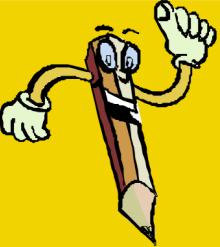


## Η μεταβολή του εμβαδού ενός ορθογωνίου

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος 3 μέτρα και πλάτος 2 μέτρα. Μας θέτουν το παρακάτω ερώτημα: «Αν ελαττώσουμε το μήκος κατά ένα ποσό και αυξήσουμε το πλάτος κατά το ίδιο ποσό, πώς μεταβάλλεται το εμβαδόν του ορθογωνίου;».

Μία αυθόρμητη απάντηση που δίνουν αρκετοί σε αυτό το ερώτημα είναι ότι το εμβαδόν δε μεταβάλλεται. Θέλουμε, με τη βοήθεια του λογισμικού, να ελέγξουμε αν είναι σωστός αυτός ο ισχυρισμός.

- 1** Να ονομάσετε το ποσό μεταβολής  $x$ . Αν ελαττώσουμε το μήκος κατά το ποσό  $x$  και αυξήσουμε το πλάτος κατά το ίδιο ποσό, ποιες είναι οι διαστάσεις του ορθογωνίου; Ποια ποσά τελικά μεταβάλλονται και ποια παραμένουν σταθερά;
- 2** Πώς μπορούμε να ελέγξουμε τον τρόπο με τον οποίο συμμεταβάλλονται τα ποσά; Να κατασκευάσετε πίνακα τιμών, με τη βοήθεια του λογισμικού, για τις ποσότητες οι οποίες μεταβάλλονται.
- 3** Με βάση τον πίνακα, να κατασκευάσετε το γράφημα των σημείων με τετμημένη  $x$  και τεταγμένη το εμβαδόν του ορθογωνίου.
- 4** Θέλουμε να βρούμε ποια μορφή συνάρτησης έχει γραφική παράσταση που περνά από όλα τα σημεία του γραφήματος.  
Κατασκευάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = -x^2$  και στη συνέχεια, με τη βοήθεια του εργαλείου μεταφοράς γραφικών παραστάσεων, μετακινήστε τη γραφική παράσταση πρώτα κατακόρυφα και κατόπιν οριζόντια, για να εφαρμόσει όσο το δυνατόν καλύτερα πάνω στα σημεία του αρχικού γραφήματος. Ο τύπος της συνάρτησης αναγράφεται στο πάνω μέρος του πίνακα.
- 5** Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά τον τύπο της συνάρτησης του εμβαδού που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα.
- 6** Τώρα πλέον γνωρίζετε τη σχέση που συνδέει τη μεταβολή  $x$  των διαστάσεων με το εμβαδόν. Να καθαρίσετε την οθόνη και να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης που έχετε προσδιορίσει στα προηγούμενα ερωτήματα.  
Ποια κλίμακα πιστεύετε ότι είναι κατάλληλη για το συγκεκριμένο πρόβλημα;  
Ποιο είναι το νόημα των αρνητικών τιμών για το  $x$ ;
- 7** Πώς μπορούμε να υπολογίσουμε από τη γραφική παράσταση τη μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει το εμβαδόν;
- 8** Να υπολογίσετε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες. Ποια είναι η σημασία των σημείων αυτών για το συγκεκριμένο πρόβλημα; Ποια είναι η σχέση των δύο αυτών σημείων με το προηγούμενο ερώτημα;



- 9** Σε ένα άλλο ορθογώνιο, ιδίων διαστάσεων, ελαττώνουμε μόνο το μήκος κατά το ήμισυ της μεταβολής των διαστάσεων του αρχικού ορθογωνίου, δηλαδή κατά  $x/2$ . Είναι δυνατόν το νέο ορθογώνιο να αποκτήσει το ίδιο εμβαδόν με το αρχικό για κάποια τιμή του  $x$ ; Πώς μπορούμε να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό με τη βοήθεια του λογισμικού;  
Να εκφράσετε το εμβαδόν  $E'$  του νέου ορθογωνίου ως συνάρτηση του  $x$  και να κάνετε τη γραφική παράσταση της σχέσης στο ίδιο σύστημα αξόνων με την προηγούμενη.
- 10** Θέλουμε να βρούμε για ποια τιμή του  $x$  τα δύο εμβαδά είναι ίσα. Πώς μπορεί να γίνει αυτό με τη βοήθεια του λογισμικού και των γραφικών παραστάσεων;  
Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά το αποτέλεσμα.
- 11** Με βάση τις δυο γραφικές παραστάσεις, να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες το εμβαδόν του πρώτου ορθογωνίου είναι μεγαλύτερο από το εμβαδόν του δεύτερου ορθογωνίου.