



ΜΙΑ ΟΠΤΙΚΗ ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΟΥ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ

ΟΜΑΔΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Νικόλαος Τερψιάδης, *Μαθηματικός*

ΣΧΟΛΕΙΟ

Πειραματικό Λύκειο Πανεπιστημίου Μακεδονίας



ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ, 2015

1.Συνοπτική περιγραφή της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής

Σε αυτή την ανοιχτή εκπαιδευτική πρακτική επιχειρείται να έρθουν οι μαθητές σε επαφή με τη διαδικασία της απόδειξης ενός θεωρήματος και να επιτύχουν μία εννοιολογική κατανόηση του τρόπου διατύπωσης ενός υποθετικο-παραγωγικού συλλογισμού με τη μορφή επιχειρηματολογίας. Στο πλαίσιο αυτής της πρακτικής υλοποιούνται δύο δραστηριότητες.

Στην πρώτη δραστηριότητα, με τη βοήθεια ενός εκπαιδευτικού βίντεο που εισάγει μία οπτική απόδειξη του Πυθαγόρειου Θεωρήματος, δίνεται το έναυσμα στους μαθητές να εργαστούν σε ομάδες πάνω στη διατύπωση μιας μαθηματικής επιχειρηματολογίας που τους οδηγεί στη διατύπωση της αλγεβρικής σχέσης που συνδέει τις πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου. Τα αποτελέσματα της εργασίας των ομάδων καταγράφονται σε φύλλα εργασίας, συνοψίζονται στο τέλος της δραστηριότητας από τον διδάσκοντα και χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της δραστηριότητας.

Στη δεύτερη δραστηριότητα οι μαθητές αλληλεπιδρούν με κατάλληλα σχεδιασμένο διαδραστικό εκπαιδευτικό υλικό, που τους βοηθά να εμβαθύνουν στην κατανόηση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος και του αντιστρόφου του. Το εκπαιδευτικό υλικό προσφέρει κατάλληλη ανατροφοδότηση, δίνει τη δυνατότητα τους μαθητές να αυτοαξιολογηθούν και το επαναχρησιμοποιήσουν στην τάξη ή στο σπίτι.

2. Σχεδιασμός της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής

2.1 Στοιχεία σχεδιασμού

Αυτή η ανοιχτή εκπαιδευτική πρακτική σχεδιάστηκε με σκοπό βοηθήσει τους μαθητές να προσεγγίσουν μία διαδικασία υποθετικο-παραγωγικού συλλογισμού, αποφεύγοντας τη συντακτική δομή που απαιτεί μία αυστηρή απόδειξη. Για το σκοπό αυτό αξιοποιήθηκε μία οπτική απόδειξη του Πυθαγόρειου Θεωρήματος.

Επιχειρείται μία προσέγγιση καθοδηγούμενης ανακαλυπτικής μάθησης, στην οποία οι μαθητές μαθαίνουν μέσω της αλληλεπίδρασής τους στο πλαίσιο της εργασίας στην ομάδα. Το ψηφιακό εκπαιδευτικό υλικό που σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε για να υποστηρίξει τη συγκεκριμένη ανοιχτή εκπαιδευτική πρακτική, προωθεί την αυτενέργεια των μαθητών, επιτρέπει την αλληλεπίδρασή τους με το εκπαιδευτικό υλικό, προσφέρει κατάλληλη ανατροφοδότηση, δυνατότητα αυτοαξιολόγησης του μαθητή και βοηθά στο να είναι η δραστηριότητα πιο ελκυστική.

2.2 Διδακτικοί στόχοι

Οι διδακτικοί στόχοι αυτής της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής είναι:

Οι μαθητές,

- να ανακαλύψουν την αλγεβρική σχέση που συνδέει τις πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου μέσα από μία ανακαλυπτική προσέγγιση με τη βοήθεια μιας οπτικής απόδειξης.
- να διατυπώσουν ένα συμπέρασμα σε μορφή υποθετικής πρότασης.
- να εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφό του.
- να αναπτύξουν δεξιότητες συνεργασίας στο πλαίσιο ομαδοσυνεργατικής εκπαιδευτικής δραστηριότητας.
- να αναπτύξουν δεξιότητες χρήσης ΤΠΕ.

