν, σε συνεργασία με την ομάδα τους, έναν οδηγό «Ασφαλούς Διέλευσης ενός Δρόμου» για ένα τοπικό διαγωνισμό που έχει στόχο την πρόληψη των ατυχημάτων.

Από τις δύο κλάσεις δραστηριοτήτων με αυτό το θέμα, η μία αφορά στην Α' Γυμνασίου και η άλλη στις Β' + Γ' Γυμνασίου.

Για την περίπτωση του οδηγού, το σενάριο επικεντρώνεται στην ασφαλή οδήγηση και περιλαμβάνει δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος, ο μαθητής καλείται να εντοπίσει τους παράγοντες που επηρεάζουν την ασφαλή οδήγηση, ενώ στο δεύτερο μέρος τον τρόπο που οι παράγοντες αυτοί αλληλεπιδρούν. Η καθεμία από τις τρεις κλάσεις δραστηριοτήτων με αυτό το θέμα απευθύνεται σε μία διαφορετική τάξη του Γυμνασίου και περιλαμβάνει δραστηριότητες που αφορούν και στα δύο μέρη που αναφέρθηκαν παραπάνω.



**Κλάσεις Έκφρασης:** Για αυτήν την κατηγορία αναπτύχθηκαν δύο κλάσεις, μία για την Α' Γυμνασίου και μία για τις Β' + Γ' Γυμνασίου. Σε καθεμία από αυτές τις κλάσεις ζητείται από τους μαθητές να υποθέσουν ότι συμμετέχουν σε ένα διαγωνισμό συγκρότησης ενός οδηγού καλής οδικής συμπεριφοράς, που οργανώνεται από το Υπουργείο Δημόσιας Τάξης και στοχεύει στην καλύτερη ενημέρωση των μαθητών των σχολείων της χώρας. Για να συγκροτήσουν αυτόν τον οδηγό, ανατίθεται στους μαθητές η μελέτη του θέματος της ασφαλούς κυκλοφορίας τόσο των οχημάτων (οδηγός) όσο και των πεζών.

Οι επιμέρους δραστηριότητες των κλάσεων διερεύνησης και έκφρασης ζητούν από τους μαθητές να εργαστούν ατομικά ή σε μια ομάδα και, χρησιμοποιώντας όποιες πηγές επιθυμούν (π.χ., ηλεκτρονικές διευθύνσεις, άρθρα από εφημερίδες, έντυπα με στατιστικά δεδομένα), να διερευνήσουν τα διάφορα ερωτήματα που τίθενται. Τα ερωτήματα αυτά, κατευθύνοντάς τους προοδευτικά από τον ποιοτικό στον ημι-ποσοτικό και τέλος στον ποσοτικό συλλογισμό, επιχειρούν να τους οδηγήσουν στην κατανόηση της διαδικασίας μοντελοποίησης και του τρόπου με τον οποίο οι εμπλεκόμενες μαθηματικές ιδέες εξυπηρετούν αυτήν τη διαδικασία. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, αυτές οι μαθηματικές ιδέες αφορούν κυρίως στις έννοιες της **μεταβλητής** και των **σχέσεων** (συναρτήσεις, εξισώσεις) της μορφής **ψ=αx+β**, **ψ=αx<sup>2</sup>+βx+γ** και **ψ=a/x**.

Η παραπάνω προσέγγιση μπορεί να στηρίξει αποτελεσματικά την κατασκευή ή την ανακατασκευή του σχετικού μαθηματικού νοήματος από τους μαθητές, καθώς τους προσφέρει τη δυνατότητα:

- ενασχόλησης με τις μαθηματικές ιδέες σε ένα ευέλικτο, δυναμικό και συνδεδεμένο με την πραγματικότητα περιβάλλον,
- έκφρασης των μαθηματικών ιδεών με ποικίλα μέσα (με εικόνες, γραφικά και συμβολικά) και αξιολόγησης αυτών των μέσων ως προς το είδος της πρόσβασης και του ελέγχου που επιτρέπουν στη συμπεριφορά και στην αλληλεπίδραση των μαθηματικών ιδεών,



- εργαλειοποίησης των μαθηματικών οντοτήτων για την κατασκευή μοντέλων (απλουστεύσεων) της καθημερινότητας, έτσι ώστε να κατανοηθεί η πολυπλοκότητά της και στη συνέχεια να τεθεί υπό έλεγχο,
- διεπιστημονικής προσέγγισης της μαθηματικής γνώσης, με την αξιοποίηση γνώσεων των φυσικών επιστημών (κινηματική).

