

Φύλλο Εργασίας 1: Φράκταλ - Χιονονιφάδα του Κοχ

Δραστηριότητα 1^η (μελέτη + συζήτηση)

- Μελετήστε το παρακάτω κείμενο.
- Να αναζητήσετε στο διαδίκτυο δύο τουλάχιστον φράκταλ «αντικείμενα». Συζητήστε στις ομάδες σας για ποιον λόγο τα αντικείμενα αυτά είναι φράκταλ.

Φράκταλ (Fractal) λέγεται ένα περίπλοκο μοτίβο το οποίο δημιουργείται από επαναλαμβανόμενα σχήματα, τα οποία μειώνονται ομοιόμορφα σε μέγεθος κάθε φορά που επαναλαμβάνονται.

(ορισμός από το λεξικό του Πανεπιστημίου του Κέμπριτζ)

Σχόλια:

- α) το αρχικό σχήμα επαναλαμβάνεται αυτούσιο σε άπειρο βαθμό μεγέθυνσης
- β) χαρακτηριστικό των φράκταλς είναι η αυτοομοιότητα, η οποία εμφανίζεται σε διαφορετικά επίπεδα μεγέθυνσης
- γ) «Ο όρος "φράκταλ" προέρχεται από το λατινικό fractio (θραύσμα, κομμάτι), λόγω της κλασματικής διάστασής του, και χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον Γάλλο μαθηματικό Μπενουά Μάντελμπροτ.

- ★ Ανοίξτε από το Φωτόδεντρο το αρχείο κατασκευής της Χιονονιφάδας του Κοχ (<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1889>)

Δραστηριότητα 2^η (μελέτη + τετράδιο)

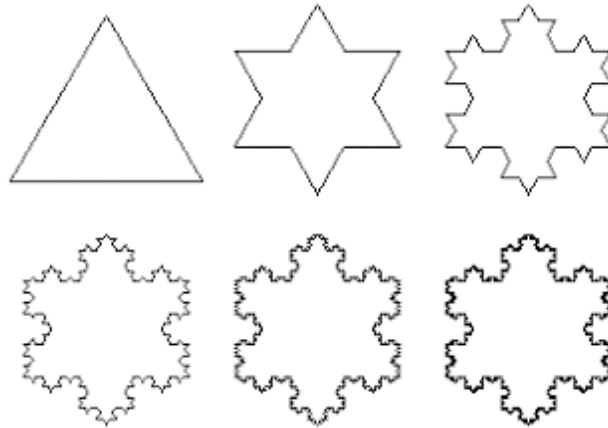
- Μελετήστε το παρακάτω κείμενο στο οποίο περιγράφεται ο τρόπος κατασκευής της Χιονονιφάδας του Κοχ.
(αφού πρώτα παρατηρήσετε στο αρχείο του Φωτόδεντρου τον τρόπο κατασκευής, δοκιμάστε να κατασκευάσετε στο τετράδιό σας τα πρώτα βήματα της χιονονιφάδας)

Χιονονιφάδα του Κοχ

Σχεδιάζουμε ένα ισόπλευρο τρίγωνο και χωρίζουμε την κάθε πλευρά του σε τρία ίσα μέρη. Με βάση το μεσαίο τμήμα της κάθε πλευράς σχηματίζουμε προς το εξωτερικό του τριγώνου ένα νέο ισόπλευρο τρίγωνο και αφαιρούμε την βάση του. Σχηματίζεται έτσι ένα αστεροειδές με 12 πλευρές η καθεμία όποιες ισούται με το $\frac{1}{3}$ της πλευράς του αρχικού τριγώνου.

Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία στην κάθε πλευρά του νέου σχήματος δημιουργώντας ένα πιο περίπλοκο αστεροειδές με 48 πλευρές. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία επ' άπειρον, καταλήγουμε σε ένα εξαιρετικά ωραίο και περίπλοκο φράκταλ που φέρει την ονομασία χιονονιφάδα του Koch (παρατήρησε το σχήμα).

Φύλλο Εργασίας 1: Φράκταλ - Χιονονιφάδα του Κοχ



Δραστηριότητα 3^η (τετράδιο)

- Να βρείτε τον τύπο που υπολογίζει το πλήθος των πλευρών της χιονονιφάδας του Κοχ στο n -στο στάδιο δημιουργίας της.
(να γράψετε μία ακολουθία P_n που ο κάθε όρος της θα περιέχει το πλήθος των πλευρών της χιονονιφάδας, ποιος είναι ο πρώτος όρος της; ποιος ο δεύτερος; πώς παράγεται ο κάθε όρος της; κ.τ.λ.)
- Να βρείτε τον τύπο που υπολογίζει το μήκος της κάθε πλευράς της χιονονιφάδας του Κοχ στο n -στο στάδιο δημιουργίας της.
(να γράψετε μία ακολουθία L_n που ο κάθε όρος της θα περιέχει το μήκος της κάθε πλευράς της χιονονιφάδας, ποιος είναι ο πρώτος όρος της; ποιος ο δεύτερος; πώς παράγεται ο κάθε όρος της; κ.τ.λ.)
- Να βρείτε τον τύπο που υπολογίζει την περίμετρο της χιονονιφάδας του Κοχ στο n -στο στάδιο δημιουργίας της.
(να βρείτε τη σχέση που έχει η περίμετρος με τις ακολουθίες P_n και L_n)

Δραστηριότητα 4^η (συζήτηση)

- Όταν το n τείνει να γίνει άπειρο πόση θα γίνεται η περίμετρος της χιονονιφάδας; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- Για ποιον λόγο πιστεύετε ότι τα συμπεράσματα που βγάλατε για την περίμετρο δεν είναι αντίστοιχα με τα αυτά που ισχύουν για το εμβαδό;
(να απαντήσετε, αφού πρώτα παρατηρήσετε ξανά τον τρόπο κατασκευής της χιονονιφάδας)