3. Εφαρμογή της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής

3.1 Περιβάλλον – πλαίσιο

Η ανοιχτή εκπαιδευτική πρακτική υλοποιήθηκε στο πλαίσιο του μαθήματος των Μαθηματικών της Β΄ Γυμνασίου. Το πρώτο μέρος της υλοποιήθηκε στην αίθουσα διδασκαλίας με τη βοήθεια διαδραστικού πίνακα και με διάταξη της αίθουσας για εργασία σε ομάδες. Το δεύτερο μέρος της υλοποιήθηκε στο εργαστήριο υπολογιστών, με ένα ζευγάρι μαθητών σε κάθε υπολογιστή και με τη βοήθεια ειδικά σχεδιασμένου διαδραστικού εκπαιδευτικού υλικού, που ήταν αναρτημένο στην ιστοσελίδα του σχολείου.

3.2 Τάξη

Επιλέξτε από την παρακάτω λίστα την τάξη στην οποία εφαρμόστηκε η ανοιχτή εκπαιδευτική πρακτική. Αν η δραστηριότητα είναι συνεργατική μπορείτε να επιλέξετε παραπάνω από μία τάξεις.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Νηπιαγωγείο | <input type="checkbox"/> Α΄ γυμνασίου |
| <input type="checkbox"/> Α΄ δημοτικού | <input type="checkbox"/> Β΄ γυμνασίου |
| <input type="checkbox"/> Β΄ δημοτικού | <input type="checkbox"/> Γ΄ γυμνασίου |
| <input type="checkbox"/> Γ΄ δημοτικού | <input type="checkbox"/> Α΄ λυκείου |
| <input type="checkbox"/> Δ΄ δημοτικού | <input type="checkbox"/> Β΄ λυκείου |
| <input type="checkbox"/> Ε΄ δημοτικού | <input type="checkbox"/> Γ΄ λυκείου |
| <input type="checkbox"/> ΣΤ΄ δημοτικού | |

3.3 Διάρκεια δραστηριότητας

Προσδιορίστε παρακάτω τη διάρκεια πραγματοποίησης της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής.

Ώρες διδασκαλίας

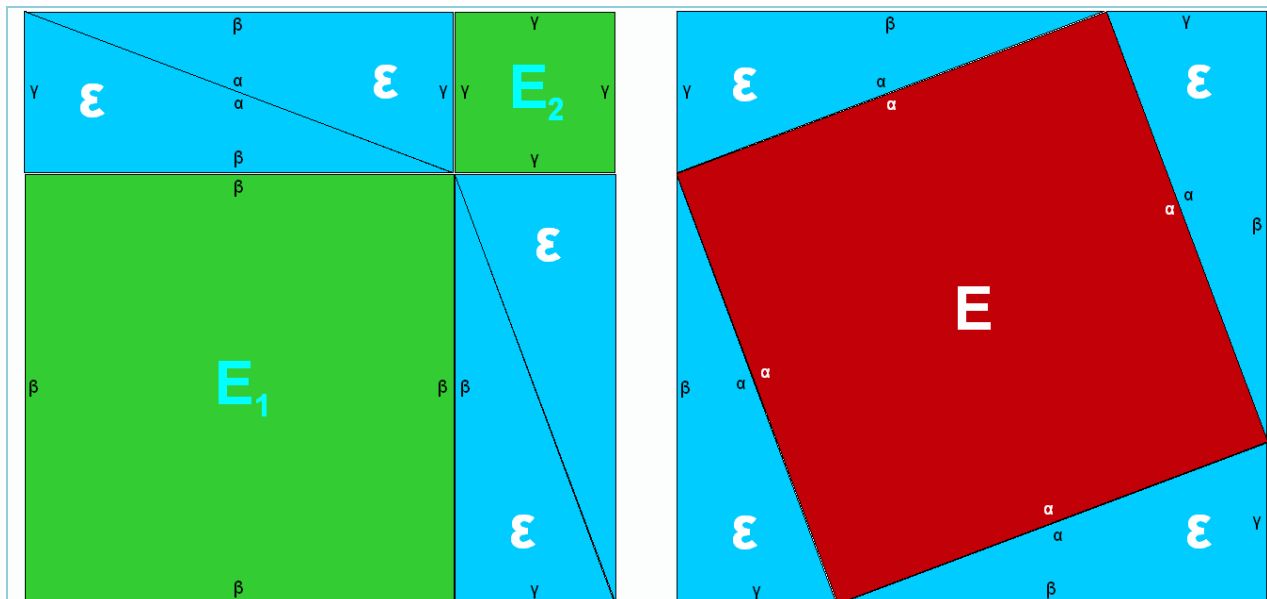
Διδακτική ενότητα 2 ωρών μαθητικής δραστηριότητας