Ένα τέτοιο περιβάλλον μάθησης επιτρέπει στους μαθητές:

- να συνειδητοποιήσουν τη χρησιμότητα, καθώς και τη λειτουργικότητα των μαθηματικών ιδεών στην καθημερινή ζωή,
- να κατανοήσουν τη συμπεριφορά τους κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες,
- να διαπιστώσουν τον τρόπο που οι μαθηματικές ιδέες συνδέονται και αλληλεπιδρούν, για να δώσουν λύσεις σε ουσιαστικά ερωτήματα (μακροπρόθεσμα, να εκτιμήσουν τον τρόπο με τον οποίο οι μαθηματικές οντότητες «συνεργάζονται» για να προσφέρουν μιαν αποτελεσματική θεώρηση του κόσμου – τη μαθηματική / ποσοτική)
- να αναπτύξουν στρατηγικές επίλυσης τόσο μαθηματικών όσο και καθημερινών προβλημάτων
- να αναπτύξουν διάφορες ικανότητες, όπως αντίληψης χώρου, εφαρμογής γενικών αρχών, εργασίας με αφηρημένες ποσότητες, χρήσης συμβόλων, και δεξιότητες, όπως εφαρμογής κανόνων και εκτέλεσης υπολογιστικών αλγορίθμων, οι οποίες χαρακτηρίζουν τη μαθηματική σκέψη.

### 2.2.2. Οι μαθηματικές ιδέες που εμπλέκονται στη μοντελοποίηση: η θέση τους στο Πρόγραμμα Σπουδών και στην κλάση δραστηριοτήτων

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, από μαθηματική άποψη, η βασική εστίαση των κλάσεων δραστηριοτήτων με αυτήν τη θεματική εντοπίζεται στις έννοιες της μεταβλητής, της εξίσωσης και της συνάρτησης (σχέσεων). Πιο συγκεκριμένα,



οι έννοιες της μεταβλητής και των γραμμικών εξισώσεων και συναρτήσεων έχουν κυρίαρχη παρουσία σε όλες τις κλάσεις, ενώ οι κλάσεις με θέμα την ασφαλή οδήγηση περιλαμβάνουν και τη μελέτη εξισώσεων 2ου βαθμού και συναρτήσεων της μορφής  $\psi = ax^2 + bx + c$  και  $\psi = a/x$ . Στην περίπτωση των εξισώσεων, η έμφαση βρίσκεται στην κατασκευή, στην κατανόηση και στην επίλυσή τους, ενώ σε ό,τι αφορά στις συναρτήσεις, στη συμβολική τους αναπαράσταση και στη μελέτη τους με ιδιαίτερη αναφορά στη γραφική τους παράσταση.

Ωστόσο, στη διεκπεραίωση των επιμέρους δραστηριοτήτων των κλάσεων εμπλέκονται και μια σειρά από άλλες μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες, οι οποίες είναι:

- πράξεις με ρητούς αριθμούς
- λόγος και αναλογία
- ρυθμός μεταβολής
- αναπαράσταση, επεξεργασία και ερμηνεία ποσοτικών δεδομένων
- επίλυση προβλήματος και λήψη αποφάσεων

Για τη θέση των παραπάνω μαθηματικών ιδεών στο ΠΣ και στις κλάσεις δραστηριοτήτων ισχύουν όσα αναφέρονται και στην ενότητα 2.1.2, όπου παρουσιάζονται τα αντίστοιχα θέματα από το σενάριο «Προγραμματίζοντας ένα ταξίδι».

Σχετικά με τις διδακτικές ώρες που θα χρειαστούν για την ολοκλήρωση των κλάσεων δραστηριοτήτων, αυτές έχουν ως εξής:

- Κλάσεις διερεύνησης- ασφαλής διέλευσης: 3-6 διδακτικές ώρες.
- Κλάσεις διερεύνησης – ασφαλής οδήγησης: 4-7 διδακτικές ώρες.
- Κλάσεις έκφρασης: 2-4 διδακτικές ώρες.

