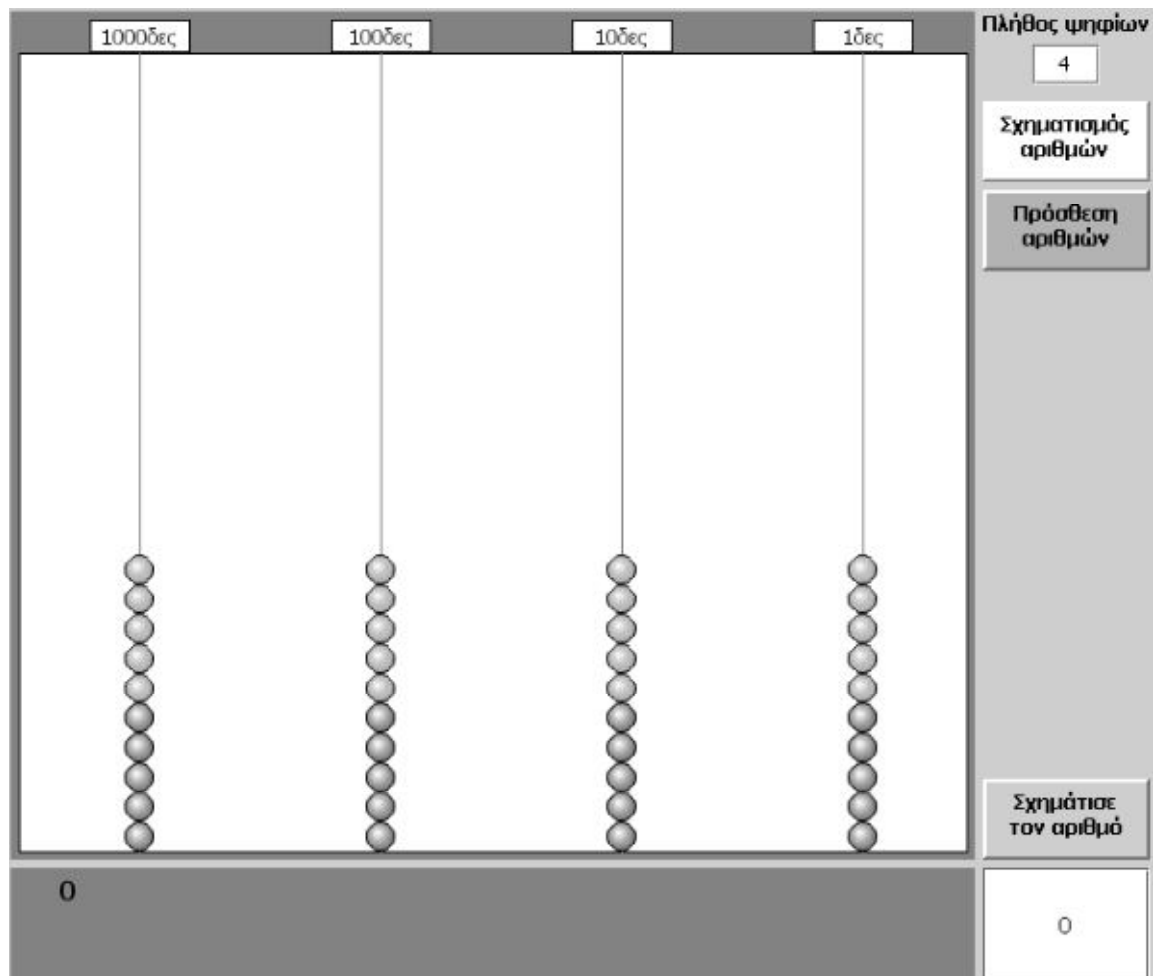


ΤΑ ΤΟΠΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ – ΜΙΚΡΟΚΟΣΜΟΙ (JAVA APPLETS)**6. Οδηγίες χρήσης του λογισμικού «Ηλεκτρονικό αριθμητήριο»**

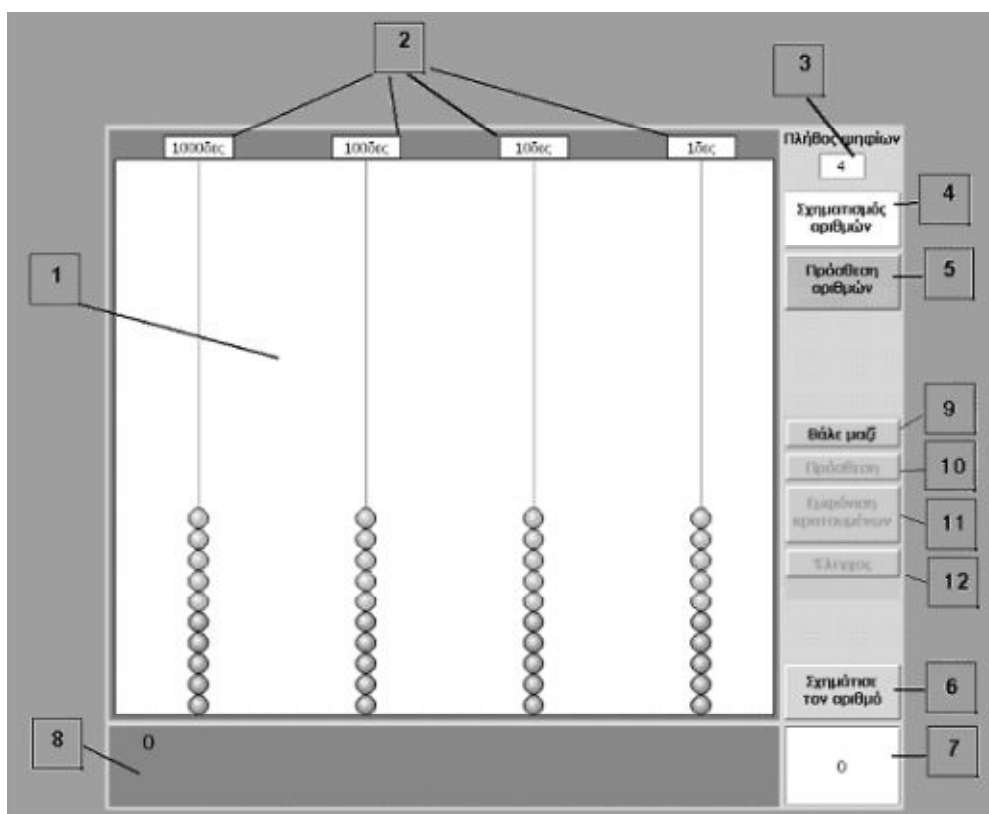
6.1 Εισαγωγή

Το αριθμητήριο είναι αρκετά γνωστό στο χώρο της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, αφού χρόνια τώρα χρησιμοποιείται ως εργαλείο το οποίο φέρνει τους μαθητές σε επαφή με το δεκαδικό (θεσιακό) σύστημα γραφής και έκφρασης (συμβολικής και λεκτικής) των φυσικών αριθμών. Οι μαθητές χρησιμοποιούν διάφορες μπίλιες, με στόχο την αναπαράσταση φυσικών αριθμών. Κάθε μπίλια συμβολίζει μια μονάδα, δεκάδα, εκατοντάδα κτλ., ανάλογα με τη θέση την οποία κατέχει. Έτσι, οι μαθητές επιλέγουν για κάθε θέση τις απαιτούμενες μπίλιες και αναπαριστούν τους αριθμούς που θέλουν.

