



## Ένα παράξενο ορθογώνιο τρίγωνο

Η παράδοση αναφέρει ότι κατά το Μεσαίωνα αρκετοί μαθηματικοί είχαν ασχοληθεί με το παρακάτω πρόβλημα:

«Να βρεθεί, αν υπάρχει, ορθογώνιο τρίγωνο του οποίου ο λόγος των δύο κάθετων πλευρών είναι αριθμητικά ίσος με το διπλάσιο μέτρο της γωνίας του». Πολλοί υποστήριζαν ότι τέτοιο τρίγωνο δεν υπάρχει, άλλοι ότι, και να υπάρχει, δεν μπορεί να υπολογιστεί, άλλοι ότι υπάρχουν άπειρα τέτοια τρίγωνα. Ο στόχος μας είναι να δώσουμε μια απάντηση σε αυτό το πρόβλημα με τη βοήθεια του λογισμικού.

- 1** Να κατασκευάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο στο οποίο υποτίθεται ότι ισχύει η ζητούμενη σχέση. Ποια σχέση συνδέει τις κάθετες πλευρές με την οξεία γωνία; (Επιλέξτε τυχαία μία από τις δύο οξείες γωνίες του τριγώνου.)
- 2** Ποια τριγωνομετρική συνάρτηση σχετίζεται με το πρόβλημα; Πώς μπορούμε να γράψουμε τη σχέση με τη βοήθεια της συνάρτησης αυτής;
- 3** Στο ίδιο σύστημα αξόνων να κατασκευάσετε τις γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων. Η πρώτη θα αντιστοιχεί στο πρώτο μέλος της ισότητας και η δεύτερη συνάρτηση στο δεύτερο μέλος της ισότητας. Προσέξτε ότι το μέτρο της γωνίας, στον άξονα  $x$ , εκφράζεται σε ακτίνια.
- 4** Τι σημαίνουν τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων για το πρόβλημα; Από τα σημεία τομής, ποιο αντιστοιχεί σε πραγματικό ορθογώνιο τρίγωνο και για ποιο λόγο;
- 5** Προφανώς, δεν αρκεί να απαντήσουμε ότι υπάρχει ένα τέτοιο ορθογώνιο τρίγωνο, θα πρέπει και να το κατασκευάσουμε, δηλαδή να προσδιορίσουμε τα στοιχεία του. Πώς μπορεί να γίνει αυτό από τη γραφική παράσταση;
- 6** Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης η οποία αντιστοιχεί στη διαφορά των δύο μελών της ισότητας την οποία έχετε γράψει στο ερώτημα 2. Πώς μπορούμε τώρα να διαπιστώσουμε αν το πρόβλημα έχει λύση;
- 7** Η γραφική παράσταση δε δίνει πολύ αξιόπιστη προσέγγιση των συντεταγμένων ενός σημείου τομής. Θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί και ο πίνακας τιμών. Έχετε ήδη προσεγγίσει το ζητούμενο σημείο, π.χ.  $x \approx 1,17$ . Στην πρώτη στήλη του πίνακα τιμών, να καταγράψετε 20 τιμές για το  $x$  από 1,16 μέχρι 1,17 ανά 0,001 (αυτό μπορεί να γίνει μέσω της εντολής “Γέμισμα” από το μενού “Πίνακας”). Στη στήλη του  $y$ , να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης  $y = \epsilon\phi x - 2x$  για να εμφανιστούν οι τιμές της. Πώς διαπιστώνουμε από τον πίνακα τιμών πού κοντά βρίσκεται το σημείο; Πόσο μπορούμε να προσεγγίσουμε το σημείο αυτό;
- 8** Πόσα τρίγωνα υπάρχουν που ικανοποιούν την αρχική ισότητα; Να κατασκευάσετε ένα.