

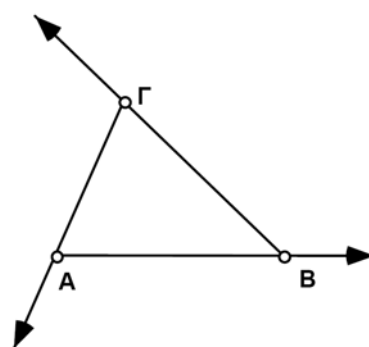
Το θεώρημα του Morley

Ονοματεπώνυμο(α): _____

Ίσως γνωρίζετε ότι η τριχοτόμηση μιας γωνίας με κανόνα και διαβήτη είναι αδύνατη. Ωστόσο, το Sketchpad καθιστά εύκολη την τριχοτόμηση μιας γωνίας. Στην έρευνα αυτή θα τριχοτομήσετε τις τρεις γωνίες ενός τριγώνου και θα ανακαλύψετε ένα εκπληκτικό γεγονός σχετικά με τις τομές αυτών των τριχοτόμων.

Σχέδιο και έρευνα

1. Χρησιμοποιήστε το εργαλείο ημιευθειών για να κατασκευάσετε το τρίγωνο ΑΒΓ. Σχεδιάστε τις ημιευθείες σας με αριστερόστροφη φορά όπως στο σχήμα.



Βήμα 1

2. Μετρήστε τη γωνία $\angle B\Gamma A$.

Κάντε κλικ σε μια μέτρηση για την εισαγωγή της σε έναν υπολογισμό.

3. Χρησιμοποιήστε τον Υπολογιστή για τη δημιουργία μιας έκφρασης για το μέτρο $\angle B\Gamma A/3$.

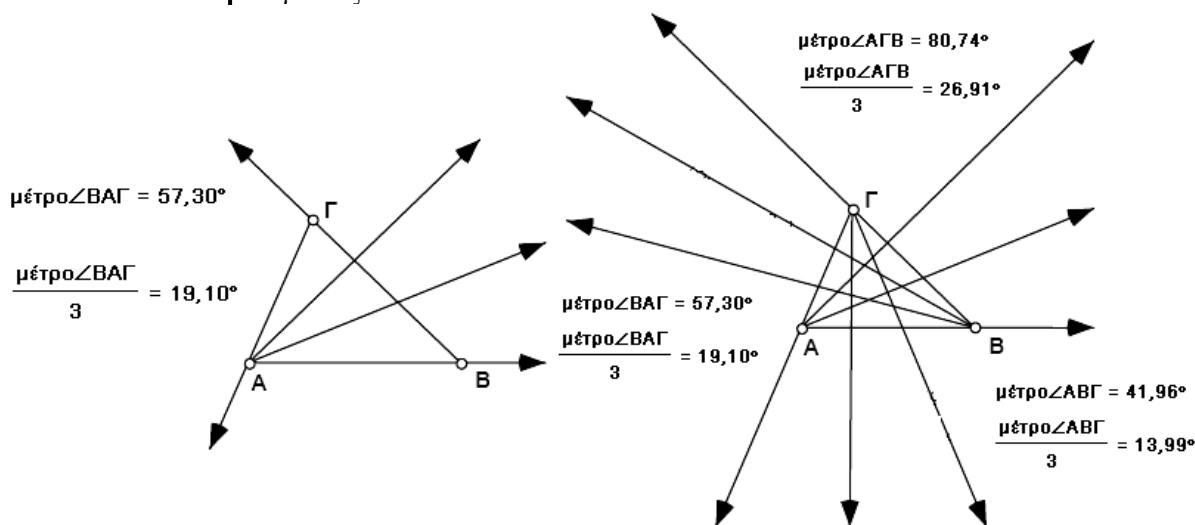
Κάντε διπλό κλικ στο σημείο Α για την επιλογή του ως κέντρου.

4. Επιλέξτε το σημείο Α ως κέντρο περιστροφής.

Επιλέξτε τον υπολογισμό. Κατόπιν επιλέξτε την εντολή **Επιλογή γωνίας** από το μενού **Μετασχηματισμός**.

5. Επιλέξτε τη μέτρηση γωνίας μέτρο $\angle B\Gamma A/3$.

6. Περιστρέψτε την ημιευθεία ΑΒ κατά την επιλεγμένη γωνία. Περιστρέψτε την ημιευθεία που προκύπτει για την τριχοτόμηση της γωνίας $\angle \Gamma A B$.