Άλλη: Προσδιορίστε την διάρκεια: .

π.χ. 12 ώρες δραστηριότητας σε διάστημα ενός τριμήνου

3.4 Αναλυτική περιγραφή της πραγματοποίησης της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής

Στο **πρώτο μέρος** της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής (1^η διδακτική ώρα), οι μαθητές χωρίστηκαν σε μεικτές (ως προς τις ικανότητες και το φύλλο) ομάδες των 4-5 ατόμων. Ως εισαγωγική δραστηριότητα, παρουσιάστηκε στον διαδραστικό πίνακα το μικροπείραμα «Διερεύνηση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος», χωρίς όμως να γίνει αναφορά ότι οδηγεί στο Πυθαγόρειο Θεώρημα. Ως αποτέλεσμα του μικροπειράματος προέκυψε η διάταξη με τις δύο διαμερίσεις του τετραγώνου που χρησιμοποιήθηκε στη συνέχεια της δραστηριότητας. Ακολούθως, παρουσιάστηκε στους μαθητές, στον διαδραστικό πίνακα (είναι δυνατόν να γίνει και σε ασπροπίνακα με video projector, αν δεν υπάρχει διαδραστικός πίνακας), το αρχικό μέρος του βίντεο, στο οποίο εισάγεται η βασική ιδέα της συγκεκριμένης οπτικής απόδειξης του Πυθαγόρειου Θεωρήματος, που είναι η διαφορετική διαμέριση δύο ίσων τετραγώνων (το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας φαίνεται στην Εικόνα 1).



Εικόνα 1 – Διαμέριση δύο ίσων τετραγώνων

Ζητήθηκε από τις ομάδες, στο πλαίσιο μιας διαδικασίας καθοδηγούμενης ανακάλυψης, να συζητήσουν τα παρακάτω θέματα και να καταγράψουν τα συμπεράσματά τους στο φύλλο εργασίας:

- Να εξετάσετε αν τα δύο σχήματα είναι τετράγωνα και εάν είναι ίσα και να υποστηρίξετε την άποψή σας με επιχειρήματα.

Όλες οι ομάδες κατέληξαν εύκολα ότι τα δύο σχήματα είναι ίσα τετράγωνα, δίνοντας περισσότερα επιχειρήματα από όσα θα απαιτούσε μία τυπική απόδειξη.

- Αν τα δύο τετράγωνα είναι ίσα, τι συμπέρασμα μπορείτε να βγάλετε για τα εμβαδά τους; Πως μπορεί να αναλυθεί το εμβαδό του καθενός τετραγώνου σύμφωνα με τη διαμέριση (που φαίνεται στην Εικόνα 1);

Όλες οι ομάδες συμπέραναν εύκολα ότι αν τα σχήματα είναι ίσα τότε και τα εμβαδά τους θα είναι ίσα και ανέλυσαν κάθε εμβαδό στο άθροισμα των εμβαδών των επιμέρους σχημάτων από τα οποία αποτελείται.