Φυσικά, η ποικιλότητα των διδακτικών στόχων, το επίπεδο της τάξης και ο υποστηρικτικός χαρακτήρας αυτών των κλάσεων δραστηριοτήτων προς το κανονικό πρόγραμμα διδασκαλίας των μαθηματικών, καθιστούν προφανές το γεγονός ότι ο εκπαιδευτικός είναι εκείνος που θα αποφασίσει για την έκταση



και την εμβάθυνση που θα επιχειρηθεί με τις συγκεκριμένες κλάσεις δραστηριοτήτων.

### **2.2.3. Οι μαθηματικές ιδέες που εμπλέκονται στη μοντελοποίηση: δεδομένα της έρευνας για τη μάθηση και τη διδασκαλία**

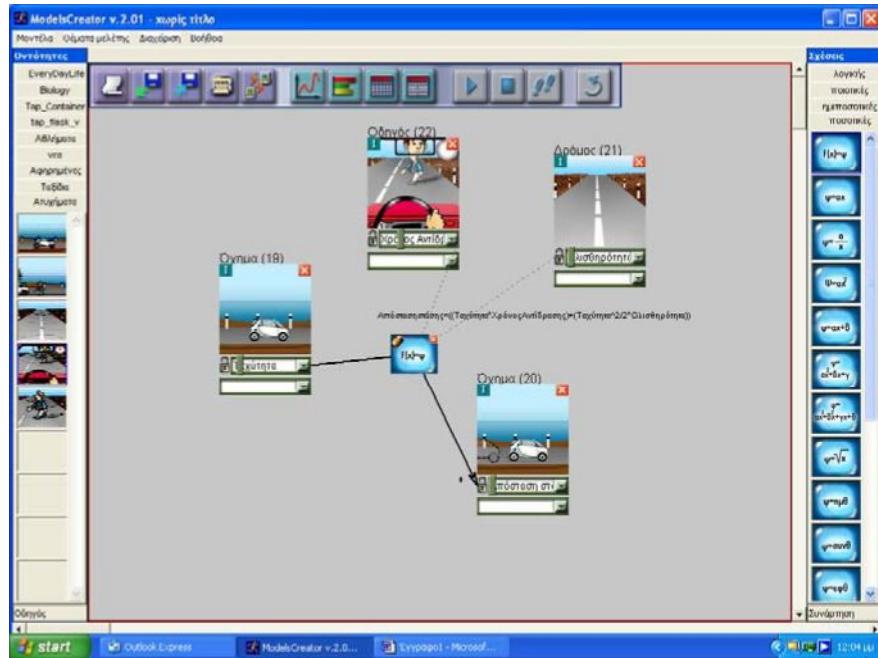
Για τον τρόπο που αξιοποιήθηκαν τα ερευνητικά δεδομένα της διεθνούς και ελληνικής βιβλιογραφίας στη θεώρηση των μαθηματικών ιδεών, στις οποίες εστιάζεται η συγκεκριμένη προσέγγιση, ισχύουν όσα αναφέρονται στην αντίστοιχη ενότητα 2.1.3 του θέματος «Προγραμματίζοντας ένα ταξίδι». Θα πρέπει, βέβαια, να σημειωθεί ότι στην περίπτωση των εξισώσεων και των συναρτήσεων, στις κλάσεις με θέμα τα ατυχήματα, περιλαμβάνονται και αυτές του 2ου βαθμού και της μορφής  $\psi = ax^2 + bx + c$  και  $\psi = a/x$ , αντίστοιχα.

### **2.2.4. Το περιβάλλον μοντελοποίησης: χαρακτηριστικά λειτουργίας και διδακτικές πρακτικές**

Ο πίνακας παρακάτω παρουσιάζει τις οντότητες που εμπλέκονται στα μοντέλα του συγκεκριμένου θέματος, τις ιδιότητες και τις τιμές τους, ενώ το σχεδιάγραμμα που ακολουθεί αφορά σε ένα παράδειγμα τέτοιου μοντέλου.

