

Ύψη ενός τριγώνου

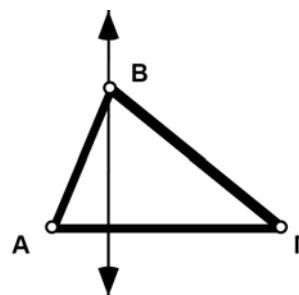
Όνοματεπώνυμο(α): _____

Στην έρευνα αυτή θα ανακαλύψετε ορισμένες ιδιότητες των υψών ενός τριγώνου. Ένα **ύψος** είναι ένα κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από μια κορυφή ενός τριγώνου προς την απέναντι πλευρά (ή προς μια ευθεία που περιέχει την πλευρά). Η πλευρά στην οποία καταλήγει ένα ύψος ονομάζεται **βάση** του ύψους αυτού. Καθώς ένα τρίγωνο έχει τρεις πλευρές, διαθέτει και τρία ύψη. Εδώ θα κατασκευάσετε ένα ύψος και θα δημιουργήσετε ένα Προσαρμοσμένο εργαλείο για την κατασκευή αυτή. Στη συνέχεια, θα χρησιμοποιήσετε αυτό το εργαλείο για την κατασκευή των άλλων δύο υψών.

Σχέδιο και έρευνα

Επιλέξτε το σημείο B και το ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ. Κατόπιν στο μενού **Κατασκευή** επιλέξτε **Κάθετης ευθείας**.

1. Κατασκευάστε το τρίγωνο ΑΒΓ.
2. Κατασκευάστε μια ευθεία κάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ και διερχόμενη από το σημείο Β.

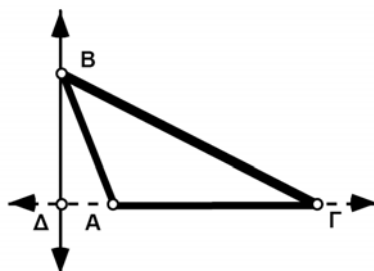


- Ε1. Εάν το τρίγωνό σας είναι οξυγώνιο, αυτή η κάθετη ευθεία θα τέμνει μια πλευρά του τριγώνου. Μεταφέρετε το σημείο B έτσι ώστε η ευθεία να βρίσκεται στο εξωτερικό του τριγώνου. Τι είδους τρίγωνο είναι αυτό;



Διατηρώντας το πλήκτρο του ποντικιού πατημένο στο εργαλείο ευθύγραμμων τμημάτων, σύρτε το δείκτη προς τα δεξιά ώστε να επιλέξετε το εργαλείο ευθειών. Κατασκευάστε την ευθεία σας ώστε να διέρχεται τα άκρα της πλευράς του τριγώνου.

3. Με την κάθετη ευθεία στο εξωτερικό του τριγώνου, χρησιμοποιήστε μια ευθεία προκειμένου να προεκτείνετε την πλευρά ΑΓ έτσι ώστε να τέμνει την κάθετη.
4. Κατασκευάστε το σημείο Δ, δηλαδή το σημείο τομής της προεκτεταμένης πλευράς και της κάθετης ευθείας.
5. Αποκρύψτε τις ευθείες.
6. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα ΒΔ, το οποίο είναι ένα από τα ύψη του τριγώνου.



Βήματα 3 και 4



Βήματα 5 και 6

Ύψη ενός τριγώνου (συνέχεια)

7. Σύρτε τις κορυφές του τριγώνου και παρατηρήστε πώς συμπεριφέρονται τα ύψη του.

E2. Πού βρίσκεται το ύψος που κατασκευάσατε όταν η γωνία A είναι ορθή;



8. Μεταφέρετε το τρίγωνο έτσι ώστε να καταστεί εκ νέου οξυγώνιο (με το ύψος να βρίσκεται στο εσωτερικό του τριγώνου).

Επιλέξτε τα πάντα στο σχέδιό σας. Κατόπιν στα Προσαρμοσμένα εργαλεία της Εργαλειοθήκης επιλέξτε **Δημιουργία νέου εργαλείου...**

9. Δημιουργήστε ένα Προσαρμοσμένο εργαλείο για την κατασκευή αυτή.

Το Προσαρμοσμένο εργαλείο που δημιουργήσατε, θα κατασκευάσει ένα τρίγωνο και ένα ύψος από μία εκ των κορυφών. Προκειμένου να το χρησιμοποιήσετε, επιλέξτε το από τα **Προσαρμοσμένα εργαλεία** και κάντε κλικ στις τρεις κορυφές του τριγώνου σας.

10. Εφαρμόστε το Προσαρμοσμένο εργαλείο στις κορυφές του τριγώνου προκειμένου να κατασκευάσετε ένα δεύτερο ύψος. Μην ανησυχήσετε εάν, κατά τύχη, κατασκευάσετε το ήδη υπάρχον ύψος. Απλώς εφαρμόστε ξανά το Προσαρμοσμένο εργαλείο στις κορυφές, αλλά με διαφορετική σειρά, ωστόσο προκύψει ένα άλλο ύψος.

11. Χρησιμοποιήστε το Προσαρμοσμένο εργαλείο για την κατασκευή του τρίτου ύψους του τριγώνου.

12. Σύρτε το τρίγωνο και παρατηρήστε πώς συμπεριφέρονται τα τρία ύψη.