- Παρατηρήστε τον τρόπο με τον οποίο είναι χωρισμένα τα δύο τετράγωνα σε μικρότερα σχήματα και εξετάστε αν υπάρχουν ίδια σχήματα στις δύο διαμερίσεις. Τι συμπέρασμα μπορείτε να βγάλετε από αυτή την παρατήρηση;

Όλες οι ομάδες, εύκολα παρατήρησαν και συμπέραναν ότι τα δύο τετράγωνα έχουν τα τέσσερα μπλε τρίγωνα κοινά. Κάποιες ομάδες χρειάστηκαν επιπλέον παρότρυνση για να αφαιρέσουν από τα δύο ίσα μέλη τα τέσσερα ίσα εμβαδά. Τέλος, όλες οι ομάδες χρειάστηκαν την παρότρυνση να εξετάσουν τι σημαίνει η σχέση στην οποία κατέληξαν για τις πλευρές των τετραγώνων που απέμειναν μετά την αφαίρεση των μπλε τριγώνων, προκειμένου να μετατρέψουν τη σχέση των εμβαδών σε σχέση πλευρών. Αυτό ήταν αναμενόμενο γιατί δεν ανακοινώθηκε στην αρχή της δραστηριότητας ότι θα μιλήσουμε για το Πυθαγόρειο Θεώρημα, ούτε ότι αναζητούμε μία σχέση πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου προκειμένου να μην προκαταβάλει τους μαθητές, πολλοί από τους οποίους είναι πιθανόν να γνωρίζουν εκ των προτέρων το θεώρημα. Τέλος, όλες οι ομάδες διαπίστωσαν εύκολα ότι η σχέση που προέκυψε αφορά στις πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου, του μπλε τριγώνου που είχε εξαφανιστεί από το σχήμα μας.

Στη συνέχεια παρουσιάστηκε στους μαθητές η συνέχεια του βίντεο που επαναφέρει στο προσκήνιο το μπλε ορθογώνιο τρίγωνο και δεδομένης πια της σχέσης που ανακαλύφθηκε για τις πλευρές του, ζητήθηκε από τις ομάδες:

- Να διατυπώσουν με λόγια αυτή τη σχέση και να διαπιστώσουν τη σχέση αιτίου-αποτελέσματος ανάμεσα στο γεγονός ότι το μπλε τρίγωνο είναι ορθογώνιο και στη σχέση που ανακάλυψαν.
- Να διατυπώσουν την πρόταση που προκύπτει αν η υπόθεση γίνει συμπέρασμα και το συμπέρασμα γίνει υπόθεση.

Έτσι, όλες οι ομάδες κατέληξαν να διατυπώσουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφό του με τη μορφή μιας πρότασης της μορφής υπόθεσης-συμπεράσματος.

Στη συνέχεια, παρουσιάστηκε το τέλος του βίντεο που ανακεφαλαίωσε τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξε η εργασία των ομάδων.

Τα φύλλα εργασίας συγκεντρώνονται προκειμένου να χρησιμοποιηθούν στην αξιολόγηση της εκπαιδευτικής δραστηριότητας που πραγματοποιήθηκε.

Στο **δεύτερο μέρος** της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής (2^η διδακτική ώρα), οι μαθητές μεταφέρθηκαν στο εργαστήριο υπολογιστών και κάθισαν ανά δύο σε κάθε υπολογιστή. Εδώ αφέθηκε στους μαθητές να χωριστούν σε ζευγάρια όπως επιθυμούσαν, ώστε να διασφαλιστεί, όσο είναι δυνατόν, ότι συμπαθούν και υποστηρίζουν ο ένας τον άλλο.