**Πίνακας 2.2.1** Οντότητες που αφορούν στα μοντέλα με θέμα «Ατυχήματα».

<b>ΟΝΤΟΤΗΤΕΣ</b>	<b>ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ</b>	<b>ΤΙΜΕΣ</b>
<b>Οδηγός</b>	Χρόνος αντίδρασης	0,5 - 2 sec
<b>Δρόμος</b>	Ολισθηρότητα	Στεγνός - Παγωμένος (1 - 8 m/sec <sup>2</sup> )
<b>Όχημα</b>	Ταχύτητα Απόσταση στάσης	30 - 140 χλμ / ώρα 72 - 857 μέτρα
<b>Ατύχημα</b>	Ταχύτητα πρόσκρουσης	12 - 115 χλμ
<b>Πεζός</b>	Απόσταση από όχημα Ταχύτητα κίνησης	5 - 35 μέτρα 0,5 - 3 μέτρα ανά sec



**Σχεδιάγραμμα 2.2.1 Παράδειγμα ενός μοντέλου ατυχημάτων**

## 2.2.5. Διδακτικές προτάσεις κατά επιμέρους δραστηριότητα

Παρακάτω, για κάθε επιμέρους δραστηριότητα των κλάσεων διερεύνησης καταρχήν και έκφρασης στη συνέχεια, περιγράφονται οι στόχοι και διατυπώνονται κάποιες προτάσεις διδακτικού χαρακτήρα.

Η τάξη, στην οποία απευθύνονται οι επιμέρους δραστηριότητες, αναφέρεται μόνο όταν αυτές περιλαμβάνονται αποκλειστικά στην κλάση για αυτήν την τάξη (οι επιμέρους δραστηριότητες δεν αλλάζουν ουσιαστικά από τάξη σε τάξη, παρά μόνο με την έννοια ότι γίνονται συνθετότερες όσο μεγαλώνει η τάξη και περιλαμβάνουν, εκτός των αριθμητικών, την κατασκευή και μελέτη και αλγεβρικών προτάσεων). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι όλες οι επιμέρους



δραστηριότητες, ανεξάρτητα από τη δυνατότητα που προσφέρουν για επεξεργασία συγκεκριμένων μαθηματικών ιδεών, στοχεύουν και στην ανάπτυξη δεξιοτήτων και ικανοτήτων επίλυσης προβλήματος από τους μαθητές, στην εξάσκηση στη λήψη αποφάσεων και στην εξοικείωση με τις διαδικασίες ανάλυσης δεδομένων.

### **(α) Κλάσεις δραστηριοτήτων διερεύνησης**

#### **Ασφαλής διέλευση δρόμου**

##### **Δραστηριότητα 1**

**Στόχος:** Οι μαθητές να εντοπίσουν και να ιεραρχήσουν τις μεταβλητές που επιδρούν στην ασφαλή διέλευση ενός δρόμου, καθώς και το είδος των αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους.

**Διδακτικές προτάσεις:** Ενθαρρύνετε τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν διάφορες πηγές, για να προσδιορίσουν τους παράγοντες που ζητούνται και τη βαρύτητά τους για την ασφαλή διέλευση ενός δρόμου. Χρησιμοποιήστε ερωτήσεις προσανατολισμού του τύπου «σκεφτείτε πώς διαφέρει ένας μεγάλης από ένας μικρής κυκλοφορίας δρόμος και τι συνέπειες έχει αυτό στην ασφαλή διέλευση του πεζού» ή οργάνωσης όπως «ίσως θα ήταν καλή ιδέα να κρατήσει κάποιος σημειώσεις για τις απαντήσεις σας στην 1β και, στη συνέχεια, με βάση αυτές τις σημειώσεις να κάνετε τις απαραίτητες διορθώσεις στον πίνακα που συμπληρώσατε στην 1α».

##### **Δραστηριότητα 2**

**Στόχος:** Να δοθεί η δυνατότητα στους μαθητές α) να διερευνήσουν το μοντέλο και τη λειτουργία του, β) να εκτιμήσουν την αξία του στη συστηματικότερη μελέτη της κατάστασης από ημι-ποσοτική και ποσοτική άποψη και γ) να διαπιστώσουν τον τρόπο που οι σχετικές μαθηματικές ιδέες αναδεικνύονται μέσα από τα α) και γ) αλλά και τα εξυπηρετούν.

**Διδακτικές προτάσεις:** Υποστήριξη και ενθάρρυνση σε γνωστικό επίπεδο (έννοιες των μαθηματικών και της μοντελοποίησης, καθώς και σχετικές διαδικασίες) και σε επίπεδο αλληλεπίδρασης. Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές



κατανοούν όρους, όπως «απόσταση ασφαλείας», και προτρέψτε τους να χρησιμοποιήσουν, αν χρειαστεί, διαγράμματα..