Βήματα 2-6

Βήμα 7

Το θεώρημα του Morley (συνέχεια)

- Μετρήστε τις δύο άλλες γωνίες και επαναλάβετε τα βήματα 3-6 για τις γωνίες αυτές για την τριχοτόμησή τους.
- Σύμφωνα με το θεώρημα του Morley, συγκεκριμένες τομές αυτών των τριχοτόμων σχηματίζουν ένα ισόπλευρο τρίγωνο. Μπορείτε να το βρείτε; Σύρτε τις κορυφές του τριγώνου και παρατηρήστε τις τομές των τριχοτόμων.

Κατασκευάστε σημεία τομής και επιλέξτε τα. Κατόπιν επιλέξτε την εντολή **Εσωτερικό πολυγώνου** από το μενού **Κατασκευή**.

- Αν πιστεύετε πως έχετε ανακαλύψει ποιες τομές σχηματίζουν ένα ισόπλευρο τρίγωνο, κατασκευάστε αυτά τα σημεία τομής και το εσωτερικό του ισόπλευρου τριγώνου.
- Σύρτε με τη βοήθεια του ποντικιού, ώστε να επαληθεύσετε ότι κατασκευάσατε το τρίγωνο με τα σωστά σημεία τομής. Εάν δεν είστε βέβαιοι με την πρώτη ματιά, προχωρήστε στις αναγκαίες μετρήσεις για να επιβεβαιώσετε ότι το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

E1. Διατυπώστε το θεώρημα του Morley.



Περαιτέρω εξερεύνηση

- Προσπαθήστε να ανακαλύψετε άλλες σχέσεις ή ειδικά τρίγωνα στο σχήμα σας.
- Κατασκευάστε τις ημιευθείες που διέρχονται από τις κορυφές του αρχικού τριγώνου και τις απέναντι κορυφές του ισόπλευρου τριγώνου. Τι παρατηρείτε;
- Κατασκευάστε ένα τρίγωνο χρησιμοποιώντας ευθείες αντί των ημιευθειών. Τριχοτομήστε ένα σύνολο εξωτερικών γωνιών. Μπορείτε να βρείτε ένα ισόπλευρο τρίγωνο μεταξύ των τομών αυτών των τριχοτόμων;

Το θεώρημα του Morley (σ. 9)

Προαπαιτούμενα: Οι μαθητές πρέπει να κατανοούν την έννοια της *τριχοτόμησης μιας γωνίας*. Επίσης, απαιτείται η ικανότητα αναγνώρισης ενός *ισόπλευρου* τριγώνου.

Χρόνος στην τάξη: 25-40 λεπτά.

Σχέδιο και έρευνα

E1. Τα σημεία τομής γειτονικών τριχοτόμων των γωνιών ενός τριγώνου αποτελούν τις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου. (Η εικασία αυτή δεν περιγράφεται εύκολα με λόγια. Ίσως είναι ευκολότερο για τους μαθητές να εξηγήσουν την εικασία με τη βοήθεια ενός σχήματος.)

Περαιτέρω εξερεύνηση

1. Τα τρία τρίγωνα που περιβάλλουν το ισόπλευρο τρίγωνο είναι ισοσκελή. Υπάρχουν πολυάριθμες σχέσεις μεταξύ των γωνιών που μπορούν να ανακαλύψουν οι μαθητές. Οι σχέσεις αυτές παίζουν ασφαλώς κάποιο ρόλο στην απόδειξη. Μπορείτε να ζητήσετε από τους μαθητές την απόδειξη του θεωρήματος, η οποία, ωστόσο, υπερβαίνει τους στόχους αυτού του βιβλίου.
2. Οι ημιευθείες που διέρχονται από τις κορυφές του αρχικού τριγώνου και τις απέναντι κορυφές του ισόπλευρου τριγώνου συντρέχουν στο ίδιο σημείο. Ίσως οι μαθητές θεωρούν ότι πρόκειται για διχοτόμους, αλλά αυτό δεν είναι αληθές.
3. Οι τριχοτόμοι ενός συνόλου εξωτερικών γωνιών τέμνονται έτσι ώστε να σχηματίζουν ένα εξάγωνο. Μια ομάδα εναλλασσόμενων κορυφών αυτού του εξαγώνου συμπεριλαμβάνει τις κορυφές του αρχικού τριγώνου. Η άλλη ομάδα σχηματίζει ένα ισόπλευρο τρίγωνο.