

Φύλλο Εργασίας 3: Υπολογισμός ακτογραμμής

Δραστηριότητα 1^η (συζήτηση)

- Μελετήστε το παρακάτω κείμενο.

Το 1967 ο Μπενουά Μάντελμπροτ έθεσε την φαινομενικά απλοϊκή ερώτηση: «πόσο μεγάλη είναι η ακτογραμμή της Βρετανίας;». Ύστερα από σύντομη σκέψη διαπιστώνει κανείς ότι η ερώτηση δεν είναι τόσο απλοϊκή όσο φαίνεται εξ αρχής, αφού η απάντηση εξαρτάται από την κλίμακα του χάρτη που χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε την ακτογραμμή! Όσο πιο πολλές λεπτομέρειες έχει ο χάρτης τόσο πιο μεγάλη τιμή για την ακτογραμμή προκύπτει. Ο λόγος αυτής της παράξενης ιδιότητας είναι ότι η ακτογραμμή προσομοιάζει ένα φράκταλ. Η γεωμετρία του Ευκλείδη δεν αρκούσε για να περιγράψει τον πραγματικό κόσμο και αυτός είναι ο λόγος που η θεωρία των φρακταλ αντιμετωπίστηκε αρχικά με δυσπιστία.

Ο Μάντελμπροτ είναι εκείνος που εισήγαγε τόσο τον όρο όσο και τη θεωρία των φράκταλ στην επιστήμη, κατόρθωσε να δώσει έναν αρκετά ευρύ αλλά μαθηματικά ακριβή ορισμό τους καθώς και των ιδιαίτερων ιδιοτήτων τους (αυτοομοιότητα, κλασματική διάσταση, μικρή επιφάνεια φράκταλ αλλά άπειρη σε μήκος περίμετρος). Θεωρείται ως ένας από τους σπουδαιότερους μαθηματικούς των τελευταίων 50 ετών.

- Σχολιάστε τις εξής φράσεις: *"Όσο πιο πολλές λεπτομέρειες έχει ο χάρτης τόσο πιο μεγάλη τιμή για την ακτογραμμή προκύπτει. Ο λόγος αυτής της παράξενης ιδιότητας είναι ότι η ακτογραμμή προσομοιάζει ένα φράκταλ."*

Δραστηριότητα 2^η (Geogebra + συζήτηση + τετράδιο)

- ★ Ανοίξτε το αρχείο Geogebra "Coastline dimension".

- Με την εφαρμογή αυτή θα μετρήσουμε το μήκος της ακτογραμμής της Θράκης. Ακολουθήστε τα παρακάτω βήματα:

- Μετακινήστε το σημείο B σε κάποιο σημείο της ακτής. Στη συνέχεια κάντε κλικ στο σημείο B. (Θα πρέπει το ευθύγραμμο τμήμα AB να "έγινε" ΓΔ)
- Μετακινήστε το σημείο Δ (δεξιά του Γ) σε κάποιο σημείο της ακτής. Στη συνέχεια κάντε κλικ στο σημείο Δ. (Θα πρέπει το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ να "έγινε" AB)
- Συνεχίστε τη διαδικασία μέχρι να φτάσετε στην άκρη της Θρακικής ακτογραμμής.

Προσοχή: Στην τελευταία μέτρηση όταν το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος είναι μεγαλύτερο από όσο χρειάζεται θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε τη **"Μικρομέτρηση"**.

- Όταν ολοκληρώσετε την μέτρηση της ακτογραμμής κάντε κλικ στην ένδειξη **"Καταχώρησε τη μέτρηση"**. Θα παρατηρήσετε ότι η μέτρησή σας

Φύλλο Εργασίας 3: Υπολογισμός ακτογραμμής

έχει καταχωριστεί στο Υπολογιστικό Φύλλο. Αμέσως μετά κάντε κλικ στην ένδειξη "Μηδένισε την τρέχουσα μέτρηση".

- Επαναλάβετε την παραπάνω διαδικασία μεταβάλλοντας διαδοχικά τον δρομέα στις θέσεις 2, 3, 4 και 5. (μην ξεχνάτε κάθε φορά να καταχωρίζεται τα αποτελέσματα των μετρήσεών σας στο Υπολογιστικό Φύλλο)
- Πώς προέκυψαν τα σημεία του γραφήματος; Για ποιον λόγο, κατά τη γνώμη σας, επιλέγονται να χρησιμοποιηθούν οι τιμές $\log x$ και $\log y$ (αντί των x και y); Ποιο το πλεονέκτημα της χρήσης της λογαριθμικής κλίμακας;
- Είναι τα σημεία συνευθειακά;
- Κάντε κλικ στην ένδειξη "Δείξε την ευθεία". Διέρχεται η ευθεία αυτή από όλα τα σημεία του γραφήματος; Σε τι χρησιμεύει η ύπαρξή της;
- Αξιοποιώντας τον τύπο $1 - D = \alpha$ (όπου α ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας και D η διάσταση του φράκταλ) βρείτε τη διάσταση της ακτογραμμής της Θράκης.

Δραστηριότητα 3^η (συζήτηση)

- Παρατηρήστε το παρακάτω γράφημα στο οποίο παρουσιάζονται οι μετρήσεις για τις ακτογραμμές (αντίστοιχες με αυτές της Δραστηριότητας 2) διαφόρων χωρών και απαντήστε στις ομάδες σας στα εξής ερωτήματα:
 - Ποια από τις χώρες που αναφέρονται έχει την πιο περίπλοκη και ποια την πιο ομαλή ακτογραμμή;
 - Θα λέγατε ότι η ακτογραμμή της Θράκης είναι σχετικά ομαλή ή σχετικά περίπλοκη;

(L: μήκος ακτογραμμής, S: μήκος μονάδας μέτρησης)