Το ηλεκτρονικό αριθμητήριο παρέχει στους μαθητές δύο δυνατότητες: (α) να χρησιμοποιούν τις μπίλιες για την αναπαράσταση φυσικών αριθμών και (β) να προσθέτουν δύο φυσικούς αριθμούς με τη βοήθεια της αναπαράστασής τους στο αριθμητήριο. Τα πλεονεκτήματα του ηλεκτρονικού αριθμητηρίου, σε σχέση με το αντίστοιχο κλασικό αριθμητήριο, όπως θα αναλυθούν στις επόμενες ενότητες, έχουν ως εξής:

1. Στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο οι μαθητές έχουν τρεις αναπαραστάσεις ενός αριθμού. Τη λεκτική (1δες, 10δες, 100δες κτλ.), τη συμβολική (με τις μπίλιες) και την αριθμητική. Μπορούν να χρησιμοποιούν τις μπίλιες για να αναπαραστήσουν έναν αριθμό και στη συνέχεια να παρατηρούν την αριθμητική του έκφραση, ενώ έχουν τη δυνατότητα και να εκφωνούν τον αριθμό αυτό με τη βοήθεια της λεκτικής του έκφρασης. Ομοίως, μπορούν να πληκτρολογούν την αριθμητική έκφραση ενός αριθμού στο ειδικό πλαίσιο, να παρατηρούν τη συμβολική του έκφραση με τις μπίλιες και να τον εκφωνούν με τη βοήθεια της λεκτικής του έκφρασης. Το γεγονός ότι κάθε αλλαγή στην αρχική αναπαράσταση δημιουργεί αυτόματα αλλαγή και στην επόμενη αναπαράσταση, επιτρέπει στους μαθητές να πειραματίζονται με το πλήθος των ψηφίων σε κάθε θέση και να εκφωνούν κάθε φορά τις αλλαγές.
2. Το πλήθος των ψηφίων (στηλών) είναι μεταβλητό (από 1 μέχρι 9). Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να επιλέξουν το πλήθος των ψηφίων που επιθυμούν. Έτσι τους δίνεται μια καθαρότερη αναπαράσταση των αριθμών που διαπραγματεύονται. Ωστόσο, αυτό δε συμβαίνει στο κλασικό αριθμητήριο, δεδομένου ότι έχει σταθερό πλήθος ψηφίων.
3. Οι μαθητές μπορούν να πειραματίζονται πάνω στην πρόσθεση δύο φυσικών αριθμών, εκμεταλλευόμενοι τις δύο αναπαραστάσεις. Αφού σχηματίσουν τους δύο αριθμούς συμβολικά ή αριθμητικά, κατόπιν μπορούν είτε να τους προσθέσουν οι ίδιοι με το χέρι, κάνοντας τις σχετικές ενέργειες, είτε να ζητήσουν από το λογισμικό να το κάνει αυτόματα. Το γεγονός αυτό τους επιτρέπει να πειραματίζονται με το χέρι και να ελέγχουν το αποτέλεσμα μέσω της αυτόματης διαδικασίας. Ακόμη, η χρήση των δύο διαδοχικών επιλογών «Βάλε μαζί» και «Πρόσθεσε» αποκωδικοποιεί σε μεγάλη έκταση τη διαδικασία, καθώς, προτού γίνει η πράξη, πρέπει να δοθεί η εντολή ώστε να μπου οι αριθμοί μαζί. Συνεπώς, η πράξη της πρόσθεσης είναι το αποτέλεσμα της δυνατότητας που έχουν οι αριθμοί (τα ψηφία τους) να τοποθετούνται μαζί (εδώ ο ένας κάτω από τον άλλο).

6.2 Συνοπτική παρουσίαση



Αριθμός αναφοράς	Λειτουργία
1	Ο χώρος όπου εμφανίζονται και επιλέγονται οι μπίλιες.
2	Τα κουτάκια όπου εμφανίζεται η ονομασία κάθε στήλης· αποτελεί δε και την ονομασία της θέσης ενός αριθμού.
3	Το πλαίσιο όπου πληκτρολογείται το πλήθος των στηλών που μπορούν να εμφανίζονται. Δέχεται αριθμούς από το 1 ως το 9.
4	Το κουμπί με το οποίο επιλέγεται η επιφάνεια εργασία για το σχηματισμό αριθμών.
5	Το κουμπί με το οποίο επιλέγεται η επιφάνεια εργασία για την πρόσθεση αριθμών.
6	Το κουμπί με το οποίο σχηματίζεται ο αριθμός εκείνος που έχει πληκτρολογηθεί στο λευκό κουτί 7.
7	Το κουτί όπου πληκτρολογείται ο αριθμός που επιθυμεί ο χρήστης να σχηματιστεί στην επιφάνεια εργασίας.
8	Ο χώρος όπου αναπαρίστανται αριθμητικά οι επιλεγμένες μπίλιες.
9	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται η κατάλληλη οθόνη, όπου ο χρήστης θα προσθέσει στον αριθμό με τις ήδη επιλεγμένες μπίλιες ένα δεύτερο αριθμό.
10	Το κουμπί με το οποίο συγκεντρώνονται οι επιλεγμένες μπίλιες κάθε στήλης.
11	Το κουμπί με το οποίο το πρόγραμμα εμφανίζει τα κρατούμενα στο πρόγραμμα.
12	Το κουμπί με το οποίο ελέγχεται αν έχουν «τακτοποιήσει» σωστά οι μπίλιες σε κάθε στήλη, ώστε να αναπαριστούν το σωστό άθροισμα.

6.3 Εργαλεία και λειτουργίες

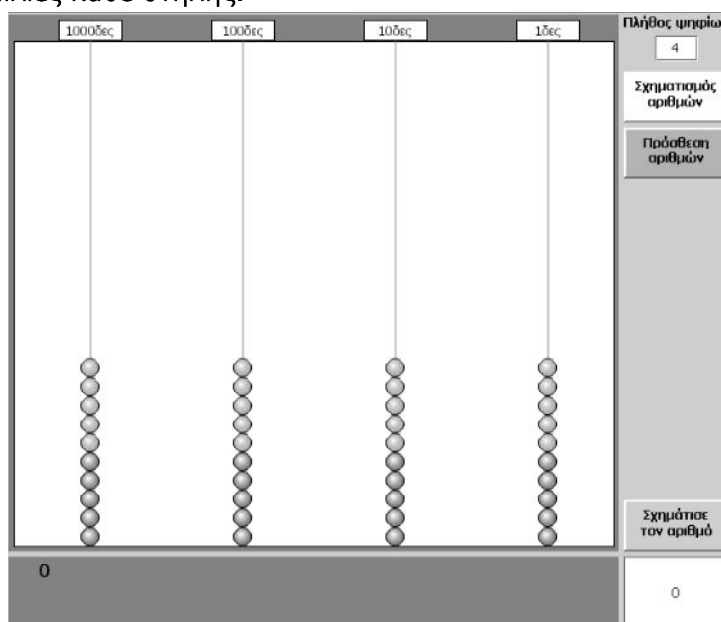
6.3.1 Η επιφάνεια εργασίας του ηλεκτρονικού αριθμητηρίου

Στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο υπάρχουν δύο επιφάνειες εργασίας: μία για το σχηματισμό ενός μόνο αριθμού και μία δεύτερη για το σχηματισμό και την πρόσθεση δύο αριθμών.

