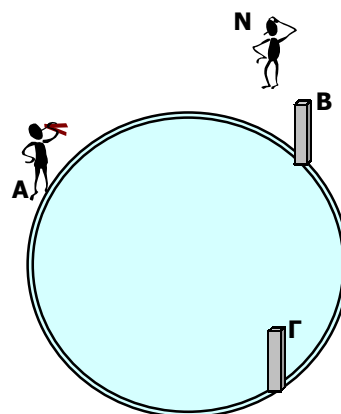


## Η μέτρηση στην πισίνα

Ο Νίκος και ο Αντρέας είναι δύο φίλοι οι οποίοι θέλουν να μετρήσουν την απόσταση μεταξύ των δύο μικρών πασσάλων Β και Γ. Το πρόβλημα είναι ότι δεν υπάρχει πρόσβαση ώστε να μετρήσουν απευθείας την απόσταση, αφού οι πάσσαλοι βρίσκονται πάνω στην περιφέρεια μιας γεμάτης νερό κυκλικής πισίνας ακτίνας 5 μέτρων (εικόνα 1).

Ο Αντρέας διαθέτει ένα γωνιόμετρο, ένα όργανο δηλαδή με το οποίο μπορούμε να μετρήσουμε τη γωνία ΒΑΓ. Στους δύο φίλους, ο μαθηματικός του σχολείου έχει πει ότι με το γωνιόμετρο έχουν τη δυνατότητα να υπολογίσουν την απόσταση δύο αντικειμένων, που βρίσκονται στην περιφέρεια ενός κύκλου, αρκεί να είναι γνωστή η ακτίνα του κύκλου.

Ο στόχος μας είναι να βρούμε τον τρόπο με τον οποίο είναι δυνατόν να υπολογίσουμε την απόσταση αυτή με τη βοήθεια του γωνιομέτρου, γνωρίζοντας την ακτίνα του κύκλου. Θα εργαστούμε στην αρχή με το Sketchpad.



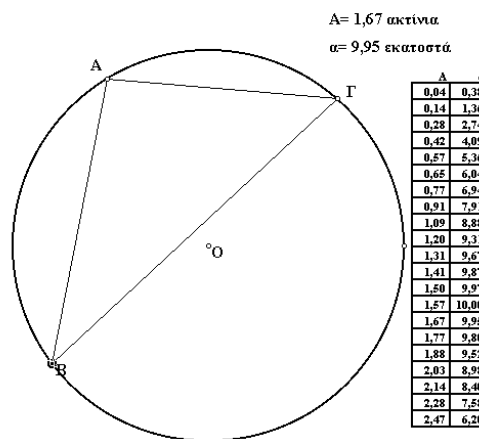
Εικόνα 1.

- 1 Να κατασκευάσετε ένα γεωμετρικό σχήμα το οποίο θα αναπαριστά τα διάφορα γεωμετρικά στοιχεία του προβλήματος (γωνίες, σημεία, ευθύγραμμα τμήματα) ως εξής: Να κατασκευάσετε σημείο στην οθόνη και από το μενού “Μετασχηματισμός” μέσω της εντολής “Μεταφορά” να μεταφέρετε οριζόντια το σημείο κατά 5 εκατοστά. Τώρα υπάρχουν δύο σημεία, να επιλέξετε και τα δύο, και από το μενού “Κατασκευή” να επιλέξετε την κατασκευή κύκλου. Πάνω στον κύκλο να κατασκευάσετε τρία σημεία Α, Β, Γ και να τα ενώσετε.
- 2 Τώρα θα πρέπει να μελετήσουμε τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται μια πλευρά όταν μεταβάλουμε την απέναντι γωνία. Πριν αρχίσουμε τις μετρήσεις, καλό θα είναι από το μενού “Προβολή” και μέσω της εντολής “Προτιμήσεις” να επιλέξουμε μονάδα μέτρησης των γωνιών τα ακτίνια.

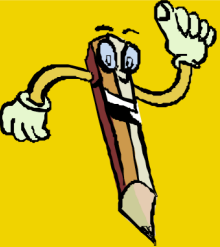
Επιλέγουμε τα σημεία Β, Α, Γ ένα προς ένα (κρατώντας πατημένο το shift) και από το μενού “Μέτρηση” επιλέγουμε “Γωνία”. Στη συνέχεια επιλέγουμε τα σημεία Β, Γ και από το ίδιο μενού επιλέγουμε “Μήκος”. Τώρα υπάρχουν οι μετρήσεις μιας γωνίας και της απέναντι πλευράς της στην οθόνη.

Το λογισμικό έχει τη δυνατότητα να καταγράφει τα ζεύγη των μετρήσεων και να τα εμφανίζει στην οθόνη από το μενού “Μέτρηση” και μέσω της εντολής “Πίνακοποίηση” αρκεί μετά από κάθε μετακίνηση του Β να κάνουμε διπλό «κλικ» στην τελευταία εγγραφή του πίνακα (εικόνα 2).

Να πάρετε αρκετές μετρήσεις, π.χ. 20.



Εικόνα 2.



- 3** Τα ζεύγη τιμών θα πρέπει να περαστούν στον πίνακα τιμών του Function Probe και στη συνέχεια στους άξονες του πίνακα “Γράφημα”.

Να επιλέξετε κατάλληλη κλίμακα, με βάση τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή κάθε μεταβλητής, από το μενού “Πίνακας”. Να μεταφέρετε τα ζεύγη τιμών στους άξονες. Υπάρχει κάποια μαθηματική σχέση μεταξύ γωνίας και απέναντι πλευράς του τριγώνου  $AB\Gamma$ ;
- 4** Να παρατηρήσετε το σημείο στο οποίο παρουσιάζεται μέγιστο. Ποια είναι η μέγιστη τιμή; Ποια γωνία (σε μοίρες) αντιστοιχεί στο σημείο αυτό; Ποια συνάρτηση παρουσιάζει στο ίδιο σημείο μέγιστη τιμή;
- 5** Στο προηγούμενο ερώτημα, έχετε κάνει μια εικασία για το ποια σχέση συνδέει τη γωνία με την απέναντι πλευρά. Να επιβεβαιώσετε την εικασία σας με τη βοήθεια του λογισμικού.
- 6** Τελικά, ποια σχέση συνδέει μια γωνία, την απέναντι πλευρά και την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου ενός τριγώνου; Να διατυπώσετε έναν κανόνα σε αυστηρά μαθηματική διατύπωση. Τελικά, πώς θα γίνει η μέτρηση της απόστασης  $B\Gamma$  με τη βοήθεια του γωνιομέτρου;