

Εμβαδόν ενός τραπεζίου

Όνοματεπώνυμο(α): _____

Το τραπέζιο είναι ένα τετράπλευρο με δύο παράλληλες πλευρές. Στην έρευνα αυτή θα κατασκευάσετε ένα τραπέζιο και κατόπιν θα το μετασχηματίσετε σε ένα σχήμα για το εμβαδόν του οποίου πρέπει να γνωρίζετε τον τύπο. Από τον τύπο αυτό θα εξάγετε μια σχέση για το εμβαδόν του τραπεζίου.

Σχέδιο και έρευνα

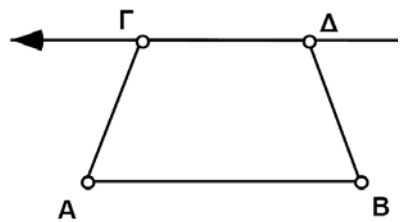
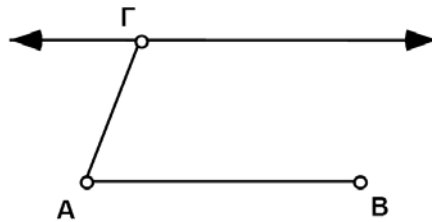
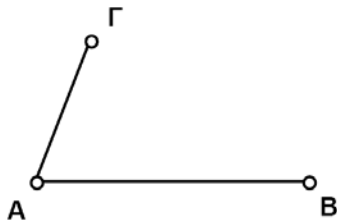
1. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα AB.

2. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα AG.

Επιλέξτε το σημείο Γ και το ευθύγραμμο τμήμα AB. Κατόπιν στο μενού **Κατασκευή** επιλέξτε **Παράλληλης ευθείας**.

3. Κατασκευάστε μια ευθεία διερχόμενη από το σημείο Γ και παράλληλη προς το τμήμα AB.

4. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΔB, όπου το σημείο Δ ανήκει στην ευθεία.



Βήματα 1 και 2

Επιλέξτε την ευθεία. Κατόπιν στο μενού **Προβολή** επιλέξτε **Απόκρυψη**.

Βήμα 3

5. Αποκρύψτε την ευθεία.

6. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ.

Βήμα 4

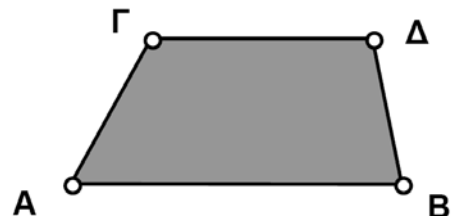
Εμβαδόν $ABGD = 3,78 \text{ εκ.}^2$
Μήκος $AB = 3,21 \text{ εκ.}$
Μήκος $GD = 2,15 \text{ εκ.}$
Απόσταση Γ έως $AB = 1,41 \text{ εκ.}$

Επιλέξτε τις κορυφές κατά διαδοχική σειρά. Κατόπιν στο μενού **Κατασκευή** επιλέξτε **Εσωτερικό τετράπλευρο**.

7. Κατασκευάστε το εσωτερικό πολυγώνου του τραπεζίου ABΔΓ.

8. Μετρήστε το εμβαδόν του ABΔΓ.

9. Μετρήστε τα μήκη των βάσεων, AB και ΓΔ, του τραπεζίου.



Επιλέξτε το σημείο Γ και το ευθύγραμμο τμήμα AB. Κατόπιν στο μενού **Μέτρηση** επιλέξτε **Απόστασης**.

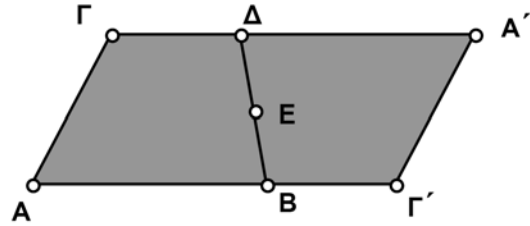
10. Μετρήστε την απόσταση του ευθύγραμμου τμήματος AB από το σημείο Γ. Αυτό είναι το ύψος του τραπεζίου.

11. Μεταφέρετε διαφορετικά μέρη του τραπεζίου και παρατηρήστε τις μετρήσεις.

Εμβαδόν ενός τραπεζίου (συνέχεια)

Στο σημείο αυτό ίσως είναι δύσκολο να βρείτε οποιαδήποτε σχέση μεταξύ της μέτρησης του εμβαδού και των μετρήσεων της βάσης και του ύψους. Συνεχίστε τη σχεδίαση προκειμένου να ερευνήσετε τη ζητούμενη σχέση.

12. Κατασκευάστε το σημείο E στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΔB.



Κάντε διπλό κλικ στο σημείο E ώστε να το επιλέξετε ως κέντρο. Επιλέξτε το τραπέζιο. Στο μενού

Μετασχηματισμός
επιλέξτε
Περιστροφή.