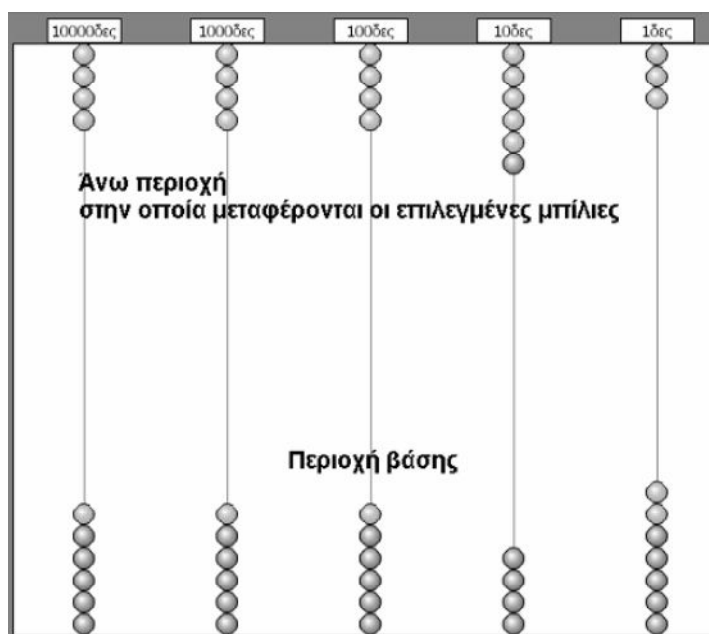
6.3.1.1 Ο σχηματισμός ενός μόνο αριθμού

Οι μαθητές μπορούν να σχηματίσουν έναν αριθμό με τους εξής τρόπους:

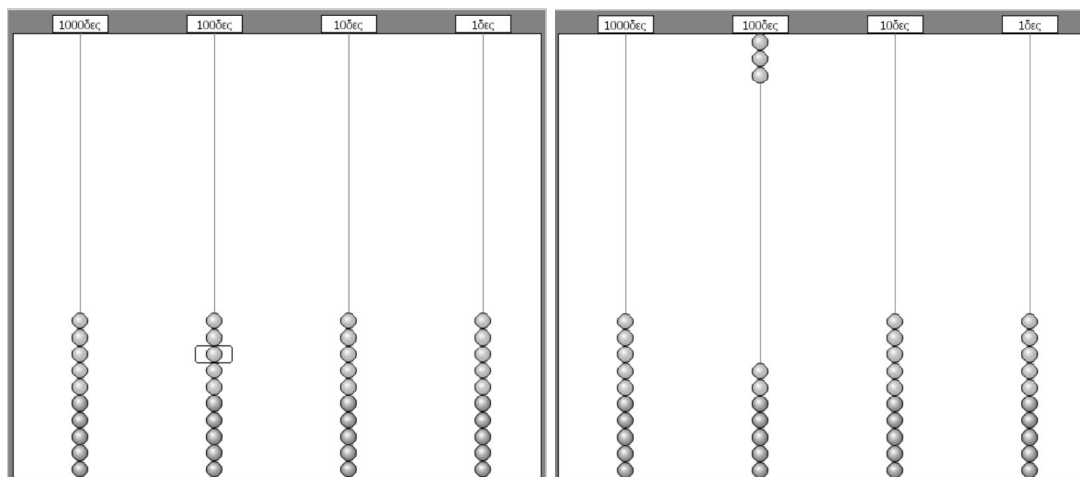
- Αφού καθορίσουν το πλήθος των ψηφίων του αριθμού που πρόκειται να σχηματίσουν, πληκτρολογώντας το σχετικό αριθμό στο λευκό πλαίσιο (3), επιλέγουν τις ανάλογες μπίλιες κάθε στήλης.
- Αφού καθορίσουν στο λευκό πλαίσιο (7) τα ψηφία του αριθμού που θα σχηματίσουν, στη συνέχεια επιλέγουν το αντίστοιχο κουμπί «Σχημάτισε τον αριθμό» (6).



Ο χώρος στον οποίο εμφανίζονται οι μπίλιες μπορεί να χωριστεί νοερά σε δύο περιοχές. Στην περιοχή βάσης, όπου εμφανίζονται οι μπίλιες (10 σε κάθε στήλη: 5 πράσινες και 5 κόκκινες) και στην άνω περιοχή, όπου μεταφέρονται αυτόματα οι επιλεγμένες μπίλιες.



Μία μπίλια ανεβαίνει στην άνω περιοχή, μόλις επιλεγεί με το δείκτη του ποντικιού. Μαζί της μεταφέρονται και όσες μπίλιες βρίσκονται πάνω από αυτή. Για παράδειγμα, σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα, αν επιλεγεί η τρίτη μπίλια, τότε στο πλαίσιο θα ανέβουν και όσες βρίσκονται πάνω από αυτή.

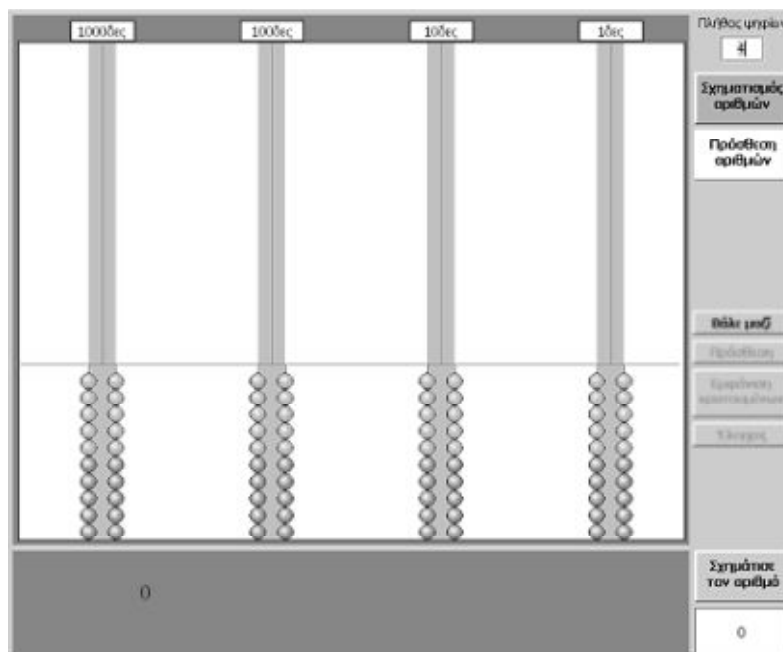


Με τον ίδιο τρόπο μία ή περισσότερες μπίλιες της άνω περιοχής μπορούν να επιστρέψουν στη βάση, επιλέγοντας μία από αυτές. Δεν μπορούν να μεταφερθούν στην άνω περιοχή κάθε στήλης παραπάνω από εννέα μπίλιες. Όταν κάποιος επιχειρήσει να μεταφέρει μία ακόμη θα εμφανιστεί το μήνυμα «Δεν μπορείς να μεταφέρεις πάνω από 9 ψηφία σε κάθε στήλη».

