Οι συναρτήσεις $y=αx^2$ και $y=αx^2+βx+γ$ με $α \neq 0$ στο Γυμνάσιο

Το κάτοπτρο στο οποίο οι ανακλώμενες ακτίνες συγκλίνουν σε κοινή εστία είναι παραβολή με τύπο $f(x)=\frac{1}{2}x^2$...

Συμεών Αρβανιτίδης , *(ΠΕ03 Μαθηματικός)*

Γυμνάσιο Κοίμησης Σερρών

ΣΕΡΡΕΣ , Ιούνιος 2018

1. Συνοπτική περιγραφή της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής

❖ **Γνωστική περιοχή των μαθηματικών:** Η συνάρτηση της παραβολής στην Γ΄ γυμνασίου.

1. Προκειμένου να παροτρύνουμε τους μαθητές σε προβληματισμό και να κερδίσουμε το ενδιαφέρον τους, κάναμε μια εισαγωγή στην έννοια της παραβολής με ένα πρόβλημα, με το οποίο έγινε προσέγγιση της έννοιας της συμμεταβολής δυο μεταβλητών x, y που αποτελούν συντεταγμένες (x,y) διαδοχικών θέσεων **του σφαιριδίου ενός εκκρεμούς**. Έκαναν εικασίες για το σχήμα που διέγραψαν τα ίχνη των διαδοχικών θέσεων **του σφαιριδίου ενός εκκρεμούς** (που ενώθηκαν με ευθύγραμμα τμήματα).
2. Δημιουργήσαμε την συνάρτηση $y= αx^2$ με εμφάνιση σημείων της τόσο στην επιφάνεια γραφικών όσο και σε πίνακα τιμών. Ενώσαμε τα διαδοχικά σημείων με ευθύγραμμα τμήματα και ταυτόχρονα τα πυκνώσαμε τους με σκοπό την προσομοίωση και τελικά την εμφάνιση της γραφικής παράστασης.
3. Μελετήσαμε την συνάρτηση $y=αx^2$ με $α \neq 0$ ως προς τα χαρακτηριστικά της. (κυρτότητα, ακρότατα, κορυφή, συμμετρίες)
4. **Μετατοπίσαμε** την $y=αx^2$ με $α \neq 0$ **μεταβάλλοντας τον αριθμό** $\boldsymbol{α \neq 0}$ και μελετήσαμε την καμπύλη της ως προς την απόκλιση ή σύγκλισή της στον άξονα y΄y.
5. Εμφανίσαμε **σε πολλαπλές παραστάσεις την συνάρτηση** $\boldsymbol{y=αx^2+βx+γ}$ με $α\neq0$ και κατόπιν **την κάναμε να προκύπτει με οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις της** $\boldsymbol{y=αx^2}$ **με** $\boldsymbol{α\neq 0}$**.**
6. Μελετήσαμε την $y=αx^2+βx+γ$ με $α\neq0$ ως προς τα χαρακτηριστικά της (κυρτότητα, ακρότατα, κορυφή, συμμετρίες).

❖ **Θέμα:** Η παρούσα ανοικτή εκπαιδευτική πρακτική αφορά την μελέτη της συνάρτησης $y=αx^2$ με $α\neq0$ ως προς την καμπυλότητα τη συμμετρία τις ακρότατες τιμές της και τον μετασχηματισμό της, μετά από μετατοπίσεις της, στην $y=αx^2+βx+γ$ με $α\neq0$. Γίνεται μελέτη αυτής ως προς τα χαρακτηριστικά της (κυρτότητα, ακρότατα, κορυφή, συμμετρίες) και κάνουμε αναζήτηση ακροτάτων τιμών της.

❖ **Βασική ιδέα:** Η διδασκαλία της συγκεκριμένης ενότητας με παραδοσιακά μέσα (πίνακας, κιμωλία, χαρτί, μολύβι) είναι χρονοβόρα και παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες όσον αφορά την ακρίβεια. Τουναντίον, η διδασκαλία της με τη βοήθεια δυναμικών λογισμικών έγινε πιο εύκολη, αφού τα δυναμικά λογισμικά παρείχαν στους μαθητές δυνατότητες κατασκευής πολλαπλών αναπαραστάσεων και δυναμικού χειρισμού των μαθηματικών αντικειμένων. Η χρήση της ψηφιακής τεχνολογίας διευκόλυνε τους μαθητές στο να **ανακαλύψουν** και να **κατανοήσουν** τη συμπεριφορά της συνάρτησης $y=αx^2$ ως προς την καμπυλότητα (**μεταβάλλοντας το α**). Διερεύνησαν τη συμμετρία της και την ακρότατη τιμή της . Ανακάλυψαν τη **μεταμόρφωσή της** στην $y=αx^2+βx+γ$ μέσα από οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις της $y=αx^2$ με $α\neq0$.

❖ **Τεχνολογικά εργαλεία:** Λογισμικό **CAS Geogebra**.

2. Σχεδιασμός της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής

2.1 Στοιχεία σχεδιασμού

❖ **Καινοτομίες.**

Η παρούσα ανοικτή εκπαιδευτική πρακτική αποτελεί μια καινοτομία στο παραδοσιακό πλαίσιο διδασκαλίας της συγκεκριμένης ενότητας των μαθηματικών διότι εισάγει τα παρακάτω:

- ✓ Με την χρήση του λογισμικού **geogebra** είχαμε σύγχρονες εποικοδομητικές προσεγγίσεις εννοιών με δυναμικό τρόπο, **απειρία μετασχηματισμών**, **πολλαπλές αναπαραστάσεις**. Ο μαθητής είχε **οπτικοποίηση** κάθε μετατόπισης.
- ✓ **Έγινε ομαδοσυνεργατική δουλειά** με διαπραγμάτευση των απόψεων και τελικών συμπερασμάτων από τους μαθητές και έγινε αλλαγή της στάσης των μαθητών στα μαθηματικά και στην διαδικασία προσέγγισης τους. Οι μαθητές συνειδητοποίησαν ότι **τα μαθηματικά αποτελούν αντικείμενο διερεύνησης** και επιστημονικής τεκμηρίωσης.
- ✓ **Δόθηκαν Φύλλα εργασίας** με προσεκτικά σχεδιασμένες ερωτήσεις.
- ✓ **Ο Καθηγητής** είχε ρόλο του εξυπηρετητή της μάθησης του μαθητή, σχεδιάζοντας κατάλληλο περιβάλλον μάθησης και όχι το ρόλο του πομπού γνώσεων που συνήθως συμβαίνει στο περιβάλλον μιας παραδοσιακής τάξης. Η **διδασκαλία** έγινε διαφορετική δίνοντας έμφαση σε διαδικασίες που επέτρεψαν την **πειραματική προσέγγιση** της γνώσης κάνοντας τον ίδιο τον **μαθητή ερευνητή** μετέχοντας με τον ίδιο τον δάσκαλο σε μια διαδικασία ενεργούς έρευνας η οποία έκανε την αποτελεσματική διδασκαλία και βελτίωσε την μάθηση. Ο δάσκαλος λειτούργησε σε ένα σύνθετο περιβάλλον μεταξύ διδασκαλίας τεχνολογίας και ανθρώπινων σχέσεων.

❖ **Προστιθέμενη αξία.**

Η παρούσα ανοικτή εκπαιδευτική πρακτική ανέδειξε συγκεκριμένες δράσεις οι οποίες δεν μπορούν να υλοποιηθούν με τα συμβατικά αναπαραστατικά μέσα (βιβλίο – τετράδιο - μολύβι) ενώ συγχρόνως επέκτεινε τους γνωστικούς ορίζοντες των μαθητών. Συγκεκριμένα οι μαθητές προέβησαν στις παρακάτω ενέργειες

- ✓ Εμφάνισαν σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $y=ax^2$, και αυξήσαν την πυκνότητα τους με ταυτόχρονη ένωση τους με διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα. Μπόρεσαν έτσι οι μαθητές να κάνουν **εικασίες** για την μορφή που έχει η γραφική παράσταση και να πετύχουν όσο το δυνατά εφικτό **προσομοίωση της** και στο τέλος να την εμφανίσουν.

