

## Β' τάξη – Δύναμη σημείου ως προς κύκλο

### 1 Δραστηριότητα

Χρόνος: 1 διδακτική ώρα

#### Δραστηριότητα

Έστω δύο κύκλοι με κέντρα  $O_1$  και  $O_2$  οι οποίοι τέμνονται στα σημεία  $A$  και  $B$ . Να κατασκευάσετε την ευθεία  $AB$  και **α)** να διερευνήσετε εάν η δύναμη κάθε σημείου  $M$  της  $AB$  ως προς τον κύκλο κέντρου  $O_1$  ισούται με τη δύναμη του σημείου αυτού ως προς τον κύκλο με κέντρο  $O_2$ , **β)** να διερευνήσετε εάν υπάρχουν σημεία με ίσες δυνάμεις ως προς τους δύο κύκλους όταν αυτοί είναι εφαπτόμενοι και να προσδιορίσετε τη θέση τους και **γ)** να διερευνήσετε εάν υπάρχουν σημεία με ίσες δυνάμεις ως προς τους δύο κύκλους όταν αυτοί δεν έχουν κανένα κοινό σημείο, και να προσδιορίσετε τη θέση τους.

#### Στόχος

Η διερεύνηση των ιδιοτήτων του ριζικού άξονα δύο κύκλων.

**Περίπτωση 1η:** Οι κύκλοι τέμνονται.

#### Κατασκευή

- Κατασκευάστε δύο κύκλους με κέντρα  $O_1$  και  $O_2$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $O_1O_2$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία  $A$  και  $B$  ως σημεία τομής των κύκλων  $O_1$  και  $O_2$ .
- Κατασκευάστε την ευθεία  $\varepsilon$  που να διέρχεται τα σημεία  $A$  και  $B$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $M$  πάνω στην ευθεία  $\varepsilon$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Delta_1$  και  $E_1$  πάνω στον κύκλο  $O_1$  και  $O_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_1$  και  $ME_1$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Delta_2$  και  $E_2$  ως σημεία τομής των ευθύγραμμων τμημάτων  $M\Delta_1$  και  $ME_1$  με τους κύκλους  $O_1$  και  $O_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_2$ ,  $ME_2$ ,  $MA$  και  $MB$ , μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα, όπως και τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_1$  και  $ME_1$ .
- Υπολογίστε τα γινόμενα  $M\Delta_2 * M\Delta_1$ ,  $MA * MB$  και  $ME_2 * ME_1$  και πινακοποιήστε τα αυτόματα.
- Μετακινήστε το  $M$  πάνω στην ευθεία  $\varepsilon$  ή μεταβάλετε τις ακτίνες των κύκλων  $O_1$  και  $O_2$  και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές των μεγεθών που προαναφέρθηκαν.

### Διερεύνηση

1) Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, μπορείτε να διατυπώσετε κάποια υπόθεση. Πώς την αιτιολογείτε;

### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

2) Ποια ιδιότητα φαίνεται ότι έχουν τα σημεία της ευθείας  $\epsilon$ ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

**Περίπτωση 2η:** Οι κύκλοι εφάπτονται.

### Κατασκευή

- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο  $O_1$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $A$  πάνω στον κύκλο κέντρου  $O_1$ .
- Κατασκευάστε έναν κύκλο με κέντρο  $O_2$  και ακτίνα  $O_2A$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $O_1O_2$ .
- Κατασκευάστε την κάθετη ευθεία  $\epsilon$  από το σημείο  $A$  στο ευθύγραμμο τμήμα  $O_1O_2$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $M$  πάνω στην ευθεία  $\epsilon$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Delta_1$  και  $E_1$  πάνω στους κύκλους  $O_1$  και  $O_2$ , αντίστοιχα.

- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_1$  και  $ME_1$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Delta_2$  και  $E_2$  ως σημεία τομής των ευθύγραμμων τμημάτων  $M\Delta_1$  και  $ME_1$  με τους κύκλους  $O_1$  και  $O_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_2$ ,  $ME_2$  και  $MA$ , μετρήστε τα και πινακοποιήστε τα αυτόματα, όπως και τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_1$  και  $ME_1$ .
- Υπολογίστε τα γινόμενα  $M\Delta_2 \cdot M\Delta_1$ ,  $MA^2$  και  $ME_2 \cdot ME_1$  και πινακοποιήστε τα αυτόματα.
- Μετακινήστε το  $M$  πάνω στην ευθεία  $\varepsilon$  ή μεταβάλετε τις ακτίνες των κύκλων  $O_1$  και  $O_2$  και πινακοποιήστε αυτόματα τις τιμές των μεγεθών που προαναφέρθηκαν.

1) Με βάση τα δεδομένα του πίνακα που κατασκευάσατε, μπορείτε να διατυπώσετε μια υπόθεση; Πώς την αιτιολογείτε;

#### Διατύπωση υπόθεσης

.....

.....

#### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

2) Ποια ιδιότητα φαίνεται ότι έχουν τα σημεία της ευθείας  $\varepsilon$ ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

#### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

#### Αιτιολόγηση

.....

.....

.....

.....

**Περίπτωση 3η:** Οι κύκλοι δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

**Κατασκευή**

- Κατασκευάστε δύο μη τεμνόμενους κύκλους, με κέντρα  $O_1$  και  $O_2$ .
- Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα  $O_1O_2$ .
- Κατασκευάστε ένα σημείο  $M$  στην οθόνη του υπολογιστή.
- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Delta_1$  και  $E_1$  πάνω στους κύκλους  $O_1$  και  $O_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_1$  και  $ME_1$ .
- Κατασκευάστε τα σημεία  $\Delta_2$  και  $E_2$  ως σημεία τομής των ευθύγραμμων τμημάτων  $M\Delta_1$  και  $ME_1$  με τους κύκλους  $O_1$  και  $O_2$  αντίστοιχα.
- Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $M\Delta_2$ ,  $ME_2$ ,  $M\Delta_1$  και  $ME_1$ , και μετρήστε τα αυτόματα.
- Υπολογίστε τα γινόμενα  $M\Delta_2 \cdot M\Delta_1$  και  $ME_2 \cdot ME_1$ . Μετακινήστε το  $M$  πάνω στην οθόνη του υπολογιστή σας και διερευνήστε για ποιες θέσεις του  $M$  τα γινόμενα που προαναφέρθηκαν είναι ίσα.

**Διατύπωση υπόθεσης**

.....  
.....

**Αιτιολόγηση**

.....  
.....  
.....  
.....