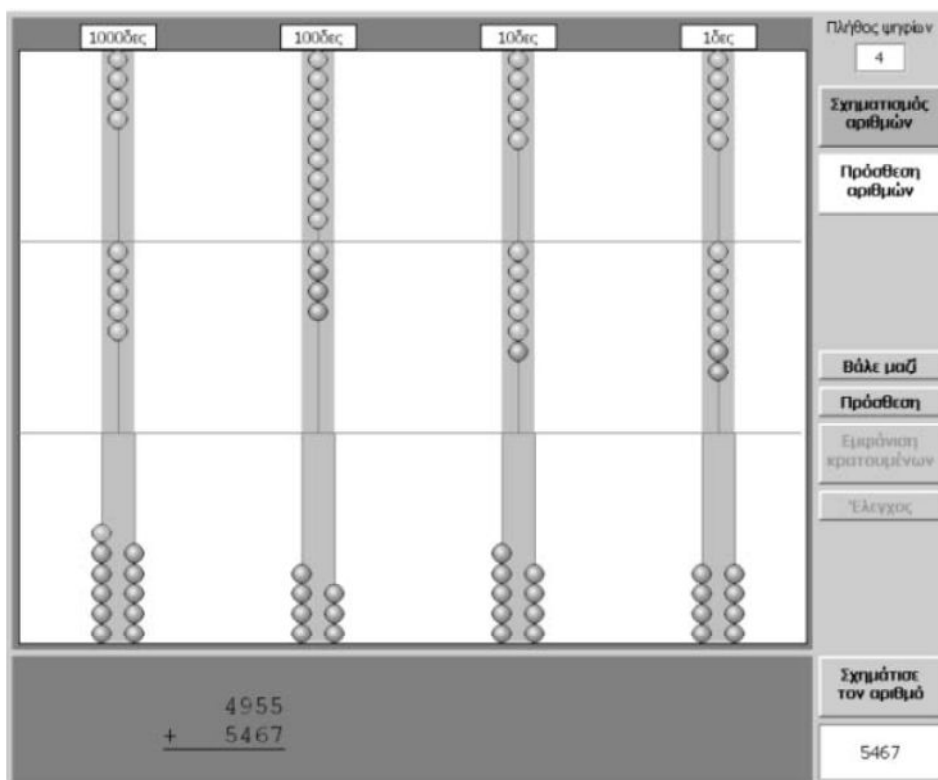
Η θέση την οποία κατέχουν οι μπίλιες στην άνω περιοχή καθορίζουν και την αριθμητική τους αξία. Ο αριθμός που συμβολίζουν εμφανίζεται στο χώρο με το νούμερο (8). Κάθε αλλαγή που γίνεται στην επιφάνεια με τις μπίλιες μεταφέρεται αυτομάτως στην επιφάνεια (8).

6.3.1.2 Ο σχηματισμός δύο αριθμών για την πρόσθεση

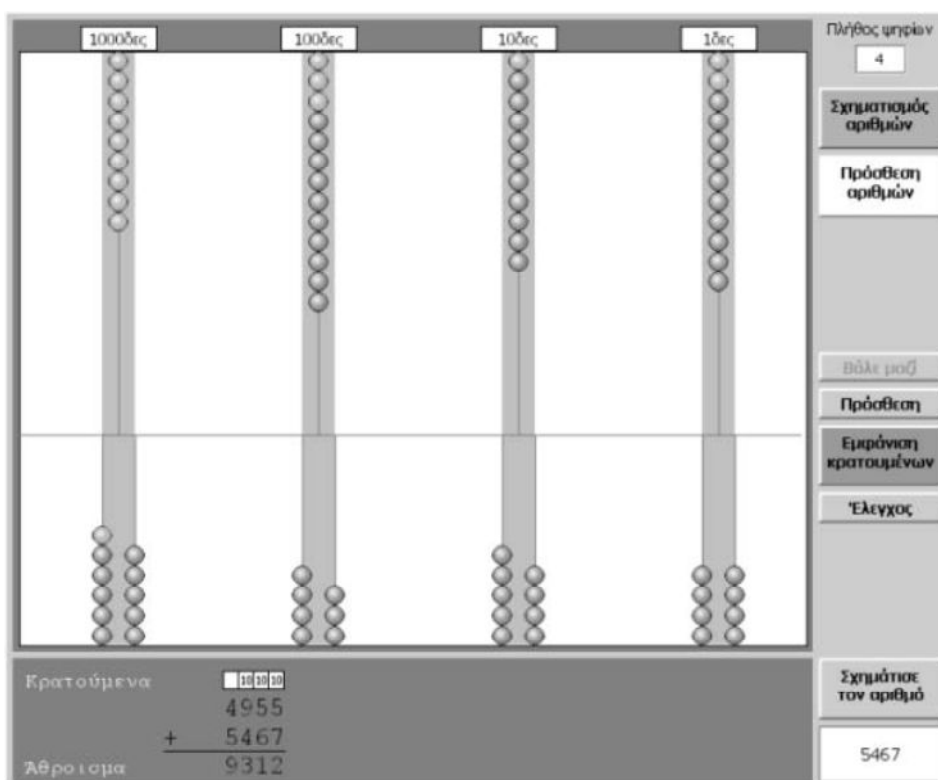
Με το κουμπί «Πρόσθεση» εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη.



Κάθε στήλη αποκτά μία γκρι ζώνη και οι μπίλιες στη βάση διπλασιάζονται. Έτσι, κάθε στήλη έχει 20 μπίλιες. Επίσης, η βάση χωρίζεται από μία οριζόντια γραμμή. Στην επιφάνεια αυτή οι μαθητές επιλέγουν δύο αριθμούς τους οποίους σκοπεύουν να προσθέσουν. Αρχίζουν, λοιπόν, καθορίζοντας έναν αριθμό με τον τρόπο που αναλύθηκε προηγουμένως. Στη συνέχεια επιλέγουν το κουμπί «Βάλε μαζί» και η άνω περιοχή χωρίζεται με μία οριζόντια γραμμή σε δύο μέρη, ώστε να εμφανιστεί ο δεύτερος αριθμός ο οποίος, με τη σειρά του, θα επιλεγεί με τον ίδιο τρόπο.



Στη συνέχεια επιλέγουν το κουμπί «Πρόσθεση» και εκτελείται η πράξη – η διαχωριστική γραμμή εξαφανίζεται και όλες οι επιλεγμένες μπίλιες μετακινούνται στην άνω περιοχή. Έτσι σχηματίζεται το άθροισμα των δύο αριθμών.