- ✓ **Μεταβάλλοντας δυναμικά τον συντελεστή α ανακάλυψαν** και **κατανόησαν** τη συμπεριφορά της συνάρτησης **$y=\alpha x^2$** ως προς την καμπυλότητα και την απόκλιση ή σύγκλιση της με τον άξονα y΄y.
- ✓ **Διερεύνησαν** τη συμμετρία της και την ακρότατη τιμή της **$y=\alpha x^2$** με $\alpha \neq 0$ για τις πολλές διαφορετικές τιμές που έδωσαν στον αριθμό α.
- ✓ **Ανακάλυψαν** τη **μεταμόρφωση της $y=x^2$** στην **$y=x^2+\beta x+\gamma$** μέσα από **δυναμικές πολλαπλές μετατοπίσεις** οριζόντιες και κατακόρυφες που οι ίδιοι έκαναν
- ✓ **Πειραματίστηκαν** με τις μετατοπίσεις και μελέτησαν την **$y=\alpha x^2+\beta x+\gamma$** με $\alpha \neq 0$ ως προς τα χαρακτηριστικά της (κυρτότητα, ακρότατα, κορυφή, συμμετρίες).

❖ **Γνωστικά – διδακτικά προβλήματα**

- ✓ Στο σχολικό βιβλίο ο **μικρός αριθμός στατικών εικόνων**, για να γίνει σταδιακά η κατασκευή της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $y=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ **απαιτεί από τους μαθητές ιδιαίτερες νοητικές και αφαιρετικές δεξιότητες,** καθώς **δεν διαθέτουν διαδραστικά χαρακτηριστικά** δηλαδή δεν αντιδρούν στις ενέργειες του μαθητή. Η **μετωπική διδασκαλία** επίσης **δεν προσφέρεται** ούτε **από άποψη ακρίβειας** ούτε από **άποψη εξοικονόμησης χρόνου** για μετασχηματισμούς παραμετροποιήσεις και άμεσα αποτελέσματα.
- ✓ Με την παρούσα ανοικτή εκπαιδευτική οι μαθητές **πειραματίστηκαν** και **διερεύνησαν** τους μετασχηματισμούς που υφίσταται η γραφική παράσταση όταν μεταβάλλεται ο συντελεστής α, **και έκαναν διαδραστικά με το λογισμικό geogebra τις μετατοπίσεις της βασικής συνάρτησης $y=\alpha x^2$ βλέποντας ταυτόχρονα τις μεταβολές που υφίσταται ο τύπος της.**
- ✓ **Αυτό έχει ιδιαίτερη διδακτική αξία, διότι στη συνήθη πρακτική ο μετασχηματισμός είναι η κατάληξη και όχι η αφετηρία της διερεύνησης μιας συνάρτησης.**

2.2 Διδακτικοί στόχοι

Από την πλευρά του γνωστικού αντικειμένου:

Οι δραστηριότητες της παρούσας ανοικτής εκπαιδευτικής πρακτικής είχαν ως στόχο τη σύνδεση και κατανόηση, μέσω πειραματισμών, βασικών μαθηματικών εννοιών. Σκοπός των διαφορετικών προσεγγίσεων με τη βοήθεια του λογισμικού ήταν μεταξύ άλλων και:

- ✓ **Να διερευνήσουν** και να προσεγγίσουν ορισμένες βασικές έννοιες που αφορούν την έννοια της συμμεταβολής δυο μεταβλητών x, y που αποτελούν συντεταγμένες (x,y) διαδοχικών θέσεων **του σφαιριδίου ενός εκκρεμούς**, να κάνουν εικασίες για το σχήμα που σχηματίζουν οι διαδοχικές θέσεις του σημείου **του σφαιριδίου ενός εκκρεμούς** (αν ενωθούν με ευθύγραμμα τμήματα). Δηλαδή τι σχήμα διαγράφουν τα ίχνη των διαδοχικών θέσεων του σφαιριδίου ενός εκκρεμούς.

- Να **διακρίνουν** τις **συμμετρίες την καμπυλότητα και τα ακρότατα** της παραβολής $y=αx^2$ **ανάλογα με το πρόσημο του αριθμού α.**
- Να μπορούν να **διακρίνουν** αν η παραβολή **$y=αx^2$ συγκλίνει ή αποκλίνει** από τον άξονα y΄y **ανάλογα με τις αυξομειώσεις του αριθμού α.**
- Να **κατανοήσουν** ότι η συνάρτηση του τριωνύμου **$y=αχ^2+βχ+γ$ προκύπτει από οριζόντια και κατόπιν κατακόρυφη μετατόπιση της $y=αx^2$**.
- Βλέποντας τον τύπο της συνάρτησης του τριωνύμου $y=αχ^2+βχ+γ$ να μπορούν να διακρίνουν αν παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο (ανάλογα με το πρόσημο του αριθμού α). Ποια είναι η τιμή του ακρότατου και για ποια τιμή του x λαμβάνεται. Ποια είναι η κορυφή της παραβολής. ποιος είναι ό άξονας συμμετρίας της παραβολής.

Από την παιδαγωγική πλευρά:

- Να μάθουν **να πειραματίζονται** με τις περιεχόμενες έννοιες και **να βρίσκουν τις σχέσεις που τις συνδέουν.**
- Να τους δοθεί η ευκαιρία **να οργανώσουν τα δεδομένα τους από τον πειραματισμό**, ώστε να διευκολυνθούν στην **εξαγωγή συμπερασμάτων**.
- Να μάθουν **να συνεργάζονται** με τα άλλα μέλη της ομάδας για να συζητήσουν τις παρατηρήσεις τους, να οργανώσουν τα συμπεράσματά τους, να διατυπώσουν κανόνες, να καταχωρίσουν τα δεδομένα τους, να κατασκευάσουν σχέσεις που συνδέουν μεγέθη, να παρουσιάσουν την εργασία τους στις άλλες ομάδες.
- Να οικοδομήσουν κώδικες επικοινωνίας ώστε να γίνονται αντιληπτοί από τα άλλα μέλη της ομάδας, από όλους τους συμμαθητές τους και από τον καθηγητή τους.

3.Πραγματοποίηση της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής

3.1 Περιβάλλον – πλαίσιο

❖ Σε ποιους απευθύνεται.

Η παρούσα ανοικτής εκπαιδευτικής πρακτικής απευθύνεται σε μαθητές Γ΄ Γυμνασίου. Με κάποιες επεκτάσεις μπορεί να απευθυνθεί και σε μαθητές Α΄ Λυκείου και της Β΄Λυκείου.

❖ Χώρος υλοποίησης.

Υλοποιήθηκε στο εργαστήριο της πληροφορικής.

❖ Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία.

- Τετράδιο στο οποίο κρατούσαν σημειώσεις για την πορεία της διερεύνησης και να κατέγραφαν τα συμπεράσματά τους και να εκτελούσαν τις αλγεβρικές διαδικασίες όπου χρειάζονταν.
- Βιβλίο στο οποίο ανατρέχαν σε προηγούμενες έννοιες.

- ✓ Φύλλα εργασίας τα οποία δόθηκαν από τον διδάσκοντα και είχαν ως στόχο να καθοδηγούν τους μαθητές στη διερεύνηση των διαφόρων ερωτημάτων και τις κατασκευές.
- ✓ Γεωμετρικά όργανα για κατασκευές στο τετράδιο.

Πριν την διεξαγωγή της δραστηριότητας ο διδάσκων, μέσω απλών δραστηριοτήτων, συζήτησε με τους μαθητές για τις βασικές λειτουργίες του λογισμικού αλλά και τις μαθηματικές έννοιες που απαιτούνται ως υπόβαθρο για την διεξαγωγή της.

3.2 Ηλικιακή ομάδα

Η ανοικτή εκπαιδευτική πρακτική εφαρμόστηκε σε 18 άτομα (11 κορίτσια και 7 αγόρια) της Γ΄ Γυμνασίου του Γυμνασίου Κοίμησης Σερρών**.** Το γυμνάσιο Κοίμησης βρίσκεται στο Δημοτικό Διαμέρισμα της Κοίμησης, του Δήμου Ηράκλειας στον Νομό Σερρών. "Εχει 5 τμήματα με μαθητές από τα Δημοτικά Διαμερίσματα της Κοίμησης και του Ποντισμένου του Δήμου Ηρακλείας. Είναι αγροτική περιοχή.

3.3 Πρότερες γνώσεις και διάρκεια εφαρμογής

- ❖ **Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών.**

Από την πλευρά του μαθητή:

Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν :

1. Καρτεσιανό Σύστημα συντεταγμένων
2. Συντεταγμένες σημείου – απεικόνιση σημείου.
3. Συνάρτηση – γραφική παράσταση.
4. Αξονική –κεντρική συμμετρία
5. Δευτεροβάθμια εξίσωση (τύπους διακρίνουσας και ριζών)
6. Απαιτείται βασική εξοικείωση με την χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού **Geogebra**.

Από την πλευρά του καθηγητή:

Ο διδάσκων θα πρέπει να γνωρίζει τον τρόπο χρήσης των εργαλείων του λογισμικού **Geogebra**.

- ❖ **Χρόνος υλοποίησης.**

Έγινε υλοποίηση της σε 7 διδακτικές ώρες.