Οι μαθητές υλοποίησαν μία ειδικά σχεδιασμένη δραστηριότητα σε περιβάλλον διαδραστικών ιστοσελίδων, που δημιουργήθηκε από τον διδάσκοντα-δημιουργό της

πρακτικής και αναρτήθηκε στην προσωπική του ιστοσελίδα. Η δραστηριότητα αποτελείται από επτά διαδραστικές ασκήσεις κλειστού τύπου, που διαπραγματεύονται το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφό του.

Εδώ ο ρόλος του διδάσκοντα είναι περισσότερο υποστηρικτικός. Οι μαθητές αυτενεργούν, αλληλεπιδρούν με το εκπαιδευτικό υλικό και μεταξύ τους ανά δύο, διατυπώνουν υποθέσεις για τα ερωτήματα που τίθενται και τις επιβεβαιώνουν, τις απορρίπτουν ή τις τροποποιούν με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού υλικού, το οποίο είναι σχεδιασμένο ώστε να προσφέρει κατάλληλη ανατροφοδότηση, ιδιαίτερα στην περίπτωση που οι μαθητές απαντούν λάθος. Ο διδάσκων παρενέβη μόνον όταν του ζητήθηκε βοήθεια είτε για γνωστικά είτε για τεχνικά ζητήματα.

Το διαδραστικό εκπαιδευτικό υλικό, παραμένει αναρτημένο, οπότε οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να το χρησιμοποιήσουν και από το σπίτι, εκτός σχολείου και εκτός σχολικού ωραρίου.

3.5 Ρόλος του διδάσκοντα

Επιλέξτε από την παρακάτω λίστα τα βασικά χαρακτηριστικά του ρόλου του διδάσκοντα. Υπάρχει η δυνατότητα πολλαπλών επιλογών.

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> Διδακτικός | <input type="checkbox"/> Προπονητικός |
| <input checked="" type="checkbox"/> Ενθαρρυντικός | <input type="checkbox"/> Διαχειριστικός |
| <input checked="" type="checkbox"/> Υποστηρικτικός | <input type="checkbox"/> Μέντωρ |
| <input type="checkbox"/> Συμβουλευτικός | <input type="checkbox"/> Υποκινητικός |
| <input checked="" type="checkbox"/> Διευκολυντικός | <input type="checkbox"/> Κριτικός |
| <input checked="" type="checkbox"/> Συντονιστικός | <input type="checkbox"/> Επιμελητής περιεχομένου (curator) |
| <input type="checkbox"/> Ηγετικός | <input type="checkbox"/> Τεχνική υποστήριξη |
| <input type="checkbox"/> Διαμεσολαβητικός | <input type="checkbox"/> Άλλος ρόλος: <input type="text"/> |
| <input type="checkbox"/> Εποπτικός | |

4. Πηγές Ψηφιακού Εκπαιδευτικού Περιεχομένου που αξιοποιήθηκαν

Για την υποστήριξη της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής δημιουργήθηκε και αξιοποιήθηκε ψηφιακό εκπαιδευτικό υλικό που συμπεριλαμβάνεται στο πρόσθετο υλικό και στο αρχείο zip που συνοδεύει την πρακτική. Επίσης αξιοποιήθηκε το παρακάτω υλικό:

Μικροπείραμα «Διερεύνηση Πυθαγόρειου Θεωρήματος» (ΔΟΥΚΑΚΗΣ ΣΠΥΡΟΣ)

<http://photodentro.edu.gr/ugc/r/8525/447>

5. Στοιχεία τεκμηρίωσης και επέκτασης της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής