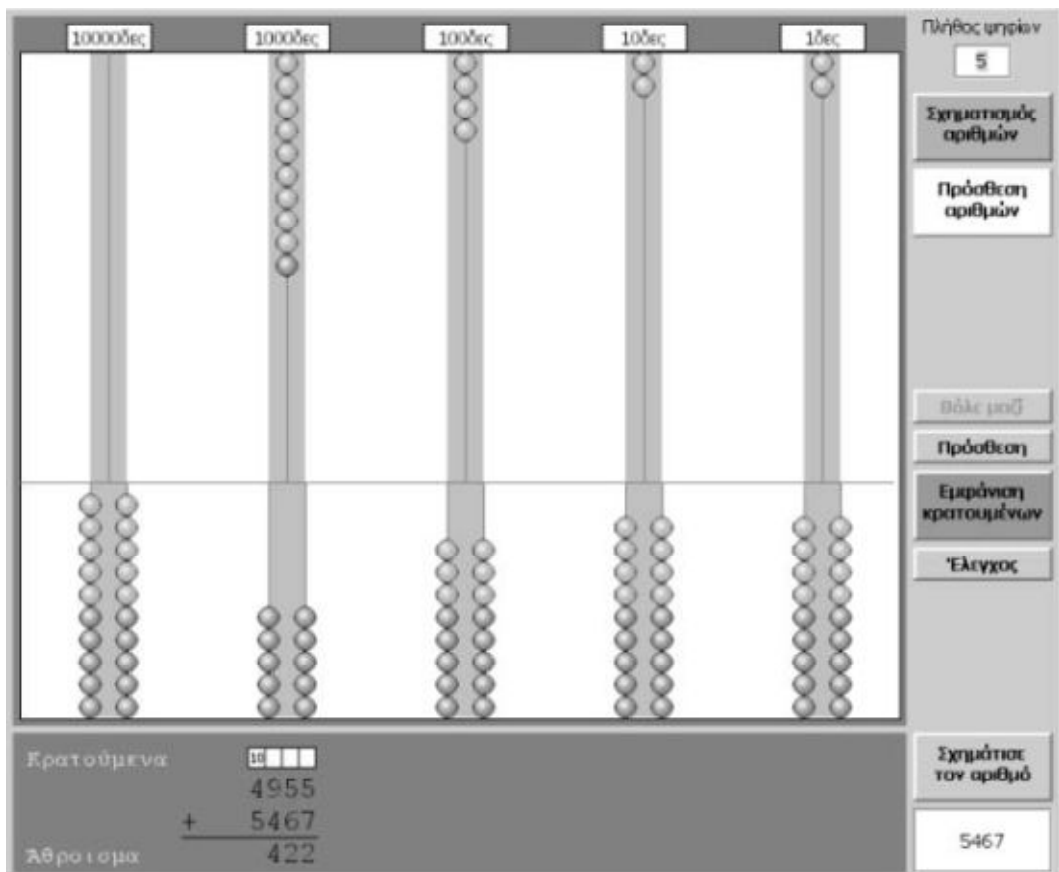
Αριθμητικά η διαδικασία αυτή εμφανίζεται στο γκρι πλαίσιο, όπου υπάρχει μία πρώτη τακτοποίηση. Με επιλογή του κουμπιού «Εμφάνιση κρατούμένων» σε όσες στήλες υπάρχουν περισσότερες από δέκα μπίλιες, δηλαδή έχουμε άθροισμα μεγαλύτερο από εννέα, οι δέκα αυτές μπίλιες χρωματίζονται μπλε και μπορούν να αντικατασταθούν με μία μπίλια στην επόμενη θέση. Όσον αφορά την αριθμητική αναπαράσταση, σε κάθε στήλη το πρόγραμμα έχει ξεχωρίσει τα δέκα κρατούμενα που υπάρχουν και έχει

εμφανίσει το υπόλοιπο στο άθροισμα. Για παράδειγμα, στη στήλη των μονάδων υπάρχουν: $5 + 7 = 12$ μπίλιες, ενώ στην αριθμητική αναπαράσταση: 10 μονάδες στα κρατούμενα και 2 μονάδες στο άθροισμα.

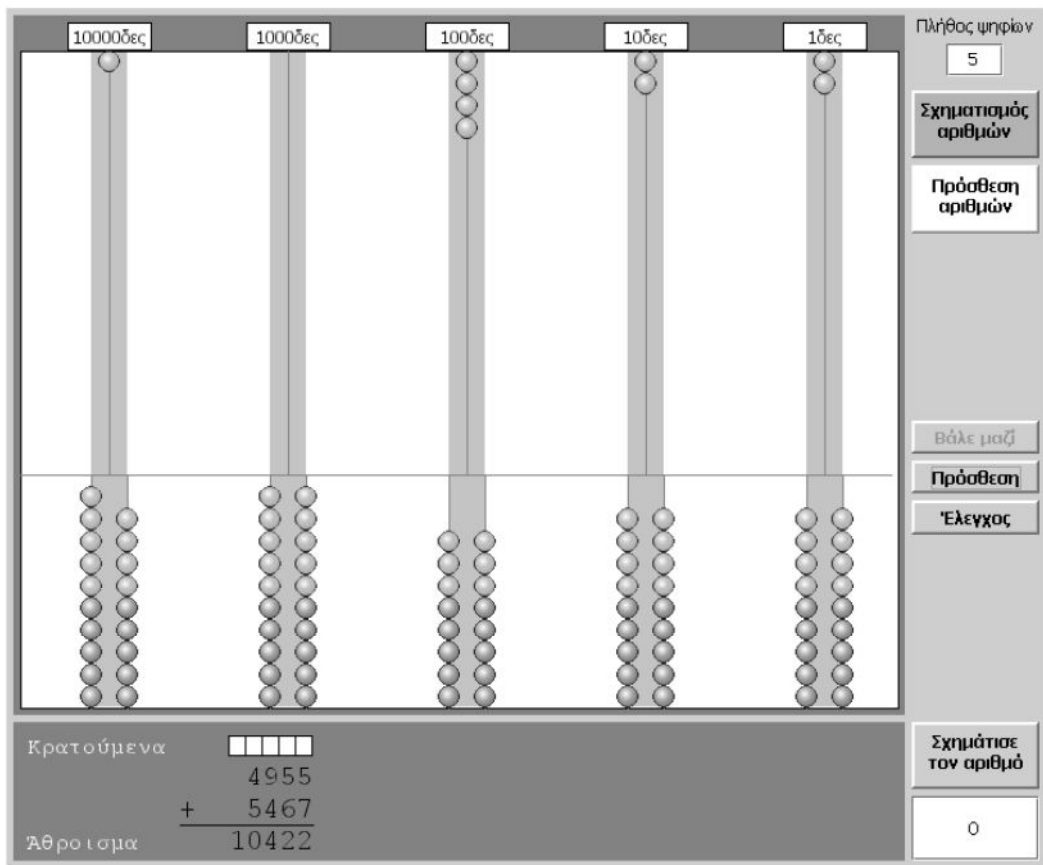
Το επόμενο βήμα είναι η «τακτοποίηση» της αριθμητικής αυτής εμφάνισης. Η διαδικασία αυτή γίνεται μόνο με τις μπίλιες. Οι μαθητές θα πρέπει να επιλέξουν την πρώτη από τις δέκα μπίλιες, χρωματισμένες με μπλε χρώμα, ώστε να τις μεταφέρουν από την άνω περιοχή στη βάση και να μην υπάρχουν πλέον κρατούμενα. Παράλληλα, το πρόγραμμα ανεβάζει μία μπίλια της επόμενης θέσης στην άνω περιοχή.

Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται έως ότου «τακτοποιηθούν» όλα τα κρατούμενα στην αριθμητική έκφραση. Αν στην τελευταία αριστερή θέση υπάρχουν κρατούμενα, οι μαθητές μπορούν να επιλέξουν το πλήθος των ψηφίων να είναι μεγαλύτερο κατά μία μονάδα. Στο παράδειγμά μας έχουν επιλέξει τέσσερις στήλες. Κατόπιν, όμως, της αριθμητικής τακτοποίησης διαπιστώνουν ότι χρειάζονται πέντε στήλες, διότι στην τελευταία θέση των χιλιάδων υπάρχουν δέκα κρατούμενα.