### **Δραστηριότητα 3**

**Στόχος:** Οι μαθητές α) να εμπλακούν σε διαδικασίες σύνθεσης πληροφοριών, κριτικής τους θεώρησης και λήψης αποφάσεων με βάση το μοντέλο και β) να εκφράσουν πρώτα λεκτικά και στη συνέχεια αλγεβρικά τις σχέσεις που έχουν εντοπίσει και να εκτιμήσουν τη σκοπιμότητα και το ρόλο της συμβολικής αναπαράστασης της σχέσης στη μελέτη της κατάστασης.

**Διδακτικές προτάσεις:** Δώστε έμφαση στη μετάβαση από τη λεκτική αναπαράσταση στη συμβολική και στη λειτουργικότητα της μίας έναντι της άλλης σε ό,τι αφορά στη μελέτη της συμπεριφοράς των μεταβλητών. Για αυτόν το σκοπό, χρησιμοποιήστε ερωτήσεις του τύπου:

- «ος τι διαφέρει η λεκτική από τη συμβολική αναπαράσταση;»,
- «τι θα συμβεί, αν .....
- «ποια αναπαράσταση μας βοηθάει να καταλάβουμε καλύτερα τι γίνεται και γιατί;»
- «αν αντί ... , είχατε...., πώς θα περιγράφατε τη σχέση με λόγια και πώς με σύμβολα;».

### **Δραστηριότητα 4**

**Στόχος:** Η μελέτη της συμπεριφοράς του μαθηματικού μοντέλου μέσα από τη χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων, ώστε να μπορέσουν οι μαθητές να αντιληφτούν τη δυναμική των σχέσεων και το ρόλο των αναπαραστάσεων στην κατανόησή τους.

**Διδακτικές προτάσεις:** Ενθαρρύνετε τους μαθητές να παρουσιάσουν και να συζητήσουν τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκαν σε όλη την τάξη, αιτιολογώντας κάθε φορά τις επιλογές τους. Δώστε ιδιαίτερη προσοχή στη διατύπωση και στον έλεγχο των συμπερασμάτων.



## Ασφαλής οδήγηση

### Δραστηριότητα 1

**Στόχος:** Να αναγνωρίσουν οι μαθητές τις μεταβλητές ασφαλούς οδήγησης και να εστιάσουν την προσοχή τους στο ρόλο των μεταβλητών «χρόνος» και «ταχύτητα», καθώς και της αλληλεπίδρασής τους, στην ασφαλή οδήγηση, μέσα από μια απλή περίπτωση κίνησης οχήματος.

**Διδακτικές προτάσεις:** Ενθαρρύνετε τους μαθητές να κάνουν υποθέσεις και να τις ελέγχουν, εφαρμόζοντας τον τύπο. Χρησιμοποιήστε ερωτήσεις προσανατολισμού του τύπου:

- «μήπως θα ήταν σημαντικό να ελέγξετε...»
- «τι θα συμβεί, αν ...»
- «συγκρίνετε την απάντησή σας με αυτήν της διπλανής σας ομάδας, για να δείτε αν συμφωνείτε ή όχι».

### Δραστηριότητα 2

**Στόχος:** Οι μαθητές να εντοπίσουν τους παράγοντες που επηρεάζουν γενικά την κίνηση ενός οχήματος, καθώς και τη βαρύτητα του καθενός από αυτούς, χρησιμοποιώντας μαθηματικά εργαλεία.

**Διδακτικές προτάσεις:** Όπως και στην προηγούμενη δραστηριότητα.. Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές κατανοούν τους όρους που χρησιμοποιούνται, όπως «απόσταση αντίδρασης», και ενθαρρύνετε τους να χρησιμοποιήσουν διαγράμματα για να διευκολυνθούν.

### Δραστηριότητα 3

**Στόχος:** Να συνθέσουν οι μαθητές σε ένα όλο τις γνώσεις που έχουν αποκομίσει από τις προηγούμενες δραστηριότητες, να αναπαραστήσουν αυτήν τη σύνθεση με διάφορους τρόπους και, με τη χρησιμοποίηση του



μοντέλου, να διερευνήσουν τη συμπεριφορά της και να προσδιορίσουν τη χρησιμότητα των διαφόρων αναπαραστάσεων σε αυτήν τη διερεύνηση.

**Διδακτικές προτάσεις:** Όπως στις προηγούμενες δύο δραστηριότητες. Ιδιαίτερα, ενθαρρύνετε τους μαθητές να διατυπώσουν με σαφήνεια τα συμπεράσματά τους, να τα εξηγήσουν και να τα συζητήσουν με τους συμμαθητές τους. Προς την κατεύθυνση αυτή, θα ήταν χρήσιμες παρεμβάσεις του τύπου:

- «Πώς αποφασίσατε ότι ....»
- «Τι θα συνέβαινε, αν..»
- «Πώς επηρέασε την απόφασή σας ....»