3.4 Αναλυτική περιγραφή της πραγματοποίησης της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής

❖ **Κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης.**

Οι μαθητές:

- ✓ Εργάστηκαν σε 6 ομάδες των 3 ατόμων σε κάθε Η/Υ (ομαδοσυνεργατική μάθηση).
- ✓ Η σύνθεση κάθε ομάδας ήταν ανομοιογενής ως προς την επίδοση στο συγκεκριμένο μάθημα, τις διαπροσωπικές σχέσεις των μαθητών, την κοινωνική προέλευση των μαθητών και τη δυσκολία με την οποία εκδηλώνονται απέναντι σε καθηγητή, συμμαθητές.

✓ Ο ένας χειριζόταν την εφαρμογή, ο δεύτερος υπαγόρευε τις οδηγίες-ερωτήσεις του φύλλου εργασίας και ο τρίτος παρακολουθούσε τη σωστή εφαρμογή τους, όλοι μαζί συζητούσαν, αποφάσιζαν και διατύπωναν τις απαντήσεις. Οι ρόλοι αυτοί εναλλάσσονταν σε κάθε ώρα εφαρμογής της πρακτικής. Συμπλήρωναν ένα κοινό φύλλο εργασίας που περιείχε ερωτήσεις σχετικές με το θέμα.

Ο εκπαιδευτικός:

- ✓ **Έλεγχε τα συμπεράσματα** των μαθητών,
- ✓ **Συνεργαζόταν μαζί τους**, και τους καθοδηγούσε ώστε να αντιλαμβάνονται καλύτερα τα αποτελέσματά τους
- ✓ Τους ενθάρρυνε να συνεχίσουν την διερεύνηση.

Ο **καθηγητής** είχε το ρόλο του **συνερευνητή** και του βοηθού των προσπαθειών των μαθητών. Απευθυνόταν άλλοτε σε όλες τις ομάδες και άλλοτε σε κάθε ομάδα ξεχωριστά, εξειδικεύοντας τις παρεμβάσεις του ανάλογα με τις ανάγκες που πρόκυπταν κατά τη διαδικασία της διερεύνησης. Ο καθηγητής έκανε ερωτήσεις κατάλληλες που να **ενθάρρυναν τον πειραματισμό, α**φήνοντας στους μαθητές την πρωτοβουλία των κινήσεων και περιθώρια για συζήτηση και ανταλλαγή απόψεων.

Τα τεχνολογικά εργαλεία:

Έδωσαν **δυνατότητα άμεσης αλληλεπίδρασης** του μαθητή με την εφαρμογή ώστε να μετασχηματίζει και να δημιουργεί κατασκευές, να υποθέτει, να επαληθεύει τις υποθέσεις του.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1: Το πρόβλημα ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ.

Διάρκεια: 1 διδακτική ώρα.

Είδος δραστηριότητας: Ομαδοσυνεργατική μάθηση στο εργαστήριο πληροφορικής με αρχείο **geogebra** και **υποστηρικτικό φύλλο εργασίας** που δημιούργησε ο διδάσκων.

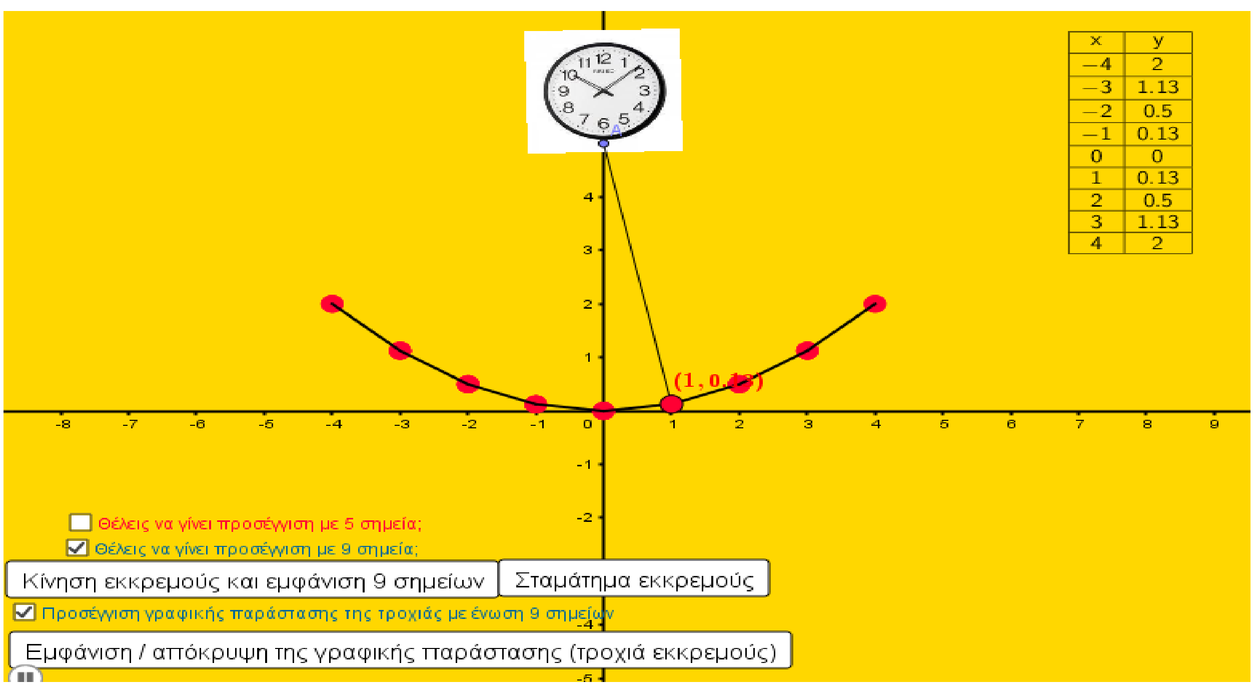
Οργάνωση τάξης: Εργασία σε 6 ομάδες των 3 ατόμων η καθεμία με διακριτούς ρόλους που προαναφέρθηκαν.

Ρόλος του διδάσκοντα: Ο **καθηγητής** είχε το ρόλο του **συνερευνητή** και του βοηθού των προσπαθειών των μαθητών.

Σύνδεση με τον διδακτικό στόχο: Να διερευνήσουν και να προσεγγίσουν ορισμένες βασικές έννοιες που αφορούν την έννοια της συμμεταβολής δυο μεταβλητών x, y που αποτελούν συντεταγμένες (x,y) διαδοχικών θέσεων **του σφαιριδίου ενός εκκρεμούς**, να κάνουν εικασίες για το σχήμα που σχηματίζουν οι διαδοχικές θέσεις του σημείου **του σφαιριδίου ενός εκκρεμούς** (αν ενωθούν με ευθύγραμμα τμήματα). Δηλαδή τι σχήμα διαγράφουν τα ίχνη των διαδοχικών θέσεων του σφαιριδίου ενός εκκρεμούς.

Ψηφιακό εκπαιδευτικό περιεχόμενο: Δημιούργησα **αρχείο geogebra** με τίτλο **1_ekkremes.ggb** και ένα φύλλο εργασίας με τίτλο **fyllo_ergasias_1.doc** **τα οποία έχω ανεβάσει σαν πρόσθετο υλικό της ανοικτής εκπαιδευτικής πρακτικής καθώς επίσης και στο Φωτόδεντρο e-yliko χρηστών: http://photodentro.edu.gr/ugc/r/8525/1017?locale=el**

Περιγραφή: Προκειμένου να παροτρύνουμε τους μαθητές σε προβληματισμό και να κερδίσουμε το ενδιαφέρον τους, κάναμε εισαγωγή στην έννοια της παραβολής με ένα πρόβλημα. Στο αρχείο (**1_ekkremes.ggb**) δίνεται ένα εκκρεμές ρολογιού που βρίσκεται στον άξονα y΄y



ορθοκανονικού συστήματος αξόνων. Η σφαίρα του εκκρεμούς και η θέση της παριστάνεται από το σημείο Κ(t-4, $\frac{1}{8}(t-4)^2$) που είναι παραμετρικό σημείο σε σχέση με τον χρόνο t sec.Η παράμετρος t παίρνει τιμές από έναν δρομέα. Οι μαθητές έθεσαν όπου t-8=x και $\frac{1}{8}(t-4)^2$ =y και ανακάλυψαν την σχέση που συνδέει τις παραπάνω συντεταγμένες , δημιούργησαν δηλαδή την ισότητα y=$\frac{1}{8}x^2$. Έκαναν προσέγγιση της γραφικής παράστασης της τροχιάς εμφανίζοντας διαδοχικά 5 ίχνη σημεία της και ένωση αυτών και μετά 9 σημείων και ένωση αυτών με ευθύγραμμα τμήματα .

