

**Εμβαδά παραλληλόγραμμων
και τριγώνων**

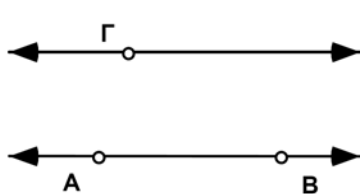
Όνοματεπώνυμο(α): _____

Θα ανακαλύψετε μια σχέση μεταξύ των εμβαδών παραλληλόγραμμων και τριγώνων εξετάζοντας μια διαδικασία που ονομάζεται **διατμητική παραμόρφωση**. Έτσι, θα λάβετε έναν τύπο για το εμβαδόν τον οποίο μπορείτε να γενικεύσετε για κάθε παραλληλόγραμμο.

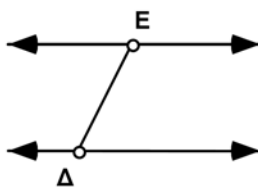
Σχέδιο και έρευνα

1. Κατασκευάστε μια οριζόντια ευθεία AB.
2. Κατασκευάστε το σημείο Γ πάνω από την ευθεία AB.
3. Κατασκευάστε μια ευθεία παράλληλη προς την ευθεία AB και διερχόμενη από το σημείο Γ.
4. Αποκρύψτε τα σημεία A, B και Γ.
5. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ μεταξύ της κάτω και της πάνω ευθείας.
6. Κατασκευάστε το σημείο Ζ στην κάτω ευθεία.
7. Κατασκευάστε μια ευθεία διερχόμενη από το σημείο Ζ και παράλληλη προς το τμήμα ΔΕ.
8. Κατασκευάστε το σημείο Η στην τομή μεταξύ της ευθείας αυτής και της πάνω ευθείας.

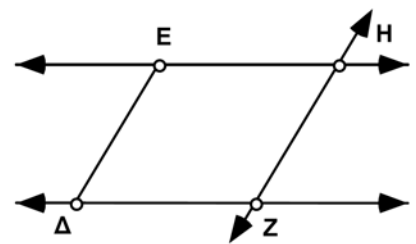
Επιλέξτε το σημείο Γ και την ευθεία AB. Κατόπιν στο μενού **Κατασκευή** επιλέξτε **Παράλληλης ευθείας**.



Βήματα 1-3



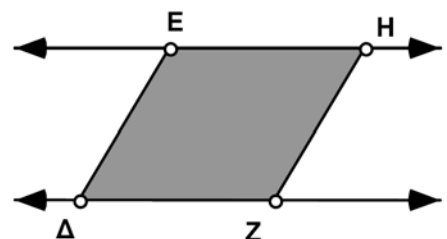
Βήματα 4 και 5



Βήματα 5-7

Επιλέξτε διαδοχικά τις κορυφές. Κατόπιν στο μενού **Κατασκευή** επιλέξτε **Εσωτερικού τετράπλευρου**.

9. Κατασκευάστε το εσωτερικό του πολυγώνου ΔΕΗΖ.
10. Αποκρύψτε την ευθεία ΖΗ.
11. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΖΗ.



Εμβαδά παραλληλόγραμμων και τριγώνων (συνέχεια)

Επιλέξτε το εσωτερικό κώνοντας κλικ σε αυτό. Κατόπιν στο μενού **Μέτρηση** επιλέξτε **Εμβαδού**.

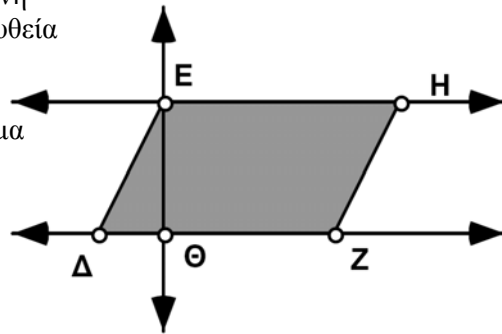
12. Μετρήστε το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου ΔΕΗΖ.
13. Παρατηρήστε τη μέτρηση του εμβαδού σε καθέναν από τους ακόλουθους τρόπους μεταφοράς:
 - α. Μεταφέρετε το σημείο Ε, ώστε να υποστεί διάτμηση το παραλληλόγραμμο.
 - β. Μεταφέρετε το σημείο Δ ή το σημείο Ζ, ώστε να μεταβληθεί η βάση του παραλληλόγραμμου.
 - γ. Μεταφέρετε είτε την ευθεία ΕΗ είτε την ευθεία ΔΖ πάνω ή κάτω, ώστε να μεταβληθεί το ύψος.

Ε1. Ποια από αυτές τις ενέργειες έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή του εμβαδού και ποια όχι; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



Το ύψος του παραλληλόγραμμου είναι η απόσταση μεταξύ των δύο παράλληλων ευθειών. Για την κατασκευή ενός ευθύγραμμου τμήματος που το μήκος του είναι το ύψος του παραλληλόγραμμου, ακολουθήστε τα βήματα 14 και 15.

14. Κατασκευάστε μια ευθεία διερχόμενη από το σημείο Ε και κάθετη στην ευθεία ΔΖ.
15. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΕΘ, όπου Θ είναι το σημείο τομής μεταξύ της ευθείας ΔΖ και της κάθετης ευθείας.