13. Επιλέξτε το σημείο E ως κέντρο και περιστρέψτε ολόκληρο το τραπέζιο κατά 180° .

14. Μεταφέρετε τμήματα του σχήματος και παρατηρήστε τη μορφή που αποκτά το τραπέζιο και το περιστραμμένο είδωλό του.

E1. Ποιο σχήμα αποκτούν τα δύο συνδυασμένα τραπέζια;



E2. Έστω β_1 το μήκος της βάσης AB και β_2 το μήκος της βάσης ΓΔ. Ποιο είναι το μήκος της βάσης του σχήματος των συνδυασμένων τραπεζίων;



E3. Γράψτε έναν τύπο για το εμβαδόν ενός απλού τραπεζίου σε συνάρτηση με τα β_1 , β_2 και ν (ύψος).



Κάντε κλικ μία φορά σε μια μέτρηση ώστε να την εισαγάγετε σε έναν υπολογισμό. Όπου είναι απαραίτητο χρησιμοποιήστε παρενθέσεις.

- E4. Ελέγξτε στο σχέδιό σας ότι έχετε εξαγάγει το σωστό τύπο υπολογίζοντας μια έκφραση ίση με το εμβαδόν του τραπεζίου. Χρησιμοποιήστε στην έκφρασή σας τα AB, ΓΔ καθώς και την απόσταση του σημείου Γ από το ευθύγραμμο τμήμα AB. Γράψτε στον κενό χώρο παρακάτω την έκφρασή σας.



Εμβαδόν ενός τραπεζίου (συνέχεια)

Περαιτέρω εξερεύνηση

1. Κατασκευάστε τα σημεία στο μέσο των μη παράλληλων πλευρών του τραπεζίου. Συνδέστε τα σημεία αυτά με ένα ευθύγραμμο τμήμα. Χρησιμοποιήστε το μήκος αυτού του τμήματος ώστε να επινοήσετε ένα νέο τύπο για το εμβαδόν.
2. Κατασκευάστε ένα τρίγωνο στο εσωτερικό του τραπεζίου με εμβαδόν ίσο με το ήμισυ του εμβαδού του τραπεζίου. Εξηγήστε τις ενέργειές σας. Υπάρχουν περισσότεροι του ενός τρόποι για την κατασκευή αυτή;

Εμβαδόν ενός τραπεζίου

(σ. 69)

Προαπαιτούμενα: Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν τους όρους *ύψος* και *βάση* αναφορικά με το τραπέζιο. Επίσης, πρέπει να γνωρίζουν τον τρόπο εύρεσης του εμβαδού ενός παραλληλόγραμμου.

Χρόνος στην τάξη: 35-50 λεπτά. Εάν υπάρχει έλλειψη χρόνου, ζητήστε από τους μαθητές να σταματήσουν μετά από το βήμα 13 και να χρησιμοποιήσουν τις μετρήσεις των βάσεων και του ύψους του τραπεζίου προκειμένου να καταστρώσουν μια έκφραση για το εμβαδόν.

Παράδειγμα σχεδίου: *Δραστηριότητες\Εμβαδόν τραπεζίου.gsp*.

Σχέδιο και έρευνα

- E1. Ο συνδυασμός των δύο τραπεζίων δίνει ένα παραλληλόγραμμο.
- E2. Το παραλληλόγραμμο του ερωτήματος E1 έχει βάση μήκους $\beta_1 + \beta_2$.
- E3. $E = (\beta_1 + \beta_2)u$ είναι το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου.
- E4. $E = (\beta_1 + \beta_2)u/2$ είναι το εμβαδόν του τραπεζίου.
- E5.
$$\frac{[(\text{Μήκος } AB) + (\text{Μήκος } \Gamma\Delta)](\text{Απόσταση μεταξύ } \Gamma \text{ και } AB)}{2}$$

Κατά την άθροιση των δύο βάσεων, οι μαθητές πρέπει να χρησιμοποιήσουν παρενθέσεις.

Περαιτέρω εξερεύνηση

- 1. $E = \mu u$, όπου μ το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει τα δύο σημεία στο μέσο και E το εμβαδόν του τραπεζίου. Το μήκος μ είναι η μέση τιμή των μηκών των βάσεων.
- 2. Στο παρακάτω σχήμα το εμβαδόν του τριγώνου $M\kappa\Lambda$ είναι το ήμισυ του εμβαδού του τραπεζίου. Τα σημεία I και Θ είναι στο μέσο των πλευρών και τα σημεία K και Λ βρίσκονται στο ίχνος των καθέτων που διέρχονται από τα σημεία I και Θ . Το σημείο M είναι ένα τυχαίο σημείο στο ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$, επομένως, υπάρχουν πολλά δυνατά τρίγωνα αυτού του είδους.

