

Τετράπλευρα μέσων

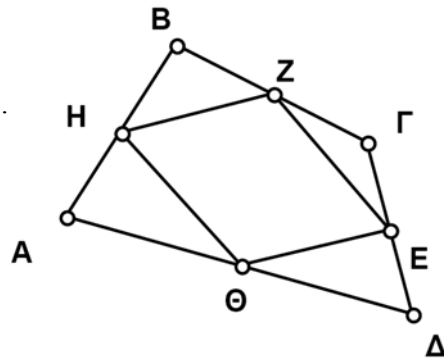
Όνοματεπώνυμο(α): _____

Στην έρευνα αυτή θα ανακαλύψετε κάτι το εκπληκτικό σχετικά με το τετράπλευρο που σχηματίζεται αν συνδέσετε τα μέσα των πλευρών ενός άλλου τετράπλευρου.

Σχέδιο και έρευνα

Εάν επιλέξετε όλες τις πλευρές, μπορείτε να κατασκευάσετε ταυτόχρονα και τα τέσσερα μέσα σημεία.

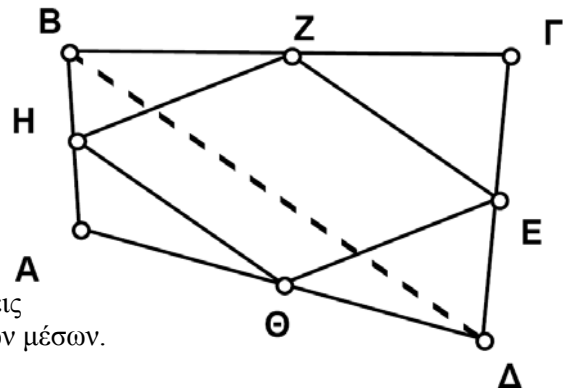
1. Κατασκευάστε το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$.
2. Κατασκευάστε τα μέσα των πλευρών του.
3. Συνδέστε τα μέσα για την κατασκευή ενός άλλου τετράπλευρου $ΕΖΗΘ$.
4. Σύρτε τις κορυφές του αρχικού τετράπλευρου και παρατηρήστε τη συμπεριφορά του νέου τετράπλευρου.



5. Μετρήστε το μήκος των τεσσάρων πλευρών του νέου τετράπλευρου.
 6. Μετρήστε την κλίση των τεσσάρων πλευρών του νέου τετράπλευρου.
- E1. Τι είδους τετράπλευρο φαίνεται πως είναι το τετράπλευρο των μέσων; Πώς υποστηρίζουν οι μετρήσεις αυτή την εικασία;



7. Κατασκευάστε μια διαγώνιο.
8. Μετρήστε το μήκος και την κλίση της διαγωνίου.
9. Σύρτε τις κορυφές του αρχικού τετράπλευρου και παρατηρήστε τη σχέση μήκους και κλίσης της διαγωνίου με τα μήκη και τις κλίσεις των πλευρών του τετράπλευρου των μέσων.



- E2. Η διαγώνιος διαιρεί το αρχικό τετράπλευρο σε δύο τρίγωνα. Κάθε τρίγωνο έχει ως ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών του μια από τις πλευρές του τετράπλευρου των μέσων. Χρησιμοποιήστε αυτό το γεγονός και όσα γνωρίζετε περί κλίσης και μήκους της διαγωνίου ώστε να δώσετε μια γραπτή εξήγηση για την ορθότητα της εικασίας στο Ερώτημα 1. Χρησιμοποιήστε ξεχωριστή σελίδα, αν είναι απαραίτητο.



Τετράπλευρα μέσων

(σ. 14)

Προαπαιτούμενα: Για τη διατύπωση υποθέσεων, οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να αναγνωρίζουν *παραλληλόγραμμα* και άλλα ειδικά τετράπλευρα. Για την εξήγηση των υποθέσεών τους, πρέπει να γνωρίζουν ότι το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών ενός τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και έχει μήκος ίσο με το ήμισυ του μήκους της πλευράς αυτής.

Χρόνος στην τάξη: 25-45 λεπτά.

Σχέδιο και έρευνα

- E1. Το τετράπλευρο του οποίου οι πλευρές συνδέουν τα μέσα οποιουδήποτε τετράπλευρου είναι ένα παραλληλόγραμμα. Οι μετρήσεις υποστηρίζουν αυτή την εικασία, καθώς δείχνουν ότι οι απέναντι πλευρές του τετράπλευρου των μέσων είναι ισομήκεις και έχουν ίδια κλίση (συνεπώς είναι παράλληλες).
- E2. Μια διαγώνιος διαιρεί το τετράπλευρο σε δύο τρίγωνα. Δύο πλευρές του τετράπλευρου των μέσων συνδέουν τα μέσα δύο πλευρών αυτών των τριγώνων. Αυτό σημαίνει ότι και οι δύο είναι παράλληλες προς τη διαγώνιο και έχουν μήκος ίσο με το ήμισυ αυτής. Εάν δύο απέναντι πλευρές ενός τετράπλευρου είναι μεταξύ τους ίσες και παράλληλες, το τετράπλευρο είναι ένα παραλληλόγραμμα. Οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν την άλλη διαγώνιο και να χρησιμοποιήσουν ένα δεύτερο ζεύγος τριγώνων, ώστε να δείξουν ότι οι άλλες δύο πλευρές του τετράπλευρου των μέσων είναι επίσης μεταξύ τους ίσες και παράλληλες.

Περαιτέρω εξερεύνηση

- Ένα τετράπλευρο μέσων ενός τετράπλευρου μέσων είναι επίσης παραλληλόγραμμα. Διαδοχικά τετράπλευρα μέσων είναι εναλλασσόμενα όμοια, δηλαδή το τρίτο τετράπλευρο μέσων είναι ένα παραλληλόγραμμα όμοιο προς το πρώτο, το τέταρτο είναι όμοιο προς το δεύτερο κ.ο.κ. Τα παραλληλόγραμμα αυτά συγκλίνουν στο σημείο τομής των ευθύγραμμων τμημάτων που συνδέουν τα μέσα απέναντι πλευρών.
- Το εμβαδόν του τετράπλευρου μέσων ισούται με το ήμισυ του εμβαδού του αρχικού τετράπλευρου. Ο μαθητής καλείται να αποδείξει αυτή την εικασία.