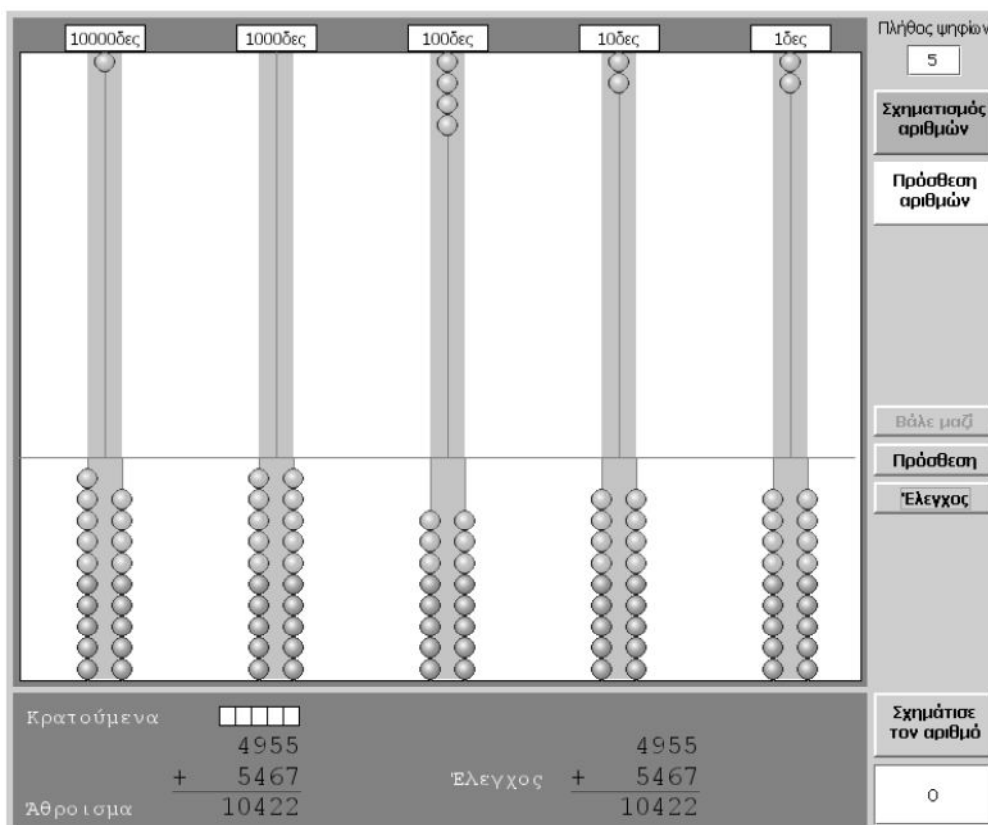
Έτσι, πληκτρολογούν τον αριθμό 5 στο σχετικό πλαίσιο, «Πλήθος ψηφίων», και εμφανίζεται μία ακόμη στήλη.



Τώρα μπορεί να κατεβάσουν τις δέκα μπίλιες από την άνω περιοχή και να ανεβάσουν μία μπίλια στην επόμενη στήλη.



Τέλος ελέγχουν όσα έχουν κάνει στην «τακτοποίηση» με την εντολή «Έλεγχος».



6.3.2 Επιλογή πλήθους ψηφίων

Η επιλογή του πλήθους των ψηφίων ή των στηλών γίνεται με την πληκτρολόγηση του σχετικού αριθμού στη θέση (3). Λόγω του περιορισμένου χώρου μπορούν να επιλεγούν από μία μέχρι εννέα στήλες. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές μπορούν να σχηματίζουν αριθμούς με 1 (μονοψήφιοι) ως 9 ψηφία (100.000.000).

6.3.3 Σχηματισμός φυσικών αριθμών

Για να σχηματίσουν ένα φυσικό αριθμό, δηλαδή να τοποθετήσουν τις μπίλιες στις κατάλληλες θέσεις, οι μαθητές επιλέγουν το κουμπί «Σχηματισμός αριθμών» και στη συνέχεια μεταφέρουν τις αντίστοιχες μπίλιες από τη βάση στην άνω περιοχή. Ονομάζουν τον αριθμό και παρατηρούν την αριθμητική του έκφραση στο αντίστοιχο μέρος της οθόνης. Ωστόσο, έχουν τη δυνατότητα να πληκτρολογήσουν την αριθμητική έκφραση του αριθμού στο ειδικό πλαίσιο (8) και, πατώντας το κουμπί «Σχημάτισε τον αριθμό» (7), να παρατηρήσουν τόσο τις μπίλιες που μετακινούνται όσο και τη διάταξή τους στην οθόνη του αριθμητηρίου. Μπορούν, επίσης, να κάνουν διάφορους πειραματισμούς, μεταφέροντας μπίλιες από τη μία περιοχή στην άλλη, και να παρατηρούν την αριθμητική μορφή του αριθμού. Παράλληλα, να ονομάζουν τον αριθμό συνδυάζοντας το πλήθος από τις μπίλιες που υπάρχουν σε κάθε θέση με το όνομα της θέσης αυτής. Έτσι μπορούν:

- Να σχηματίζουν έναν αριθμό, όταν τους δίνεται η λεκτική του έκφραση.
- Να ονομάζουν έναν αριθμό, όταν τους δίνεται η αριθμητική του έκφραση.
- Να ονομάζουν έναν αριθμό και να σημειώνουν την αριθμητική του έκφραση, όταν τους δίνεται μία διάταξη από μπίλιες.
- Να μεταβάλλουν έναν αριθμό, ακολουθώντας μια διαδικασία, όταν τους δίνεται η μία ή η άλλη έκφρασή του.
- Να παρατηρούν τα μοτίβα κατά το σχηματισμό αριθμών, όταν τους δίνεται η μία ή η άλλη έκφραση αυτών.
- Να συγκρίνουν αριθμούς, όταν τους δίνεται η μία ή η άλλη έκφρασή τους.

6.3.4 Πρόσθεση φυσικών αριθμών

Για να προσθέσουν δύο αριθμούς, οι μαθητές επιλέγουν τη σχετική επιφάνεια εργασίας με το κουμπί «Πρόσθεση αριθμών». Στη συνέχεια εμφανίζουν τον πρώτο προσθετέο, επιλέγουν «Βάλε μαζί» και εμφανίζουν το δεύτερο προσθετέο. Κατόπιν επιλέγουν «Πρόσθεση» και τακτοποιούν τα κρατούμενα πατώντας το κουμπί «Εμφάνιση κρατουμένων». Τακτοποιούν τις μπίλιες ώστε σε κάθε θέση να υπάρχουν λιγότερες από δέκα. Τέλος, επιλέγουν το κουμπί «Έλεγχος» και συγκρίνουν το αποτέλεσμα μας με αυτό του προγράμματος.