16. Αποκρύψτε την κάθετη ευθεία.

Επιλέξτε τα δύο ακραία σημεία. Κατόπιν στο μενού **Μέτρηση** επιλέξτε **Απόσταση**.

17. Μετρήστε το μήκος του ΕΘ.
18. Μετρήστε το τμήμα ΔΖ, δηλαδή τη βάση του παραλληλόγραμμου.

Εμβαδά παραλληλόγραμμων και τριγώνων (συνέχεια)

Κάντε κλικ μια φορά σε μια μέτρηση ώστε να την εισαγάγετε σε έναν υπολογισμό στον Υπολογιστή.



E2. Χρησιμοποιήστε αυτές τις μετρήσεις προκειμένου να υπολογίσετε την τιμή μιας έκφρασης ίσης με το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου. Γράψτε την έκφραση αυτή.

E3. Γράψτε έναν τύπο για το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου χρησιμοποιώντας τα γράμματα E για το εμβαδόν, β για τη βάση και $υ$ για το ύψος.



Ακολουθώς, θα ερευνήσετε τον τρόπο με τον οποίο το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου σχετίζεται με το εμβαδόν ενός τριγώνου.

19. Αποκρύψτε το εσωτερικό του παραλληλόγραμμου.

20. Κατασκευάστε τη διαγώνιο EZ.

21. Κατασκευάστε το εσωτερικό του πολυγώνου ΔEZ.

22. Μετρήστε το εμβαδόν του τριγώνου ΔEZ.

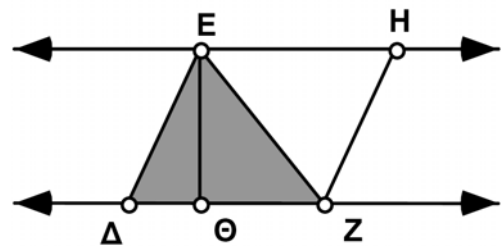
23. Μεταφέρετε το σημείο E και παρατηρήστε τις μετρήσεις του εμβαδού.

E4. Πώς σχετίζεται το εμβαδόν του τριγώνου με το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου; Γράψτε έναν τύπο για το εμβαδόν του τριγώνου χρησιμοποιώντας τα γράμματα E για το εμβαδόν, β για τη βάση και $υ$ για το ύψος.



Περαιτέρω εξερεύνηση

Δημιουργήστε ένα κουμπί ενεργειών προκειμένου να προσθέσετε κίνηση στο σημείο E κατά μήκος της ευθείας στην οποία ανήκει. Εξηγήστε γιατί η κίνηση αυτή επιδεικνύει τη διατημητική παραμόρφωση.



Εμβαδά παραλληλόγραμμων και τριγώνων

(σ. 65)

Προαπαιτούμενα: Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν τους όρους *εμβαδόν*, *παραλληλόγραμμο*, καθώς και τους όρους *ύψος* και *βάση* σε σχέση με παραλληλόγραμμο και τρίγωνο. Δεν απαιτείται προηγούμενη γνώση της έννοιας της *διατμητικής παραμόρφωσης*. Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να χρησιμεύσει ως εισαγωγή στους τύπους για το εμβαδόν παραλληλόγραμμου και τριγώνου ή, αν οι μαθητές γνωρίζουν ήδη αυτές τις έννοιες, ως ανασκόπηση στο αντικείμενο αυτό.

Χρόνος στην τάξη: 40-50 λεπτά. Εάν επιθυμείτε οι μαθητές να εξοικονομήσουν χρόνο από την κατασκευή, ας αρχίσουν κατευθείαν με το Παράδειγμα σχεδίου.

Παράδειγμα σχεδίου: *Δραστηριότητες\Εμβαδόν παραλληλόγραμμου.gsp.*

Σχέδιο και έρευνα

- E1. Το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου παραμένει σταθερό στην περίπτωση της διατμητικής παραμόρφωσης, επειδή η βάση και το ύψος του παραλληλόγραμμου διατηρούνται σταθερά και το εμβαδόν εξαρτάται μόνο από αυτά τα δύο μεγέθη. Το εμβαδόν μεταβάλλεται όταν μεταβληθεί η βάση ή το ύψος του παραλληλόγραμμου.
- E2. Το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου ισούται με $(E\Theta)$ επί (ΔZ) .
- E3. $E = \beta v$.
- E4. Το εμβαδόν του τριγώνου είναι ακριβώς το ήμισυ του εμβαδού του παραλληλόγραμμου, $E = \beta v/2$.

Περαιτέρω εξερεύνηση

Κατά τη διάρκεια της προσθήκης κίνησης, το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου δεν πρέπει να μεταβληθεί, επειδή δε μεταβάλλεται ούτε το ύψος ούτε η βάση. Το εμβαδόν παραμένει σταθερό στη διατμητική παραμόρφωση για οποιοδήποτε σχήμα, διότι κάθε διατομή παράλληλη προς την ευθεία της διατμητικής παραμόρφωσης διατηρεί σταθερό μήκος.