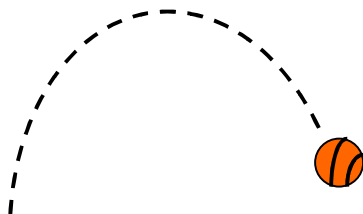




## Μελέτη της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + Bx + \gamma$

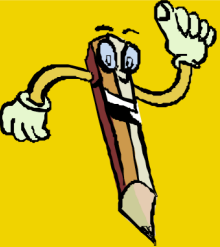
Όταν ένας παίκτης του μπάσκετ επιχειρεί σουτ, τότε η τροχιά της μπάλας είναι περίπου η ακόλουθη:



Κάθε σώμα, το οποίο εκτοξεύεται πλάγια με κάποια δύναμη, έχει αποδειχθεί από το Γαλιλαίο ότι εκτελεί μια τέτοια τροχιά, η οποία ονομάζεται παραβολική. Η απλούστερη εξίσωση μιας παραβολικής τροχιάς είναι η  $y = ax^2$ .

Θέλουμε να μελετήσουμε τις μαθηματικές ιδιότητες της τροχιάς αυτής.

- 1** Πώς μπορεί να γίνει αυτό με τη βοήθεια του πίνακα τιμών του Function Probe; (Να επιλέξετε μια συγκεκριμένη εξίσωση, π.χ.  $y = -5x^2$ .)
- 2** Τι παρατηρείτε για τις τιμές της  $y$  όταν το  $x$  παίρνει αντίθετες τιμές; Μία συνάρτηση με αυτή την ιδιότητα λέγεται άρτια. Ποια σχέση συνδέει τα  $f(-x)$  και  $f(x)$  σε μια άρτια συνάρτηση;
- 3** Οι τιμές της μεταβλητής  $x$  συνεχώς αυξάνονται. Συμβαίνει το ίδιο και με τις τιμές της μεταβλητής  $y$ ; Να περιγράψετε τη μεταβολή τους.
- 4** Αυτά τα οποία διαπιστώσατε με τη βοήθεια του πίνακα τιμών να τα επαληθεύσετε και μέσω της γραφικής παράστασης της  $y = ax^2$  στον πίνακα "Γράφημα" του Function Probe.
- 5** Αυτά τα οποία διαπιστώσαμε αφορούν τα συγκεκριμένα σημεία του πίνακα τιμών. Ισχύουν άραγε για όλα τα σημεία της γραφικής παράστασης; Να αποκόψετε σημεία από τη γραφική παράσταση και να τα μεταφέρετε στον πίνακα. Τι παρατηρείτε;
- 6** Μια παραβολή δεν έχει πάντα κορυφή την αρχή των αξόνων. Να μεταφέρετε την αρχική παραβολή παράλληλα προς τους άξονες. Ποια μορφή έχει τώρα η εξίσωσή της;
- 7** Είναι η νέα παραβολή γραφική παράσταση άρτιας συνάρτησης; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας από τη γραφική παράσταση, αλλά και από την εξίσωσή της.
- 8** Για ποιες τιμές της μεταβλητής  $x$  η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα και για ποιες γνησίως φθίνουσα; Ποιες είναι οι συντεταγμένες της κορυφής της; Πώς σχετίζονται οι συντεταγμένες αυτές με τη μετακίνηση της αρχικής παραβολής;



- 9** Όταν εκτοξεύουμε προς τα επάνω ένα σώμα με αρχική ταχύτητα  $U_0$ , τότε το ύψος  $h$  στο οποίο βρίσκεται ανά πάσα χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση  $h(t) = U_0 t - (1/2)gt^2$ . Ας υποθέσουμε ότι η τιμή του  $g$  είναι  $10 \text{ m/sec}^2$ , ενώ η αρχική ταχύτητα του σώματος είναι  $20 \text{ m/sec}$ . Ποια είναι η συγκεκριμένη εξίσωση του ύψους; Τι μορφή θα έχει η γραφική παράσταση της σχέσης;
- 10** Να φέρετε την εξίσωση του ύψους στη μορφή  $y = a(x - \kappa)^2 + \lambda$ . Στη συνέχεια, να κάνετε τη γραφική παράσταση με τη βοήθεια της  $y = ax^2$ .
- 11** Σε τι ύψος θα φτάσει το σώμα, επί πόσο χρόνο θα βρίσκεται σε ανοδική πορεία και επί πόσο χρόνο συνολικά θα κινείται;
- 12** Πώς σχετίζονται οι απαντήσεις του ερωτήματος 9 με αυτές του ερωτήματος 7;