Αποτελέσματα της δραστηριότητας: Οι μαθητές **διερευνήσαν** πως επηρεάζει ο χρόνος παράμετρος t την θέση της σφαίρας του εκκρεμούς, **ανακάλυψαν** τον τύπο της συμμεταβολής των συντεταγμένων της θέσης της σφαίρας, οπότε και τον τύπο της συνάρτησης της παραβολής. Εμφανίζοντας σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης, και αυξάνοντας την πυκνότητα τους με ταυτόχρονη ένωση τους με διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα οι μαθητές έκαναν **εικασίες** για την μορφή που θα έχει η γραφική παράσταση, πέτυχαν όσο το δυνατά εφικτό **προσομοίωση της** και στο τέλος την εμφάνισαν.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2: Ο μεταβολέας α στην συνάρτηση y=αx^2

Διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες.

Είδος δραστηριότητας: Ομαδοσυνεργατική μάθηση στο εργαστήριο πληροφορικής με αρχείο **geogebra** και **υποστηρικτικό φύλλο εργασίας** που δημιούργησε ο διδάσκων.

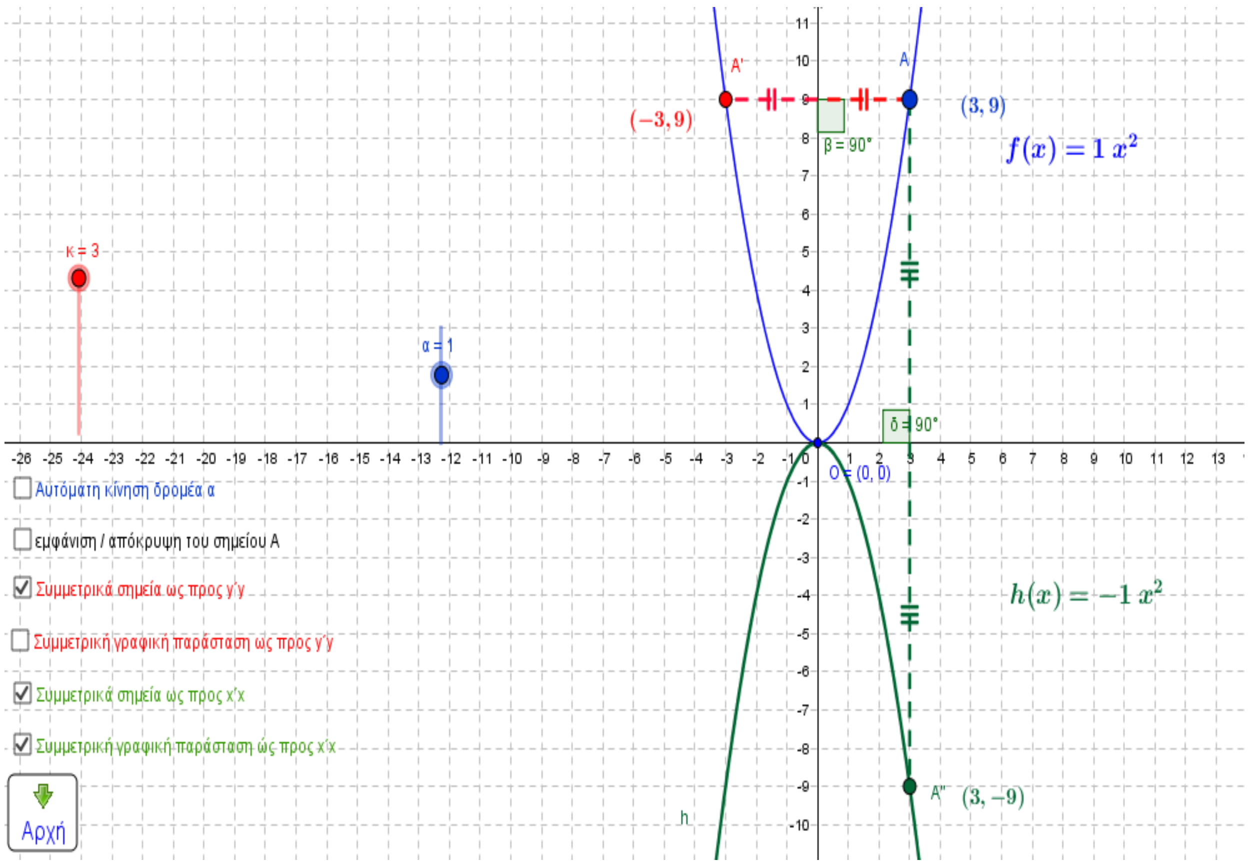
Οργάνωση τάξης: Εργασία σε 6 ομάδες των 3 ατόμων η καθεμία με διακριτούς ρόλους που προαναφέρθηκαν.

Ρόλος του διδάσκοντα: Ο **καθηγητής** παρότρυνε την πειραματική προσέγγιση της γνώσης κάνοντας τον ίδιο τον μαθητή ερευνητή μετέχοντας με τον ίδιο τον δάσκαλο σε μια διαδικασία ενεργούς έρευνας.

Σύνδεση με τον διδακτικό στόχο: Με απειρία πολλαπλών γραφικών παραστάσεων οι μαθητές εξερεύνησαν **και διέκριναν** τις **συμμετρίες την καμπυλότητα και τα ακρότατα** της παραβολής y=αx^2 **ανάλογα με το πρόσημο του αριθμού α.** Είναι οι μαθητές σε θέση να **διακρίνουν** αν η παραβολή **y=αx^2 συγκλίνει ή αποκλίνει** από τον άξονα y΄y **ανάλογα με τις αυξομειώσεις του αριθμού α.**

Ψηφιακό εκπαιδευτικό περιεχόμενο: Δημιούργησα **αρχείο geogebra** με τίτλο **2_a_metavoleas.ggb** και ένα φύλλο εργασίας με τίτλο: **fyllo_ergasias_2.doc τα οποία έχω ανεβάσει σαν πρόσθετο υλικό της ανοικτής εκπαιδευτικής πρακτικής καθώς επίσης και στο Φωτόδεντρο e-yliko χρηστών: http://photodentro.edu.gr/ugc/r/8525/1017?locale=el**

Περιγραφή: Στο αρχείο **geogebra** (**2_ a_metavoleas.ggb** **)** δίνεται η συνάρτηση **y=** αx^2 **και ένας δρομέας α που μεταβάλει τις τιμες του α. Οι μαθητές έκαναν πολλαπλές αναπαραστάσεις της συνάρτησης y=** αx^2 **παίρνοντας διαφορετικές τιμές της παραμέτρου α και οδηγήθηκαν σε εξαγωγή συμπερασμάτων όσον αφορά τις συμμετρίες, κυρτότητα και ακρότατα της παραπάνω συνάρτησης.**



Αποτελέσματα της δραστηριότητας: Με τη βοήθεια του δυναμικού λογισμικού **geogebra** οι μαθητές κατασκεύασαν πολλαπλές αναπαραστάσεις και με δυναμικό χειρισμό των μαθηματικών αντικειμένων, διευκολύνθηκαν στο να **ανακαλύψουν** και να **κατανοήσουν** τη συμπεριφορά της συνάρτησης $y=\alpha x^2$ ως προς την καμπυλότητα (**μεταβάλλοντας το α**), **να διερευνήσουν** τη συμμετρία της και την ακρότατη τιμή της .

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3: Οριζόντιες- κατακόρυφες μετατοπίσεις της συνάρτησης y=x²

Διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες.

Είδος δραστηριότητας: Ομαδοσυνεργατική μάθηση στο εργαστήριο πληροφορικής με αρχείο **geogebra** και **υποστηρικτικό φύλλο εργασίας** που δημιούργησε ο διδάσκων.