Οι μαθητές «τακτοποιούν», λοιπόν, τις μπίλιες κατάλληλα στην άνω περιοχή, λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι σε κάθε θέση (στήλη) μπορούν να υπάρχουν μέχρι εννέα μπίλιες, καθώς, επίσης, και την αριθμητική αναπαράσταση της κατάστασης που εμφανίζεται στην άνω περιοχή της οθόνης. Η τακτοποίηση γίνεται ως εξής: Μόλις επιλεγεί το κουμπί «Εμφάνιση κρατουμένων» στις θέσεις που υπάρχουν πάνω από τις δέκα μπίλιες, αυτές χρωματίζονται μπλε. Αυτό σημαίνει ότι «σχηματίζουν ένα πακέτο» που θα κατέβει όλο μαζί στο κάτω μέρος του αριθμητηρίου, αν επιλεγεί με το δείκτη η πρώτη του μπίλια. Μόλις η δεκάδα κατέβει στη βάση της, τότε στην επόμενη θέση ανεβαίνει μία μπίλια από την κάτω στην επάνω περιοχή και προστίθεται στις ήδη υπάρχουσες. Όλη αυτή η διαδικασία εμφανίζεται και στην αριθμητική αναπαράσταση της κατάστασης (στην γκρι περιοχή του προγράμματος). Έτσι παρουσιάζεται στους μαθητές το δεκαδικό σύστημα γραφής των αριθμών και η δυνατότητα αντικατάστασης 10 μονάδων μιας τάξης με 1 μονάδα της αμέσως επόμενης τάξης.

Όσον αφορά την αναπαράσταση των κρατουμένων κατά τη διεξαγωγή της πρόσθεσης με το μολύβι, οι μαθητές μαθαίνουν να ξεχωρίζουν νοητικά τις 10 μονάδες κάθε στήλης και να καταγράφουν τις υπόλοιπες στο άθροισμα, ενώ πάνω από τους αριθμούς της επόμενης στήλης να σημειώνουν 1 μονάδα ως αντικατάσταση των 10 μονάδων της προηγούμενης στήλης που διέγραψαν. Η μονάδα αυτή ονομάζεται «κρατούμενο» και σκοπός της είναι να προστεθεί στο άθροισμα της επόμενης στήλης. Όλη αυτή η διαδικασία φωτίζεται στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο, καθώς οι μαθητές μπορούν να χειρίζονται τα κρατούμενα –τα οποία ξεχωρίζονται και παρουσιάζονται στην ίδια στήλη– με το χέρι.

Είναι γεγονός, τέλος, ότι η διαδικασία της πρόσθεσης δύο φυσικών αριθμών γίνεται αντιληπτή στο σύνολό της μέσα από τις ενέργειες: «Βάλε μαζί», «Πρόσθεσε» και «Εμφάνιση κρατουμένων». Σε κάθε βήμα τους οι μαθητές χρησιμοποιούν και τις δύο αναπαραστάσεις, αριθμητική και συμβολική, γεγονός που τους επιτρέπει να συνδέουν τη διαδικασία της πρόσθεσης άμεσα και ορατά με το δεκαδικό σύστημα γραφής των φυσικών αριθμών.

Στο περιβάλλον της πρόσθεσης οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να πειραματίζονται με:

- Την πρόσθεση φυσικών αριθμών οι οποίοι έχουν το ίδιο ή διαφορετικό πλήθος ψηφίων.
- Το χειρισμό των κρατουμένων κατά τη διαδικασία της πρόσθεσης.
- Την πρόσθεση με το ψηφίο 0.
- Την αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης.
- Την αναζήτηση ενός εκ των δύο προσθετέων, ενώ είναι γνωστός ο άλλος προσθετέος και το άθροισμα (αφαίρεση).

6.4 Μαθησιακές δυνατότητες στο τοπικό λογισμικό

Δύο είναι τα κύρια στοιχεία κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών. Το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης-γραφής των αριθμών και οι πράξεις μεταξύ αυτών.

Είναι γνωστή η ανάγκη των μαθητών να χρησιμοποιούν χειροπιαστά αντικείμενα είτε για να μετρούν το πλήθος τους είτε για να συμβολίζουν αριθμούς και να κάνουν πράξεις με αυτά (ξυλαράκια, βώλοι κτλ.). Η τελευταία περίπτωση είναι πολύ καλά ριζωμένη στον ανθρώπινο πολιτισμό, καθώς ο άβακας (αριθμητήριο) αποτελεί ένα από τα παλαιότερα εργαλεία τα οποία εξακολουθούν ακόμη και σήμερα να χρησιμοποιούνται τόσο στην εκπαίδευση όσο και στις οικονομικές συναλλαγές των ανθρώπων. Έτσι, λοιπόν, το αριθμητήριο φαίνεται να είναι ένα ισχυρό εργαλείο, κατάλληλο για την εκμάθηση του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης και γραφής των αριθμών, καθώς και για την εκμάθηση της πρόσθεσης. Στις επόμενες σελίδες δίνονται μερικά παραδείγματα τα οποία περιγράφουν τις δυνατότητες εκμάθησης και διδασκαλίας όσων εμπλέκονται με το ηλεκτρονικό αριθμητήριο.

6.4.1 Σχηματισμός ενός αριθμού, όταν είναι γνωστή η λεκτική του έκφραση

Παράδειγμα: Δίνεται ο αριθμός «τρεις χιλιάδες πεντακόσια εξήντα τέσσερα» και ζητείται από τους μαθητές να τον συμβολίσουν με μπίλιες στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο.

Θα πρέπει λοιπόν:

- Να ξεχωρίσουν το πλήθος των ψηφίων του αριθμού.
- Να κατανοήσουν το πλήθος των μονάδων σε κάθε θέση του αριθμού.

Επίσης, θα διαπιστώσουν ότι: το πλήθος των ψηφίων είναι 4, οι χιλιάδες είναι 3, οι εκατοντάδες 5, οι δεκάδες 6 και οι μονάδες 4. Κατόπιν αυτού, θα τοποθετήσουν κατάλληλα τις μπίλιες στο αριθμητήριο. Το γεγονός αυτό τους βοηθά να κατανοήσουν το νόημα κάθε λέξης μέσα στη λεκτική έκφραση του αριθμού. Σε αυτό συμβάλλουν τόσο το πλήθος και η διάταξη που έχουν οι μπίλιες στις διάφορες θέσεις, όσο και το όνομα κάθε θέσης. Το λογισμικό σε αυτή την περίπτωση λειτουργεί ως καθρέφτης, καθώς εμφανίζει αυτό που ο μαθητής έχει στο μυαλό του, ο δε εκπαιδευτικός μπορεί ευκολότερα να παρέμβει διαμορφωτικά.

Καθώς, όμως, το πρόγραμμα δεν αποκρίνεται άμεσα στις επιλογές των μαθητών, η συμβολή του εκπαιδευτικού είναι σημαντική και απαραίτητη· πρέπει να βρίσκεται κοντά στο μαθητή, να τον προσανατολίζει και να τον συμβουλεύει τόσο όσο χρειάζεται για να φέρει σε πέρας το μετασχηματισμό των νοημάτων από τη λεκτική στη συμβολική και την αριθμητική έκφραση. Ένας τρόπος είναι ο εποικοδομητικός διάλογος μεταξύ μαθητή και εκπαιδευτικού, ο οποίος θα βοηθήσει τον πρώτο στην αποκωδικοποίηση των λέξεων, αλλά και στην κατάλληλη εφαρμογή των εμπειριών και των γνώσεων που έχει αποκομίσει από προηγούμενες τάξεις.