### **Δραστηριότητες 4 και 5**

**Στόχος:** Να επεξεργαστούν οι μαθητές τη συμπεριφορά του μοντέλου κάτω από διαφορετικές συνθήκες, που «επιβάλλουν» τη χρησιμοποίηση διαφόρων μαθηματικών ιδεών και να διαπιστώσουν τη λειτουργικότητα των διαφόρων τρόπων αναπαράστασης σε αυτήν την επεξεργασία.

**Διδακτικές προτάσεις:** Δώστε ιδιαίτερη έμφαση στη διερευνητική προσέγγιση και στη σαφή διατύπωση των συμπερασμάτων, παρακινώντας τους μαθητές να μοιράζονται τις σκέψεις τους με τους άλλους, να υποθέτουν, να ελέγχουν τις υποθέσεις τους, να ερμηνεύουν και να αιτιολογούν τις επιλογές τους.

### **(β) Κλάσεις δραστηριοτήτων έκφρασης**

Οι στόχοι και οι πρακτικές διδασκαλίας σε αυτές τις κλάσεις δε διαφέρουν ουσιαστικά από τις αντίστοιχες των κλάσεων διερεύνησης. Συγκεκριμένα:

### **Δραστηριότητες 1 και 2**

**Στόχος:** Η συστηματική μελέτη των μεταβλητών του προβλήματος, με έμφαση αρχικά στον ποιοτικό συλλογισμό και στη συνέχεια στον ημι-ποσοτικό, ώστε να μπορέσουν οι μαθητές να κατασκευάσουν ικανοποιητικά μοντέλα.



**Διδακτικές πρακτικές:** Όπως στις δραστηριότητες 1 και 2 στις κλάσεις διερεύνησης, προηγουμένως. Ενθαρρύνετε τους μαθητές να εργαστούν ατομικά και συλλογικά και να χρησιμοποιήσουν διάφορες πηγές, από σχετικά έντυπα μέχρι ηλεκτρονικές διευθύνσεις.

### **Δραστηριότητα 3**

**Στόχος:** Κατασκευή μοντέλου και έλεγχος της λειτουργίας του με βάση την προηγούμενη εργασία, και αντιστρόφως, έλεγχος της εργασίας που προηγήθηκε με βάση τη λειτουργία του μοντέλου, ώστε να συνειδητοποιήσουν οι μαθητές τη διαδικασία κατασκευής ενός μοντέλου μιας κατάστασης, να αξιολογήσουν τα σωστά και τα λανθασμένα βήματα της δικής τους πορείας σκέψης σε αυτήν τη διαδικασία, καθώς και την αξία ενός μοντέλου ως μέσου μελέτης και ελέγχου της κατάστασης. Επιπλέον, να συνειδητοποιήσουν τους τρόπους με τους οποίους οι διάφορες αναπαραστάσεις, καθώς και οι μαθηματικές έννοιες μπορούν να εξυπηρετήσουν την κατανόηση της συμπεριφοράς ενός δυναμικού συστήματος.

**Διδακτικές πρακτικές:** Ενθαρρύνετε τους μαθητές να πειραματιστούν με διάφορους τρόπους και αναπαραστάσεις, για να ελέγξουν τις σκέψεις και τις υποθέσεις που έκαναν.

### **Δραστηριότητα 4**

**Στόχος:** Εφαρμογή και διαχείριση του μοντέλου σε διάφορες περιπτώσεις, έλεγχος υποθέσεων και περαιτέρω (μαθηματική) επεξεργασία των προϊόντων του, για να μπορέσουν οι μαθητές να διερευνήσουν τη δυνατότητα γενίκευσης του μοντέλου και να διαπιστώσουν τον τρόπο αξιοποίησης της συμπεριφοράς του από μαθηματική άποψη.

**Διδακτικές πρακτικές:** Τονίστε τη σημασία της προσεκτικής ανάγνωσης των ερωτημάτων και ενθαρρύνετε τους μαθητές να απευθύνονται στους συμμαθητές τους, για να συζητήσουν την εργασία τους (επιτρέψτε τη χρησιμοποίηση αριθμομηχανών τούπης).