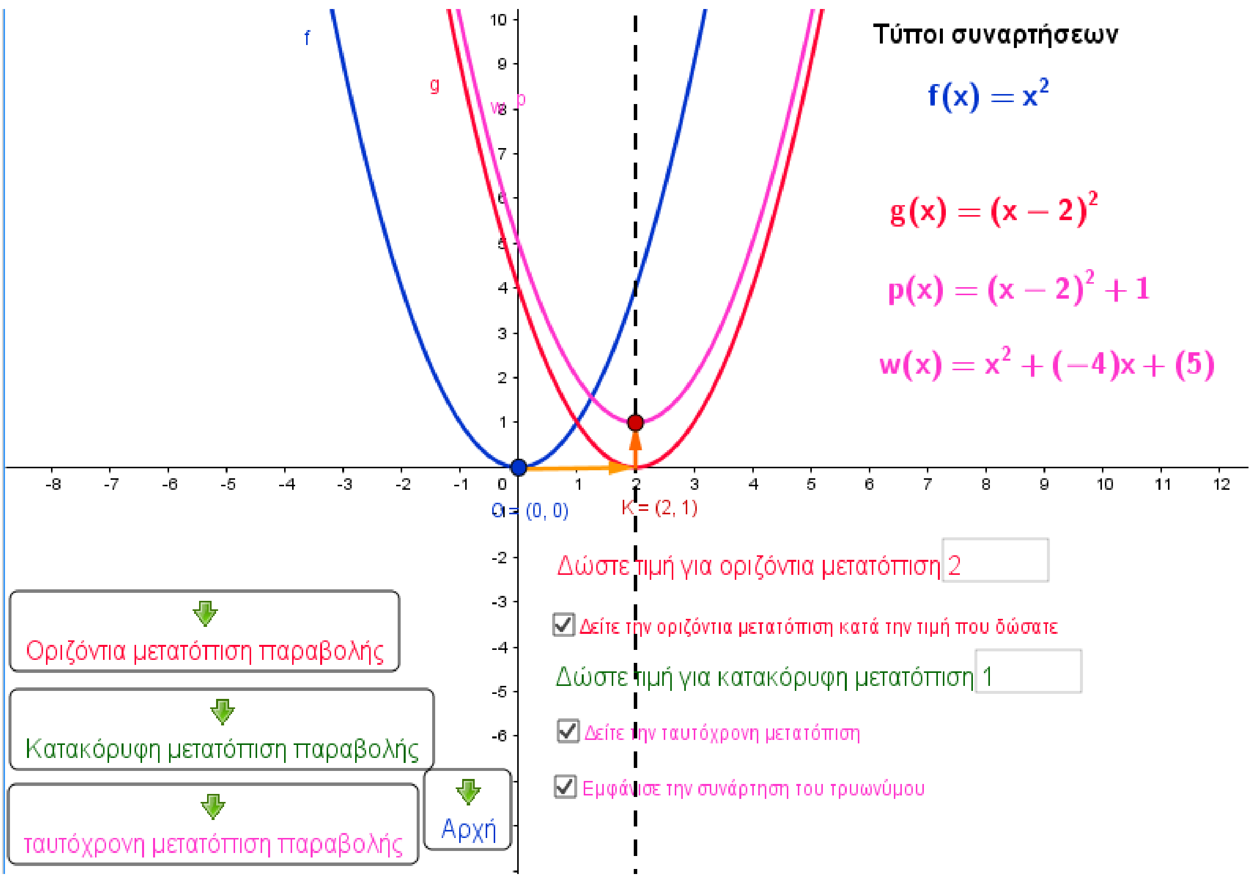
Οργάνωση τάξης: Εργασία σε 6 ομάδες των 3 ατόμων η καθεμία με διακριτούς ρόλους που προαναφέρθηκαν.

Ρόλος του διδάσκοντα: Στην ανοικτή εκπαιδευτική πρακτική με τη χρήση της ψηφιακής τεχνολογίας ο καθηγητής **παρότρυνε** και έγινε **συν ερευνητής** στον να κάνουν οι μαθητές μόνοι τους διαδραστικά τις κάθε είδους μετατοπίσεις της αρχικής συνάρτησης $y=x^2$ και να ανακαλύψουν τις μεταβολές που υφίσταται τόσο ο τύπος της συνάρτησης όσο και ο άξονας συμμετρίας η κορυφή και τα ακρότατα της.

Σύνδεση με τον διδακτικό στόχο:
Οι μαθητές **κατανόησαν** ότι η συνάρτηση του τριωνύμου **$y=x^2+\beta x+\gamma$ προκύπτει από οριζόντια και κατόπιν κατακόρυφη μετατόπιση της $y=x^2$**. Οι μαθητές είχαν οπτικοποίηση της κάθε μετατόπισης, παρατηρούσαν πως **μεταβάλλεται ο τύπος της f** και έβγαλαν συμπεράσματα για την κορυφή της παραβολής , τον άξονα συμμετρίας της και τα ακρότατα της.

Ψηφιακό εκπαιδευτικό περιεχόμενο: Δημιούργησα **αρχείο geogebra** με τίτλο **3_metatopiseis.ggb** και ένα φύλλο εργασίας με τίτλο **fyllo_ergasias_3.doc** **τα οποία έχω ανεβάσει σαν πρόσθετο υλικό της ανοικτής εκπαιδευτικής πρακτικής καθώς επίσης και στο Φωτόδεντρο e-yliko χρηστών: http://photodentro.edu.gr/ugc/r/8525/1017?locale=el**

Περιγραφή: Στο αρχείο geogebra (**3_metatopiseis.ggb**) δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2$



Πολλαπλές οριζόντιες, κατακόρυφες και ταυτόχρονα και οι δύο μετατοπίσεις της βασικής συνάρτησης $f(x)=x^2$. Οι Μαθητές κατανόησαν τις μεταβολές στον τύπο της f στην κορυφή της και στον άξονα συμμετρίας. Ανακάλυψαν και απόδειξαν ότι συνάρτηση του τριωνύμου είναι αποτέλεσμα των παραπάνω μετατοπίσεων.

Αποτελέσματα της δραστηριότητας: Με τη βοήθεια του δυναμικού λογισμικού **geogebra** οι μαθητές ανακάλυψαν τη **μεταμόρφωσή της $y=x^2$** στην **$y=x^2+βx+γ$** μέσα από **δυναμικές πολλαπλές μετατοπίσεις** οριζόντιες και κατακόρυφες που οι ίδιοι έκαναν και μελέτησαν τα χαρακτηριστικά της κάθε νέας συνάρτησης που πρόκυπτε (κυρτότητα, ακρότατα, κορυφή, συμμετρίες).

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4: Η συνάρτηση του τριωνύμου $s(x)=αχ^2+βx+γ$

Διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες.

Είδος δραστηριότητας: Ομαδοσυνεργατική μάθηση στο εργαστήριο πληροφορικής με αρχείο **geogebra** και **υποστηρικτικό φύλλο εργασίας** που δημιούργησε ο διδάσκων.

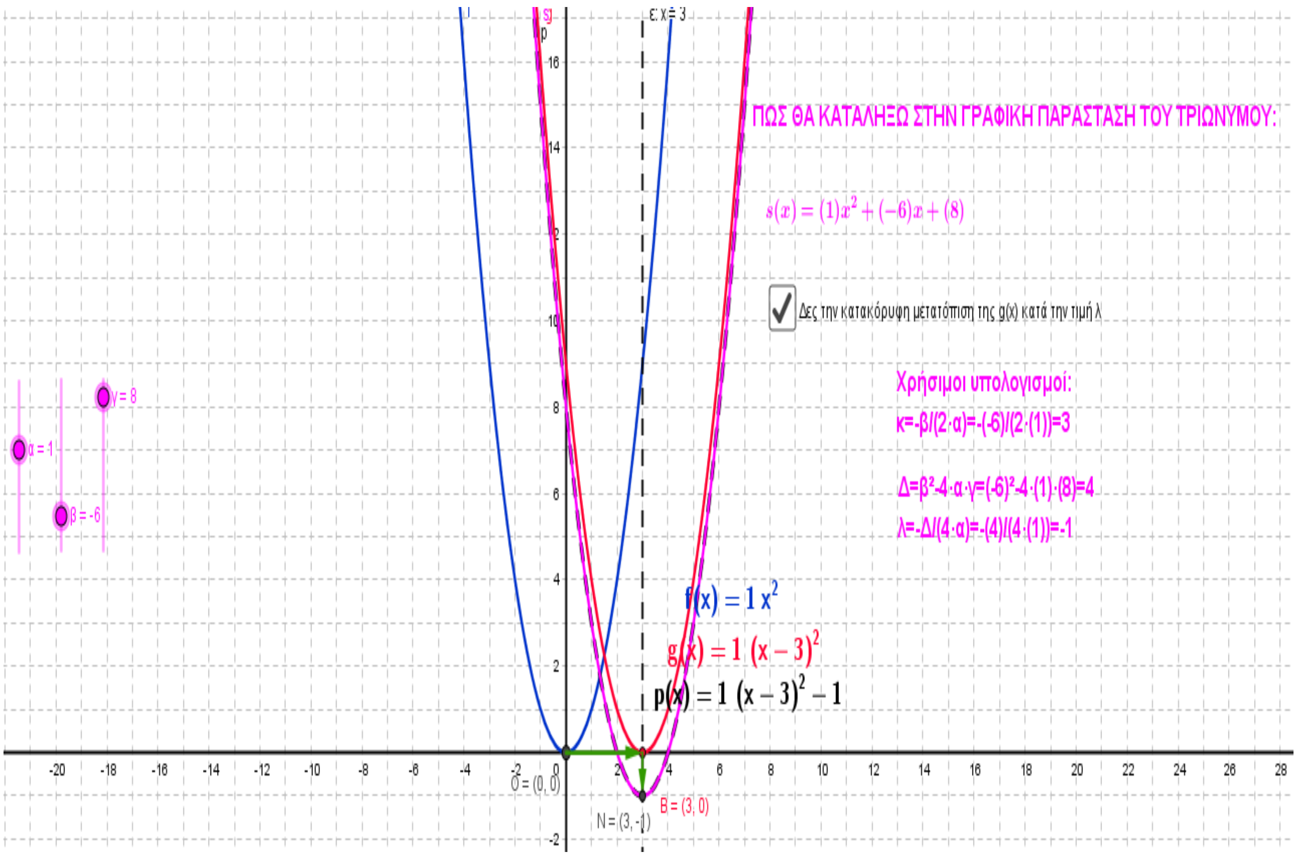
Οργάνωση τάξης: Εργασία σε 6 ομάδες των 3 ατόμων η καθεμία με διακριτούς ρόλους που προαναφέρθηκαν.