6.4.2 Σχηματισμός αριθμού, όταν είναι γνωστή η αριθμητική του έκφραση

Παράδειγμα: Δίνεται ο αριθμός «3.456» και ζητείται από τους μαθητές να τον αναπαραστήσουν στο αριθμητήριο με μπίλιες και να τον εκφράσουν λεκτικά.

Οι μαθητές προσδιορίζουν τις στήλες που χρειάζονται και τις μπίλιες που θα μετακινήσουν σε κάθε θέση. Προκειμένου να ονομάσουν λεκτικά τον αριθμό χρησιμοποιούν τη συμβολική του έκφραση, καθώς και το όνομα κάθε θέσης. Έτσι καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι οι θέσεις και τα ψηφία που εμφανίζονται σε καθεμία από αυτές εμπλέκονται στη λεκτική έκφραση των αριθμών.

6.4.3 Πρόσθεση δύο αριθμών, όταν είναι γνωστή η λεκτική ή αριθμητική τους έκφραση

Παράδειγμα: Οι μαθητές καλούνται να υπολογίσουν το άθροισμα $34 + 67$.

Σύμφωνα, λοιπόν, με το πρόβλημα, καθορίζουν δύο στήλες στο ηλεκτρονικό αριθμητήριο και σχηματίζουν τον αριθμό 34. Στη συνέχεια επιλέγουν την εντολή «Βάλε μαζί» και σχηματίζουν τον αριθμό 67. Αυτό είναι και το πρώτο στάδιο της πρόσθεσης, όπου οι μαθητές φέρνουν μαζί τα αντικείμενα που πρόκειται να προσθέσουν. Στην επιφάνεια εργασίας εμφανίζονται δύο οριζόντιες γραμμές οι οποίες ξεχωρίζουν τους δύο αριθμούς που πρόκειται να προστεθούν. Επίσης, οι αριθμοί αυτοί εμφανίζονται στην γκρι περιοχή ο ένας κάτω από τον άλλο.

Στη συνέχεια οι μαθητές επιλέγουν «Πρόσθεση», οπότε οι διαχωριστικές γραμμές εξαφανίζονται και οι μπίλιες κάθε στήλης συμπτύσσονται. Κάθε στήλη περιέχει στην άνω περιοχή όλες τις μπίλιες που προκύπτουν από τη σύμπτυξη – στην πρώτη στήλη των μονάδων υπάρχουν 11 μπίλιες και στη δεύτερη στήλη των δεκάδων 9. Συγχρόνως, στην αριθμητική αναπαράσταση εμφανίζεται η γραμμή «Κρατούμενα». Στα λευκά κουτάκια της γραμμής αυτής εγγράφονται από το πρόγραμμα οι 10 μονάδες κάθε στήλης, όταν το συνολικό της πλήθος υπερβαίνει τις 9. Οι υπόλοιπες μονάδες εμφανίζονται στη γραμμή «Άθροισμα». Δηλαδή, στη στήλη των μονάδων, οι 11 μονάδες έχουν χωριστεί: (α) σε 10 μονάδες, οι οποίες εμφανίζονται στη γραμμή των κρατουμένων και (β) σε 1 μονάδα, η οποία εμφανίζεται στη γραμμή του αθροίσματος.

Το φαινόμενο αυτό της ακαταστασίας στην αριθμητική έκφραση, δηλαδή ο διαχωρισμός των μονάδων κάθε στήλης που το πλήθος της υπερβαίνει τις εννέα, δικαιολογείται από το γεγονός ότι στο δεκαδικό σύστημα γραφής των αριθμών μπορούμε να εκφράσουμε το πλήθος των μονάδων της στήλης αυτής με δέκα μόνο ψηφία. Έτσι, οι 10 μονάδες, που περισσεύουν, εμφανίζονται στην περιοχή των κρατουμένων και θα πρέπει οι μαθητές να τις «τακτοποιήσουν», ώστε η γραμμή του αθροίσματος να εμφανίζει το πραγματικό άθροισμα.

Η «τακτοποίηση» αυτή μπορεί να λάβει χώρα μόνο στην περιοχή με τις μπίλιες. Οι μαθητές μπορούν να κατεβάσουν μέχρι δέκα. Μόλις επιλέξουν το κουμπί «Εμφάνιση κρατουμένων» οι δέκα από τις μπίλιες μιας στήλης χρωματίζονται μπλε και μπορούν να κατέβουν ως μία μπίλια στη βάση, ενώ αυτόματα μία μπίλια της επόμενης θέσης ανεβαίνει και προστίθεται στις ήδη υπάρχουσες. Καθώς, λοιπόν, μεταφέρουν μία ή περισσότερες μπίλιες από την άνω περιοχή στη βάση, αυτές αφαιρούνται από το κουτάκι των κρατουμένων και οι μαθητές καλούνται να αντιμετωπίσουν τα εξής προβλήματα:

1. Δεν μπορούν να κατεβάσουν περισσότερες από δέκα μπίλιες, αφού θα αδειάσει το κουτάκι με τα κρατούμενα.
2. Δεν μπορούν να ανεβάσουν μία ή περισσότερες μπίλιες σε επόμενη στήλη, αν δεν έχουν πρώτα «τακτοποιήσει» τα κρατούμενα της προηγούμενης στήλης. Αφού τακτοποιήσουν τα κρατούμενα, δηλαδή μεταφέρουν στη βάση της στήλης τις δέκα μπίλιες, μεταφέρεται μία μπίλια στην επόμενη θέση και έτσι δεν αλλοιώνεται το άθροισμα.
3. Αν η κατάσταση στην τελευταία αριστερή στήλη δεν έχει «τακτοποιηθεί» –υπάρχουν κρατούμενα–, ο μαθητής είναι αναγκασμένος να εμφανίσει μία ακόμη στήλη. Θα πρέπει, επομένως, στο κουτάκι «Πλήθος ψηφίων» να πληκτρολογήσει τον αμέσως μεγαλύτερο αριθμό και να τακτοποιήσει τα κρατούμενα.
4. Κατόπιν αυτών, επιλέγει «Έλεγχος» και συγκρίνει το άθροισμα που προέκυψε με αυτό που βρίσκει το πρόγραμμα κάνοντας την πρόσθεση αυτόματα. Με την ίδια, ωστόσο, εντολή και προτού κάνουν «τακτοποίηση» των κρατουμένων, έχουν τη δυνατότητα να συγκρίνουν το άθροισμα που εμφανίζεται στη γραμμή «Άθροισμα» με το σωστό. Με άλλα λόγια, κατεβάζοντας τις δέκα μπίλιες των κρατουμένων, χωρίς, όμως, να ανεβάσουν μία μπίλια στην επόμενη στήλη, θα έχουν μία μονάδα διαφορά στην ίδια θέση των δύο αθροισμάτων.

Η παραπάνω διαδικασία οδηγεί τους μαθητές στο να έχουν μια βαθύτερη συμμετοχή στην αριθμητική διαδικασία της πρόσθεσης, σε αντίθεση με την επιφανειακή διδασκαλία (στο χαρτί με το μολύβι) που λαμβάνει χώρα στις μέρες μας. Η εμφάνιση των κρατουμένων και η τακτοποίησή τους συνδέεται άμεσα με το δεκαδικό σύστημα γραφής των αριθμών, γεγονός που επιτρέπει στους μαθητές να έχουν λιγότερο νοητικό φορτίο κατά τη διαδικασία της πρόσθεσης με το ηλεκτρονικό αριθμητήριο.