5.1 Αποτελέσματα - Αντίκτυπος

Η προτεινόμενη ανοιχτή εκπαιδευτική πρακτική, επιχειρώντας μία προσέγγιση καθοδηγούμενης ανακαλυπτικής μάθησης, δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να κατασκευάσουν ενεργητικά τη γνώση και να μάθουν μέσα από την αλληλεπίδρασή τους με τους άλλους μαθητές στο πλαίσιο της εργασίας στις ομάδες. Αντικαθιστά την παραδοσιακή νομιναλιστική διατύπωση ενός θεωρήματος με μία διαδικασία εννοιολογικής ανάπτυξης της αποδεικτικής διαδικασίας, προτρέποντας στη διατύπωση μιας μαθηματικής επιχειρηματολογίας που βοηθά τους μαθητές να προσεγγίσουν τη δομή ενός υποθετικο-παραγωγικού συλλογισμού, παρακάμπτοντας τη δυσκολία προσέγγισης της αυστηρής συντακτικής μαθηματικής απόδειξης.

Η πρόσθετη μαθησιακή αξία από την αξιοποίηση του ψηφιακού εκπαιδευτικού περιεχομένου συνίσταται αφενός στη εύστοχη και αποτελεσματική παρουσίαση της οπτικής απόδειξης και αφετέρου στη δυνατότητα που δίνει στους μαθητές να αυτενεργήσουν αλληλεπιδρώντας με το διαδραστικό εκπαιδευτικό υλικό, να λάβουν ανατροφοδότηση και να αυτοαξιολογηθούν.

Το ψηφιακό περιεχόμενο αποτελείται από δύο ενότητες, ένα εκπαιδευτικό βίντεο και μία διαδραστική εκπαιδευτική δραστηριότητα σε μορφή διαδραστικών ιστοσελίδων. Αυτό, δίνει καταρχήν τη δυνατότητα αποσπασματικής χρησιμοποίησής του στο πλαίσιο άλλων εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων. Επιπλέον, η πρώτη ενότητα θα μπορούσε να εμπλουτιστεί με ιστορικά στοιχεία και στοιχεία της ιστορίας των μαθηματικών στο πλαίσιο μιας ευρύτερης εκπαιδευτικής δραστηριότητας. Η δεύτερη ενότητα, θα μπορούσε επίσης να εμπλουτιστεί, είτε σε έκταση είτε σε βάθος περιεχομένου, εάν θέλουμε να επεκτείνουμε το υλικό ώστε να καλύπτει και τις εφαρμογές του Πυθαγόρειου Θεωρήματος ή εάν θέλουμε να δημιουργήσουμε μεγαλύτερης έκτασης υλικό προκειμένου να αξιοποιηθεί εκτός τάξης και εκτός σχολικού ωραρίου ή για σκοπούς εξ αποστάσεως εκπαίδευσης.

Ενώ το Πυθαγόρειο Θεώρημα θεωρείται ένα εύκολο θεώρημα σε ότι αφορά τις δυσκολίες στην κατανόηση και την εφαρμογή του και οι μαθητές δείχνουν ότι το κατανοούν και το χειρίζονται σε μεγάλο βαθμό, εντούτοις, πολύ συχνά παρατηρείται ότι σε βάθος χρόνου τα μαθησιακά αποτελέσματα εξανεμίζονται. Η προσέγγιση που επιχειρήθηκε στο πλαίσιο αυτής της ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής φάνηκε ότι δημιούργησε πιο σταθερή και ποιοτική γνώση με διάρκεια σε βάθος χρόνου. Η εκτίμηση αυτή βασίζεται στην αξιολόγηση του επαναληπτικού διαγωνίσματος και στο γεγονός ότι όλοι ανεξαιρέτως οι μαθητές που συμμετείχαν σε αυτή την εκπαιδευτική δραστηριότητα επέλεξαν στις τελικές εξετάσεις το θέμα με το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Ο βαθμός καινοτομίας που επέφερε η πραγματοποίηση αυτής της εκπαιδευτικής πρακτικής θεωρείται υψηλός, αφενός λόγω της επιτυχούς εφαρμογής της ομαδοσυνεργατικής προσέγγισης (η οποία παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες στη διδασκαλία του μαθήματος των Μαθηματικών) και αφετέρου λόγω του υψηλού βαθμού αυτενέργειας των μαθητών που πέτυχε μέσω της ανακαλυπτικής προσέγγισης και της αξιοποίησης του ειδικά σχεδιασμένου ψηφιακού εκπαιδευτικού υλικού.