Ρόλος του διδάσκοντα: Στην ανοικτή εκπαιδευτική πρακτική με τη χρήση της ψηφιακής τεχνολογίας ο καθηγητής **παρότρυνε** και έγινε **συνερευνητής** στο να ανακαλύψουν οπτικά τα χαρακτηριστικά της συνάρτησης του τριωνύμου και κατόπιν να το επιβεβαιώσουν και με την βοήθεια αλγεβρικών πράξεων.

Σύνδεση με τον διδακτικό στόχο:
Οι μαθητές κατανόησαν ότι η συνάρτηση του τριωνύμου **$y=αχ^2+βχ+γ$ προκύπτει από οριζόντια και κατόπιν κατακόρυφη μετατόπιση της $y=αx^2$**. Βλέποντας τον τύπο της συνάρτησης του τριωνύμου $y=αχ^2+βχ+γ$ μπορούν να διακρίνουν: 1. Αν παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο (ανάλογα με το πρόσημο του αριθμού α). 2. Ποια είναι η τιμή του ακρότατου και για ποια τιμή του x λαμβάνεται. 3. Ποια είναι η κορυφή της παραβολής, ποιος είναι ό άξονας συμμετρίας της παραβολής και συσχέτιση αυτών με τους συντελεστές α, β, γ του τριωνύμου.

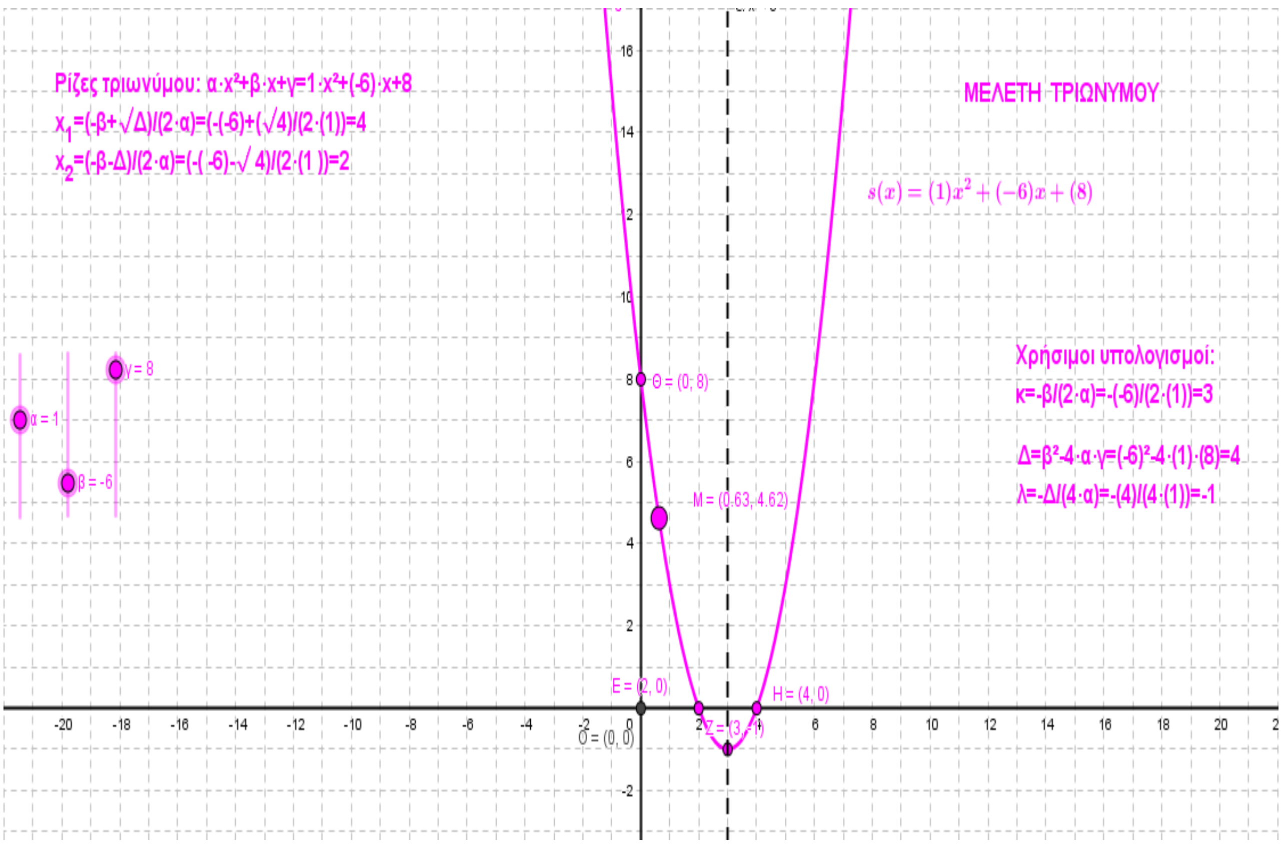
Ψηφιακό εκπαιδευτικό περιεχόμενο: Δημιούργησα **αρχείο geogebra** με τίτλο **4_triwnymo.ggb** και ένα φύλλο εργασίας με τίτλο **fyllo_ergasias_4.doc τα οποία έχω ανεβάσει σαν πρόσθετο υλικό της ανοικτής εκπαιδευτικής πρακτικής καθώς επίσης και στο Φωτόδεντρο e-yliko χρηστών: http://photodentro.edu.gr/ugc/r/8525/1017?locale=el**

Περιγραφή: Στο αρχείο **geogebra (4_triwnymo.ggb)** η επιφάνεια των γραφικών παρουσιάζει την γραφική παράσταση της συνάρτησης τριωνύμου **$s(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$** με τους συντελεστές της α, β, γ να μεταβάλλονται με την βοήθεια 3 δρομέων.



Πολλαπλές αναπαραστάσεις που παίρνει η γραφική παράσταση του τριωνύμου **$s(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$** με τους συντελεστές της α, β, γ να μεταβάλλονται με την βοήθεια 3 δρομέων και τις αλλαγές στον τύπο αυτής. Δίνουμε στον δρομέα α πρώτα θετικές τιμές και μετά αρνητικές τιμές, προκείμενου να καταλάβουν οι μαθητές πότε η συνάρτηση τριώνυμο είναι κυρτή και πότε κοίλη. Αντίστροφη εργασία με την προηγούμενη δραστηριότητα 3, έχουμε οπτικοποίηση ότι η συνάρτηση **$s(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$** προκύπτει από οριζόντια μετατόπιση της **$f(x)= \alpha x^2$** κατά κ μονάδες δεξιά η αριστερά ανάλογα με το πρόσημο του αριθμού κ και κατά λ μονάδες κατακόρυφα προς τα πάνω ή κάτω ανάλογα με το πρόσημο του αριθμού λ όπου $\kappa=-\dfrac{\beta}{2\alpha},\lambda=-\dfrac{\Delta}{4\alpha}$ δίνονται σε κείμενο. Ανακάλυψη οπτικά πρώτα και κατόπιν και υπολογιστικά της κορυφής του τριωνύμου συναρτήσει των αριθμών κ, λ. Εύρεση οπτικά του άξονα συμμετρίας χ=κ του τριωνύμου. Έλεγχος αν η συνάρτηση **$s(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$** παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο σε σχέση με το πρόσημο του συντελεστή α και ποιο είναι αυτό σε σχέση με τις συντεταγμένες της κορυφής (κ,λ).

