

Το ευθύγραμμο τμήμα του Euler

Όνοματεπώνυμο(α): _____

Σε αυτή την έρευνα αναζητάτε μια σχέση μεταξύ τεσσάρων ειδικών σημείων ενός τριγώνου: του έγκεντρου, του περίκεντρου, του ορθόκεντρου και του κέντρου βάρους. Για αυτά τα ειδικά σημεία του τριγώνου θα χρειαστείτε Προσαρμοσμένα εργαλεία. Χρησιμοποιήστε τα σχετικά Προσαρμοσμένα εργαλεία που συνοδεύουν το Sketchpad.

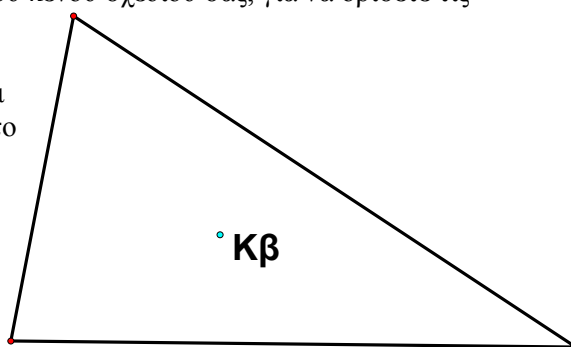
Στον φάκελο εγκατάστασης του Sketchpad ανοίξτε τον φάκελο **Δραστηριότητες**.

1. Ανοίξτε το αρχείο **Ευθύγραμμο τμήμα του Euler.gsp**. Αυτό το αρχείο περιέχει τέσσερα Προσαρμοσμένα εργαλεία με όνομα: Κέντρο βάρους, Πέρικεντρο, Έγκεντρο και Ορθόκεντρο. Πρόκειται για προκατασκευασμένα εργαλεία που σας διευκολύνουν να σχεδιάσετε τα παραπάνω τέσσερα ειδικά κέντρα του τριγώνου.

2. Επιλέξτε το Προσαρμοσμένο εργαλείο **Κέντρο βάρους** και κάντε κλικ με το ποντίκι σε τρία σημεία του κενού σχεδίου σας, για να ορίσετε τις τρεις κορυφές του τριγώνου.

3. Στο τρίγωνο που δημιουργείται παρατηρήστε ότι εμφανίζεται το σημείο **Κβ** (Κέντρο βάρους).

4. Επιλέξτε το Προσαρμοσμένο εργαλείο **Πέρικεντρο** και κάντε κλικ με το ποντίκι σε τρία ίδια σημεία του τριγώνου σας όπως πριν, για να ορίσετε το ίδιο τρίγωνο στο οποίο θα σχεδιαστεί το περίκεντρό του.

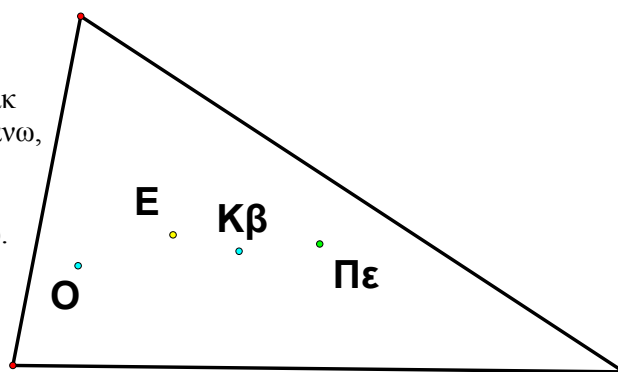


5. Εμφανίζεται το σημείο **Πε** (Πέρικεντρο).

6. Επιλέξτε το Προσαρμοσμένο εργαλείο **Έγκεντρο** και κάντε κλικ με το ποντίκι και πάλι σε τρία ίδια σημεία του τριγώνου σας όπως πριν, για να ορίσετε το ίδιο τρίγωνο στο οποίο θα σχεδιαστεί το έγκεντρό του. Εμφανίζεται το σημείο **Ε** (Έγκεντρο).

7. Επιλέξτε τέλος το Προσαρμοσμένο εργαλείο **Ορθόκεντρο** και κάντε κλικ με το ποντίκι όπως παραπάνω, για να σχεδιαστεί το ορθόκεντρο. Εμφανίζεται το σημείο **Ο** (Ορθόκεντρο).

9. Τώρα θα πρέπει να έχετε ένα τρίγωνο και τα τέσσερα κέντρα του.



Το ευθύγραμμο τμήμα του Euler (συνέχεια)

10. Σύρτε το τρίγωνο. Παρατηρήστε πώς συμπεριφέρονται τα τέσσερα σημεία.

E1. Τρία από τα τέσσερα σημεία είναι πάντοτε συγγραμμικά. Ποια είναι αυτά;



10. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα που περιέχει τα τρία συγγραμμικά σημεία και ονομάζεται *ευθύγραμμο τμήμα του Euler*.

11. Σύρτε και πάλι το τρίγωνο και αναζητήστε ενδιαφέρουσες σχέσεις αναφορικά με το ευθύγραμμο τμήμα του Euler. Εξετάστε ειδικά τρίγωνα, όπως το ισοσκελές και το ορθογώνιο.