5.2 Σχέση με άλλες ανοιχτές εκπαιδευτικές πρακτικές

Ο σχεδιασμός της εν λόγω ανοιχτής εκπαιδευτικής πρακτικής δεν βασίστηκε σε άλλες εκπαιδευτικές πρακτικές αξιοποίησης ψηφιακού περιεχομένου, αξιοποίησε όμως σύγχρονες εκπαιδευτικές ιδέες και μεθόδους που είναι ευρέως διαδεδομένες στο χώρο της εκπαιδευτικής πρακτικής. Ωστόσο, η πρωτοτυπία της έγκειται στον επιτυχή συνδυασμό μιας ομαδοσυνεργατικής ανακαλυπτικής διδακτικής προσέγγισης με μια προσέγγιση βασισμένη σε ένα διαδραστικό ψηφιακό εκπαιδευτικό υλικό, που έχουν ως κοινό παρονομαστή την ενίσχυση της ενεργητικής κατασκευής της γνώσης από τον μαθητή.

5.3 Αξιοποίηση, Γενίκευση, Επεκτασιμότητα

Η ανοιχτή εκπαιδευτική πρακτική που αναπτύχθηκε παραπάνω μπορεί να αξιοποιηθεί όπως προτείνεται ως μια δραστηριότητα εισαγωγής του Πυθαγόρειου Θεωρήματος. Μπορεί επίσης να αξιοποιηθεί αποσπασματικά. Καθεμία από τις δύο ενότητες που την αποτελούν είναι δυνατόν να ενταχθεί σε μία άλλη εκπαιδευτική δραστηριότητα. Επίσης, το ψηφιακό υλικό που σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε για να υποστηρίξει αυτή την εκπαιδευτική πρακτική, είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ανεξάρτητα στο πλαίσιο άλλων εκπαιδευτικών σχεδιασμών. Η πρώτη εκπαιδευτική δραστηριότητα είναι δυνατόν να επεκταθεί εισάγοντας και αξιοποιώντας θέματα ιστορίας των μαθηματικών, ενώ το ψηφιακό εκπαιδευτικό υλικό είναι δυνατόν να επεκταθεί σε έκταση ώστε να καλύψει και εφαρμογές του Πυθαγόρειου Θεωρήματος και σε βάθος ώστε να αναβαθμιστεί σε εργαλείο αξιολόγησης ή/και αυτοαξιολόγησης ή σε εργαλείο εξ αποστάσεως εκπαίδευσης.

6. Πρόσθετο υλικό που αξιοποιήθηκε

Αναφέρετε τυχόν πρόσθετο υλικό που αξιοποιήθηκε.

✓ Βιβλία

Αποδείξεις χωρίς λόγια, Roger B. Nelsen, Εκδόσεις Σαββάλας, 1996

Σημειώσεις

Χάρτες

Websites

✓ Λογισμικό

Hot Potatoes (λογισμικό κατασκευής διαδραστικών ιστοσελίδων)

<http://hotpot.uvic.ca/>

Geogebra (η ελληνική ιστοσελίδα του ελεύθερου λογισμικού για τα μαθηματικά)

<http://www.geogebra.org/cms/>

Εκπαιδευτικό βίντεο για το Πυθαγόρειο Θεώρημα

http://users.sch.gr/anitus/03_ekpaideytiko_yliko/pythagorio_theorima/pythagorio_theorema/pythagorio_theorema.html

Διαδραστικό ψηφιακό εκπαιδευτικό υλικό για το Πυθαγόρειο Θεώρημα

http://users.sch.gr/anitus/03_ekpaideytiko_yliko/pythagorio_theorima/Pythagorio_theorima_01.htm