Οπτικοποίηση των συντεταγμένων των σημείων τομής της **s(x)=αχ²+βx+γ** με τον άξονα χ΄χ και συσχέτιση αυτών με τις ρίζες του τριωνύμου. Οπτικοποίηση της τεταγμένης του σημείου τομής της **s(x)=αχ²+βx+γ** με τον άξονα y'y και συσχέτιση της με τον σταθερό όρο **γ** του τριωνύμου



Αποτελέσματα της δραστηριότητας:

Μετά το τέλος της δραστηριότητας οι μαθητές βλέποντας τον τύπο της συνάρτησης του τριωνύμου y=αχ²+βχ+γ ήταν σε θέση να διακρίνουν: 1. Αν παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο (ανάλογα με το πρόσημο του αριθμού α). 2. Ποια είναι η τιμή του ακρότατου και για ποια τιμή του x λαμβάνεται. 3. Ποια είναι η κορυφή της παραβολή, ποιος είναι ο άξονας συμμετρίας της παραβολής σε σχέση πάντα με τους συντελεστές α, β, γ του τριωνύμου. Κατανόησαν ότι οι τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης του τριωνύμου με τον άξονα x'x είναι οι ρίζες του τριωνύμου και ότι η τεταγμένη του σημείου τομής της με το άξονα y'y είναι ο σταθερός όρος του τριωνύμου.

4. Στοιχεία τεκμηρίωσης και επέκτασης της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής

4.1 Αποτελέσματα – Αντίκτυπος

Στο σχολικό βιβλίο ο **μικρός αριθμός στατικών εικόνων**, για να γίνει σταδιακά η κατασκευή της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $y=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ **απαιτεί από τους μαθητές ιδιαίτερες νοητικές και αφαιρετικές δεξιότητες,** καθώς **δεν διαθέτουν διαδραστικά χαρακτηριστικά** δηλαδή δεν αντιδρούν στις ενέργειες του μαθητή. Η **μετωπική διδασκαλία** επίσης **δεν προσφέρεται** ούτε **από άποψη ακρίβειας** ούτε από **άποψη εξοικονόμησης χρόνου** για μετασχηματισμούς παραμετροποιήσεις και άμεσα αποτελέσματα.

Με την παρούσα ανοικτή εκπαιδευτική οι μαθητές **πειραματίστηκαν** και **διερεύνησαν** τους μετασχηματισμούς που υφίσταται η γραφική παράσταση όταν μεταβάλλεται ο συντελεστής α**, και έκαναν διαδραστικά με το λογισμικό geogebra τους τις μετατοπίσεις της βασικής συνάρτησης $y=\alpha x^2$ βλέποντας ταυτόχρονα τις μεταβολές που υφίσταται ο τύπος της.**

Η χρήση της ψηφιακής τεχνολογίας διευκόλυνε τους μαθητές, **να διερευνήσουν** και να **κατανοήσουν** τη συμπεριφορά της συνάρτησης $y = \alpha x^2$ ως προς την καμπυλότητα (μεταβάλλοντας το α) και τη συμμετρία, να μελετήσουν τις ακρότατες τιμές της και τέλος να ανακαλύψουν το μετασχηματισμό της στην $y = \alpha x^2 +\beta+ \gamma$ μετά από οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις της $y = \alpha x^2$. Ανακάλυψαν ότι οι ρίζες της κάθε δευτεροβάθμιας εξίσωσης είναι τα σημεία τομής του άξονα x΄x με τη γραφική παράσταση της αντίστοιχης συνάρτησης. Η διδασκαλία της ενότητας με τα παραδοσιακά μέσα (πίνακας - κιμωλία) υστερεί λόγω έλλειψης ακρίβειας, αλλά και του χρόνου που απαιτείται για την πραγματοποίησή της. Αντίθετα, το μαθηματικό λογισμικό geogebra πρόσφερε τόσο ακρίβεια όσο και ταχύτητα στις κατασκευές. Παρείχε στους μαθητές δυνατότητες κατασκευής πολλαπλών αναπαραστάσεων, καθώς και την εν δυνάμει επεξεργασία και διαχείρισή τους. Η επιπλέον αξία της ανοικτής εκπαιδευτικής πρακτικής είναι ότι κατάφερε να ξεφύγει από τον παραδοσιακό τρόπο (πλαίσιο) διδασκαλίας, επιδιώκοντας την τροποποίηση της οπτικής των μαθητών για τα μαθηματικά. Οι μαθητές ενθαρρύνθηκαν πειραματίστηκαν με τις κατασκευές, δοκιμάζοντας τις δικές τους ιδέες και καταλήξανε σε συμπεράσματα τα οποία επεξεργάστηκαν μετά ομαδικά και τα ανακοίνωσαν δημόσια στις άλλες ομάδες. Οι μαθητές δεν ήταν παθητικοί δέκτες γνώσεων και πληροφοριών αλλά διερεύνησαν με την βοήθεια του διευκολυντή μάθησης (καθηγητή τους) το μαθηματικό αντικείμενο. Τέλος, αντιλήφθηκαν μέσω της τεχνολογίας ότι τα μαθηματικά αποτελούν αντικείμενο διερεύνησης και επιστημονικής τεκμηρίωσης και όχι μιας απλής παράθεσης γνώσεων και κανόνων.

4.2 Απρόσμενα γεγονότα

1ο Απρόσμενο στιγμιότυπο: Η ενεργή συμμετοχή και η θετική στάση απέναντι στην ομαδοσυνεργατική διδασκαλία των Μαθηματικών, μαθητών που ήταν αδιάφοροι όταν αυτή γίνεται με τον παραδοσιακό τρόπο χωρίς την χρήση των ΤΠΕ.

2ο Απρόσμενο στιγμιότυπο: Η Χρονική ανομοιογένεια των ομάδων στην εκτέλεση των εργασιών που απαιτούσαν τα φύλλα εργασίας της ανοικτής εκπαιδευτικής πρακτικής.

3ο Απρόσμενο στιγμιότυπο: Η επιμονή όλων σχεδόν των μαθητών η Διδασκαλία των Μαθηματικών να γίνεται μόνο ομαδοσυνεργατικά με την χρήση του λογισμικού geogebra και η πλήρη απόρριψη της αλγεβρικής αποδεικτικής διδασκαλίας.

4.3 Εκπαιδευτική τεχνική σε σημαντικά στιγμιότυπα

Στάση στο 1ο Απρόσμενο στιγμιότυπο: Επαινετική και ενθαρρυντική στάση απέναντι στους μαθητές που απρόσμενα έδειξαν ενεργό συμμετοχή. Το προφίλ των συγκεκριμένων μαθητών ενισχύθηκε απέναντι σε όλες τις ομάδες. Οι ίδιοι αισθάνθηκαν ότι μπορεί να συμμετέχουν όχι μόνο στην διδασκαλία των μαθηματικών αλλά να εξερευνούν και να ανακαλύπτουν από μόνοι τους μαθηματικές έννοιες. Η τυχόν παρελθοντική απόρριψη του μαθήματος παύει να ισχύει μιας και ο ίδιοι έγιναν συνερευνητές της μαθηματικής γνώσης.

Στάση στο 2ο Απρόσμενο στιγμιότυπο: Στις ομάδες που τελείωναν πρώτες τις απαιτούμενες εργασίες δινόταν από τον διδάσκοντα, κίνητρα για περεταίρω εξερεύνηση και άλλων ενδεχομένων του μαθηματικού αντικειμένου, προκειμένου να έχουν εποικοδομητική ενασχόληση. Ο εκπαιδευτικός εντόπισε το πρόβλημα καθυστέρησης κάποιας ομάδας που ήταν η μη εξοικείωση του χρήστη του Η/Υ στο περιβάλλον geogebra και παρέβηκε υποβοηθώντας και ενθαρρύνοντας τον μαθητή που είχε το πρόβλημα. Ο μαθητής έχοντας τον διδάσκοντα σαν συνερευνητή, μείωσε αισθητά τον χρόνο απόκρισης στις απαιτήσεις των εργασιών.

Στάση στο 3ο Απρόσμενο στιγμιότυπο: Προκειμένου να κατανοήσουν οι μαθητές ότι η χρήση των ΤΠΕ έρχονται να βοηθήσουν την διδασκαλία των μαθητών και όχι να την αντικαταστήσουν τους έδωσα να λύσουν το παρακάτω πρόβλημα, με το ερώτημα αν μπορούν μόνο με τις γνώσεις που απέκτησαν από την χρήση του λογισμικού, χωρίς αλγεβρικές πράξεις.