E2. Περιγράψτε τυχόν ενδιαφέροντα ειδικά τρίγωνα που σχηματίζουν τα κέντρα του τριγώνου ή που βρίσκονται σε ενδιαφέρουσες θέσεις.



E3. Ποια από τα τρία σημεία είναι πάντοτε άκρα του ευθύγραμμου τμήματος του Euler και ποιο σημείο βρίσκεται πάντοτε ανάμεσα στα άκρα του;



Για τη μέτρηση της απόστασης μεταξύ δύο σημείων, επιλέξτε τα δύο σημεία. Κατόπιν επιλέξτε την εντολή **Απόστασης** από το μενού **Μέτρηση**. (Η μέτρηση της απόστασης μεταξύ σημείων είναι ένας εύκολος τρόπος μέτρησης του μήκους ενός τμήματος μιας ευθείας.)

12. Μετρήστε τις αποστάσεις κατά μήκος των δύο τμημάτων του ευθύγραμμου τμήματος του Euler.

13. Σύρτε το τρίγωνο και αναζητήστε μια σχέση μεταξύ αυτών των μηκών.

E4. Πώς σχετίζονται μεταξύ τους τα μήκη των δύο τμημάτων του ευθύγραμμου τμήματος του Euler; Ελέγξτε την υπόθεσή σας μέσω του Υπολογιστή.



Περαιτέρω εξερεύνηση

1. Κατασκευή ενός κύκλου με κέντρο στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος του Euler διερχόμενου από το μέσο μιας από τις πλευρές του τριγώνου. Ο κύκλος ονομάζεται *κύκλος των εννέα σημείων* ή *κύκλος του Euler*. Το μέσο το οποίο διέρχεται είναι ένα από τα εννέα σημεία. Ποια είναι τα υπόλοιπα οκτώ; Υπόδειξη: έξι από αυτά σχετίζονται με τα ύψη και το ορθόκεντρο.

2. Μετά από την κατασκευή του κύκλου των εννέα σημείων, όπως περιγράφεται προηγουμένως, σύρτε το τρίγωνό σας και ερευνήστε ειδικά τρίγωνα. Περιγράψτε τρίγωνα στα οποία τα εννέα σημεία συμπίπτουν.

Το ευθύγραμμο τμήμα του Euler

(σ. 7)

Προαπαιτούμενα: Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν τα ονόματα των διαφορετικών κέντρων του τριγώνου: *έγκεντρο*, *περίκεντρο*, *ορθόκεντρο* και *κέντρο βάρους*. Η δραστηριότητα αυτή εισάγει το μαθητή στην έννοια του ευθύγραμμου τμήματος του Euler.

Χρόνος στην τάξη: 15-45 λεπτά.

Σχέδιο και έρευνα

- E1. Το ορθόκεντρο, το κέντρο βάρους και το περίκεντρο είναι πάντοτε συγγραμμικά.
- E2. Ορισμένες παρατηρήσεις που μπορούν να κάνουν οι μαθητές είναι οι εξής: Σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο αυτά τα τέσσερα σημεία συμπίπτουν. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο τα τέσσερα σημεία είναι συγγραμμικά και κείνται κατά μήκος της διαμέσου της βάσης του τριγώνου. Σε ένα οξυγώνιο τρίγωνο τα τέσσερα σημεία βρίσκονται στο εσωτερικό του τριγώνου. Σε ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο το περίκεντρο και το ορθόκεντρο βρίσκονται στο εξωτερικό του τριγώνου. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο το ορθόκεντρο είναι το σημείο της κορυφής της ορθής γωνίας, ενώ το περίκεντρο βρίσκεται στο μέσο της υποτείνουσας.
- E3. Το περίκεντρο και το ορθόκεντρο είναι τα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος του Euler. Το κέντρο βάρους βρίσκεται ανάμεσά τους.
- E4. Η απόσταση μεταξύ ορθόκεντρου και κέντρου βάρους είναι διπλάσια της απόστασης μεταξύ κέντρου βάρους και περίκεντρου.

Περαιτέρω εξερεύνηση

- 1. Τρία από τα σημεία είναι τα μέσα των πλευρών του αρχικού τριγώνου. Τρία άλλα σημεία είναι σημεία τομής των υψών με τις απέναντι πλευρές του τριγώνου. Τα τελευταία τρία σημεία είναι τα μέσα των τμημάτων που συνδέουν το ορθόκεντρο με κάθε κορυφή του τριγώνου.
- 2. Σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο τρία ζεύγη σημείων συμπίπτουν και έτσι τα εννέα σημεία περιορίζονται σε έξι. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο τρία σημεία συμπίπτουν με την κορυφή της ορθής γωνίας και ένα ζεύγος σημείων συμπίπτει με καθένα από τα μέσα δύο πλευρών, οπότε τα εννέα σημεία περιορίζονται σε πέντε. Σε ένα ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο το ίχνος του τρίτου ύψους συμπίπτει με το μέσο μιας πλευράς, οπότε τα πέντε σημεία περιορίζονται σε τέσσερα.