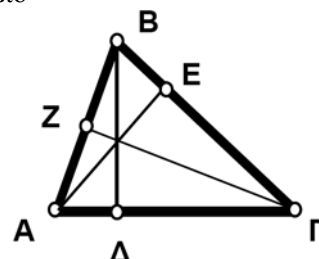
E3. Τι παρατηρείτε σχετικά με τα τρία ύψη όταν το τρίγωνο είναι οξυγώνιο;



E4. Τι παρατηρείτε σχετικά με τα τρία ύψη όταν το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο;



Όταν το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο, τα τρία ύψη δεν τέμνονται μεταξύ τους. Πιστεύετε ότι θα τεμνόταν και τα τρία στο ίδιο σημείο αν είχαν αρκετά μεγάλο μήκος; Ακολουθήστε τα παρακάτω βήματα προκειμένου να εξετάσετε αυτό το ερώτημα.



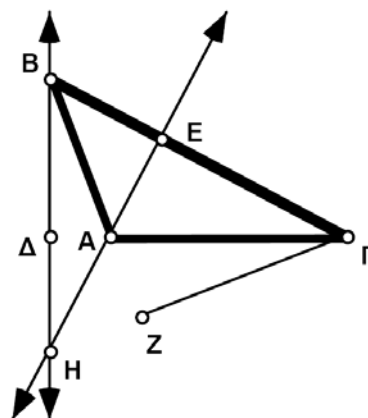
Βήμα 11

Ύψη ενός τριγώνου (συνέχεια)

13. Βεβαιωθείτε ότι το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο. Κατασκευάστε δύο ευθείες, καθεμιά από τις οποίες περιέχει ένα ύψος.

Εάν έχετε ήδη κατασκευάσει τρεις ευθείες, επιλέξτε δύο από αυτές. Κατόπιν στο μενού **Κατασκευή** επιλέξτε **Τομής**.

14. Κατασκευάστε το σημείο τομής τους. Το σημείο αυτό ονομάζεται **ορθόκεντρο** του τριγώνου.



Βήματα 13 και 14

15. Κατασκευάστε μια ευθεία που περιέχει το τρίτο ύψος.

16. Μεταφέρετε το τρίγωνο και παρατηρήστε τις ευθείες.

E5. Τι παρατηρείτε σχετικά με τις ευθείες που περιέχουν τα ύψη;



Περαιτέρω εξερεύνηση

Αποκρύψτε τα πάντα στο σχέδιό σας εκτός από το τρίγωνο και το ορθόκεντρο. Δημιουργήστε και αποθηκεύστε ένα Προσαρμοσμένο εργαλείο, το οποίο μπορείτε να χρησιμοποιήσετε σε άλλες έρευνες σχετικά με τα ειδικά σημεία ενός τριγώνου.

Ύψη ενός τριγώνου

(σ. 56)

Προαπαιτούμενα: Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν το νόημα των όρων *κάθετος* και *οξυγώνιο* (τρίγωνο). Η δραστηριότητα αυτή εισάγει την έννοια του *ύψους*.

Χρόνος στην τάξη: 30-50 λεπτά για ολόκληρη τη δραστηριότητα. Εάν διαθέτετε λιγότερο χρόνο, μπορείτε να σταματήσετε μετά από το ερώτημα E2 ώστε να έχετε μια βασική εισαγωγή στην έννοια του ύψους (περίπου 15 λεπτά) ή μετά από το ερώτημα E3 (25-30 λεπτά), οπότε οι μαθητές έχουν αποκτήσει γνώσεις σχετικά με το σημείο τομής των υψών.

Σχέδιο και έρευνα

- E1. Εάν ένα ύψος βρίσκεται στο εξωτερικό του τριγώνου, το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο.
- E2. Όταν η γωνία A είναι ορθή, το ύψος ΒΔ ταυτίζεται με την πλευρά ΒΑ.
- E3. Όταν το τρίγωνο είναι οξυγώνιο, τα τρία ύψη τέμνονται σε ένα σημείο στο εσωτερικό του τριγώνου.
- E4. Όταν το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο, δύο ύψη βρίσκονται στο εξωτερικό και ένα στο εσωτερικό του τριγώνου.
- E5. Και οι τρεις ευθείες που περιέχουν τα ύψη τέμνονται πάντοτε στο ορθόκεντρο του τριγώνου. Στα οξυγώνια τρίγωνα το ορθόκεντρο βρίσκεται στο εσωτερικό, ενώ στα αμβλυγώνια τρίγωνα στο εξωτερικό του τριγώνου.

Περαιτέρω εξερεύνηση

1. Για οδηγίες σχετικά με τη δημιουργία και αποθήκευση Προσαρμοσμένων εργαλείων, δείτε το σχετικό θέμα στη Βοήθεια. Ένα δείγμα επίσης Προσαρμοσμένου εργαλείου σχετικά με το ορθόκεντρο υπάρχει στις *Δραστηριότητες\Σημεία τριγώνου.gsp* στο CD-ROM που περιέχει κι αυτό το βιβλίο.
2. Κάθε σημείο είναι το ορθόκεντρο των άλλων τριών. Με άλλα λόγια, εάν το σημείο Δ είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου ΑΒΓ, τότε το σημείο Γ είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου ΑΒΔ, το σημείο Β είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου ΑΓΔ και το σημείο Α είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου ΒΓΔ.
3. Οι μαθητές πρέπει να υπολογίσουν το αποτέλεσμα του τύπου $\frac{b\sqrt{3}}{2}$ για καθεμιά από τις τρεις βάσεις με το αντίστοιχο ύψος.