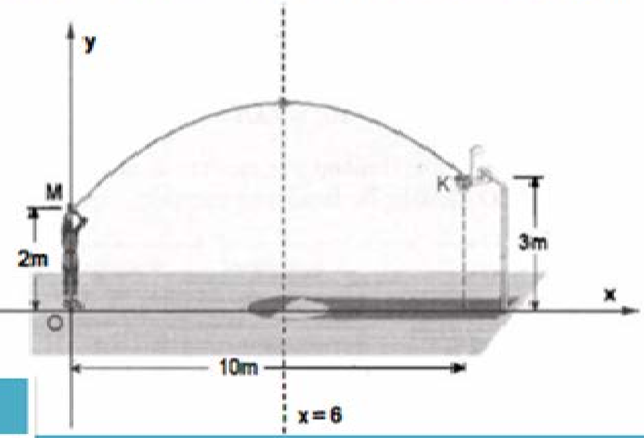
Ένας παίκτης μπάσκετ σουτάρει από απόσταση 10m από το κέντρο της στεφάνης Κ του καλαθιού, που βρίσκεται σε ύψος 3m, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.
Η μπάλα Μ όταν φεύγει από τα χέρια του παίκτη βρίσκεται σε ύψος 2m. Αν τοποθετήσουμε την αρχή Ο ενός ορθοκανονικού συστήματος συντεταγμένων στα πόδια του αθλητή, να βρείτε:

α) Τις συντεταγμένες των σημείων Μ και Κ. Αν η τροχιά της μπάλας στο σχήμα είναι παραβολή της μορφής $y = αx^2+βx+γ$, και διέρχεται από τα σημεία (0, 2) και (10, 3), να υπολογίσετε:

β) Το πρόσημο του α και την τιμή του γ,

γ) Αν επιπλέον η παραβολή έχει άξονα συμμετρίας την $x = 6$, να βρεθούν και τα α και β.

δ) Ένας παίκτης με τα χέρια υψωμένα, πηδώντας κατακόρυφα, μπορεί να φτάσει τα 3,70m. Αν πηδήξει σε οριζόντια απόσταση 6m από τον παίκτη που σουτάρει, θα μπορέσει να «κόψει» το σουτ;



Ευκλείδης Α΄ 100 τ.4/30

Οι απαντήσεις που πήρα ήταν ότι μπορούν με την οπτικοποίηση των Μαθηματικών να απαντήσουν μόνο στο ερώτημα β και ότι ήταν απαραίτητες οι αλγεβρικές πράξεις στην επίλυση των άλλων ερωτημάτων.

4.4 Σχέση με άλλες ανοιχτές εκπαιδευτικές πρακτικές

Η παρουσα ανοικτη εκπαιδευτική πρακτική με κατάλληλες προσθήκες μπορει να δώσει οπτικοποίηση στις πολυωνυμικές και άρρητες συναρτήσεις καθώς και στην λύση των αντίστοιχων εξισώσεων. Οι μαθητές θα υλοποιήσουν δραστηριότητες στις οποίες τα πολυώνυμα προσεγγίζονται ως συναρτήσεις των οποίων οι γραφικές παραστάσεις αναδυκνείουν χαρακτηριστικές τους ιδιότητες. Φυσικά αναφερόμαστε για μαθητές της Β΄λυκείου.

Επιπλέον μία δυναμική γραφική παράσταση δίνει την δυνατότητα στον μαθητή να λύσει και διερευνήσει προβλήματα που είναι αδύνατον να αντιμετωπιστούν με τα συμβατικά μέσα που διαθέτει (χαρτί και μολύβι).

Η εξίσωση **$χ^3$-3$χ^2$-2χ+3=0** δεν μπορεί να λυθεί με τους συμβατικούς τρόπους της

παραγοντοποίησης μέσω του σχήματος Horner. Η χρήση της γραφικής παράστασης και τα σημεία τομής της με τον άξονα χ΄χ
αποτελεί τον μόνο εφικτό τρόπο για την λύση της εξίσωσης.

Στόχοι της επέκτασης

1. Θα μελετήσουν τρόπους λύσης μιας πολυωνυμικής εξίσωσης μέσω της γραφικής παράστασης.

2. Θα μελετήσουν τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται η γραφική παράσταση ενός πολυωνύμου όταν μεταβάλλονται οι συντελεστές του.

3. Θα συνδέσουν την ύπαρξη ριζών πολλαπλότητας πάνω από 1 με την επαφή της γραφικής παράστασης στον άξονα χ'χ.

4. Θα μελετήσουν άρρητες συναρτήσεις και θα λύσουν άρρητες εξισώσεις

Ένα προσχέδιο και μόνο ανοικτής εκπαιδευτικής πρακτικής που αναφέρεται στις πολυωνυμικές και άρρητες συναρτήσεις **το έχω ανεβάσει σαν πρόσθετο υλικό της εν λόγο ανοικτής εκπαιδευτικής πρακτικής καθώς επίσης και στο Φωτόδεντρο e-yliko χρηστών: http://photodentro.edu.gr/ugc/r/8525/1017?locale=el**
Περιλαμβάνει ένα σρχείο doc με τίτλο: **proshedio** και 3 δικά μου αρχεία **geogebra με τίτλους:**

graf_parast_polyvwn_bash_syntelestwn

graf_parast_polyvwn_bash_rizwn

arrites_synarthseis

4.5 Αξιοποίηση, γενίκευση, επεκτασιμότητα

Οι δυνητικά άπειρες αναπαραστάσεις στοιχείων της εφαρμογής, **όπως το ίχνος ενός κινούμενου σημείου της συνάρτησης της παραβολής f(x)=αx^2+βx+γ που προβάλλεται πάνω και στους δύο άξονες και με ταυτόχρονη σύγκριση του πρόσημου της τεταγμένης του με το πρόσημο του συντελεστή α** μπορούν να οδηγήσουν σε οπτικοποιημένη απόδειξη της θεωρίας για το πρόσημο τριωνύμου μαθηματική έννοια που αναφέρεται στην **Α΄λυκείου.**
Οι πολλαπλοί μετασχηματισμοί των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων επιτρέπουν τη διερεύνηση και τελικά ανακάλυψη του πρόσημου τριωνύμου για τις διάφορες τιμές της διακρίνουσας Δ και των συντελεστών α, β, γ.
Οι μαθητές θα αποδώσουν κατ' αρχήν κιναισθητικό νόημα στις μεταβολές του των τιμών του πρόσημου της συνάρτησης f(x) = αx^2+βx+γ καθώς θα πραγματοποιούν οι ίδιοι τις μεταβολές αυτές.

Ακόμη θα συνδέσουν τις μεταβολές των τιμών των συντελεστών α, β, γ με τους μετασχηματισμούς που υφίσταται η γραφική παράσταση.

5. Πρόσθετο υλικό που αξιοποιήθηκε

Βιβλιογραφία – αναφορές:

- Γαβρίλης Κ. & Κεϊσογλου Στ. (2008). Σενάρια και εκπαιδευτικό λογισμικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών ΠΕ03 στην διδακτική των Μαθηματικών, 1ο Πανελλήνιο Εκπαιδευτικό Συνέδριο Ημαθίας.
- Κυνηγός, Χ., Γαβρίλης, Κ. Κεϊσογλου Σ., Ψυχάρης Γ. (2009). Η επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στη Διδακτική των Μαθηματικών με τη βοήθεια εργαλείων ψηφιακής τεχνολογίας. 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο των Εκπαιδευτικών για τις ΤΠΕ. «Αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στη Διδακτική Πράξη», Σύρος
- Κυνηγός, Χ. & Δημαράκη. Β. (Επιμ.) (2002). Νοητικά Εργαλεία και Πληροφοριακά Μέσα: Παιδαγωγική Αξιοποίηση της Σύγχρονης Τεχνολογίας για τη Μετεξέλιξη της Εκπαιδευτικής Πρακτικής. Αθήνα: Καστανιώτη.
- Κυνηγός Χ., Ψυχάρης Γ., Γαβρίλης Κ., Κεϊσογλου Σ. (2008). Επιμορφωτικό υλικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στα Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης. Τεύχος 4: Κλάδος ΠΕ03, ΕΑΙΤΥ
- Grouws D. και. Cebulla K. J (2000). Improving Student Achievement in Mathematics: Part 1: Research Findings», Published by ERIC.
- Zemelman S., Daniels H., Hyde A. (2005). Best practices. Today's Standards for teaching and learning in America's schools. Third Edition. HEINEMANN Portsmouth, New Hampshire.
- Wittmann E. (2001). Developing Mathematics Education in a systemic process, Educational Studies in Mathematics 48: 1–20, 2001.

Λογισμικό:

Το εκπαιδευτικό λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε στην υλοποίηση της ανοικτής εκπαιδευτική πρακτική είναι το **GEOGEBRA**

Χρήσιμες ηλεκτρονικές διευθύνσεις:

- Φωτόδεντρο: http://photodentro.edu.gr/aggregator/
- Διαδραστικά σχολικά βιβλία: http://ebooks.edu.gr/new/
- Επιμόρφωση Β επιπέδου ΤΠΕ: http://e-pimorfosi.cti.gr/