

17. Μελέτη των συναρτήσεων $y=\epsilon\phi x$, $y=\sigma\phi x$ και των μετασχηματισμών τους

Σύντομη περιγραφή της δραστηριότητας

Στη δραστηριότητα αυτή καλούνται οι μαθητές να μελετήσουν τις συναρτήσεις εφαπτομένη ($y=\epsilon\phi x$) και συνεφαπτομένη ($y=\sigma\phi x$) μέσα από τις γραφικές τους παραστάσεις, καθώς και τις επιπτώσεις των μετασχηματισμών (μετατοπίσεις, αυξομειώσεις, συμμετρία) στους τύπους και στις γραφικές τους παραστάσεις.

Ένταξη στο Αναλυτικό Πρόγραμμα

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να ενταχθεί στην αντίστοιχη ενότητα της Α' Λυκείου, όπου οι μαθητές διδάσκονται τις συναρτήσεις εφαπτομένη και συνεφαπτομένη.

Εκτιμώμενος χρόνος διδασκαλίας: 3 διδακτικές ώρες

Διδακτικοί στόχοι

Οι μαθητές:

- > Να μελετήσουν τα ακρότατα των συναρτήσεων $y=\epsilon\phi x$ και $y=\sigma\phi x$, τις ρίζες τους και την περίοδο τους μέσα από τις γραφικές τους παραστάσεις, καθώς και τα αντίστοιχα στοιχεία των συναρτήσεων που προέρχονται από τους μετασχηματισμούς των συναρτήσεων αυτών.
- > Να διαπιστώσουν τις επιπτώσεις των μετασχηματισμών (μετατοπίσεις, αυξομειώσεις, συμμετρία) στους τύπους και στις γραφικές τους παραστάσεις.
- > Να μπορούν να προβλέπουν την αλλαγή των τύπων των προαναφερθεισών συναρτήσεων μετά από κάποιο συγκεκριμένο μετασχηματισμό των γραφικών τους παραστάσεων.
- > Να μπορούν να προβλέπουν τη θέση των γραφημάτων μετά από κάποια αλλαγή στους τύπους των συναρτήσεων $y=\epsilon\phi x$ και $y=\sigma\phi x$.

Παρατηρήσεις

1. Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να χωριστεί σε δύο ανεξάρτητες δραστηριότητες. Η μία για τη μελέτη της εφαπτομένης και η άλλη για τη μελέτη της συνεφαπτομένης. Άλλωστε και το φύλλο εργασίας του μαθητή είναι δομημένο κατά τέτοιο τρόπο ώστε να διευκολύνει το διαχωρισμό αυτό.
2. Προτείνεται κάθε ομάδα στο τέλος της δραστηριότητας, να γράψει τα συμπεράσματά της στο τετράδιο, ξεχωριστά για την εφαπτομένη και τη συνεφαπτομένη. Τα συμπεράσματα να παρουσιαστούν προς συζήτηση μέσα στην τάξη.

Φύλλο εργασίας για το μαθητή

Α' Μέρος

1. Να κατασκευάσεις στο Function Probe τη γραφική παράσταση της $y = \epsilon\phi x$. Στον οριζόντιο άξονα να ορίσεις κλίμακα από το -5π ως το 5π (-5 ως 5) με βήμα 0.5π (0.5) και στον κατακόρυφο άξονα από το -5π ως το 5π (-5 ως 5) με βήμα 0.5π (1).

Να μελετήσεις τη γραφική παράσταση και να απαντήσεις στις ακόλουθες ερωτήσεις:

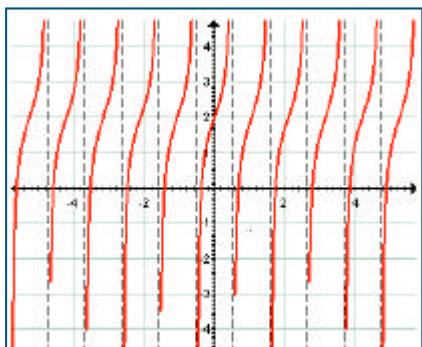
- α) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης;
 - β) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης;
 - γ) Ποιες είναι οι ρίζες;
 - δ) Ποια είναι η περίοδος;
2. Να χρησιμοποιήσεις τα εργαλεία μετασχηματισμών από την 'Εργαλειοθήκη' πάνω από το παράθυρο 'Γράφημα', για να εκτελέσεις την ακόλουθη διερεύνηση:
 - α) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης;
 - β) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης;
 - γ) Ποιες είναι οι ρίζες;
 - δ) Ποια είναι η περίοδος;
 - ε) Ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης;

σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

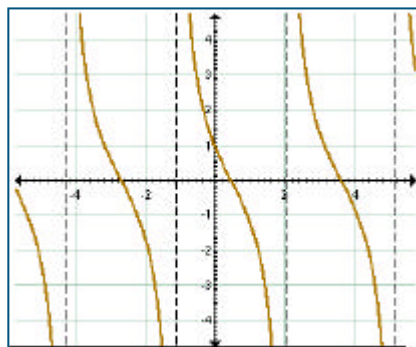
 - > Έχοντας επιλεγμένη τη γραφική παράσταση της $y = \epsilon\phi x$ να χρησιμοποιήσεις το εργαλείο μετατόπισης, για να μεταφέρεις το διάγραμμα κατά τρεις μονάδες, κατακόρυφα (οριζόντια).
 - > Κάνε κλικ στη γραφική παράσταση της $y = \epsilon\phi x$, για να την επιλέξεις ξανά. Να χρησιμοποιήσεις το εργαλείο αυξομείωσης, για να 'ανοίξεις' το διάγραμμα κατακόρυφα (οριζόντια) κατά τρεις μονάδες.
 - > Να καθαρίσεις το παράθυρο 'Γράφημα' από όλες τις γραφικές παραστάσεις και να αφήσεις μόνο το διάγραμμα της $y = \epsilon\phi x$. Κάνε κλικ πάνω σε αυτό, για να το επιλέξεις. Χρησιμοποίησε το εργαλείο συμμετρίας, για να δημιουργήσεις το συμμετρικό του ως προς τον άξονα των x ' (y ').
 3. Να επαναλάβεις τα βήματα 1, 2 και 3 για τη συνάρτηση $y = \sigma\phi x$.
 4. Για κάθε σύνολο τύπων, αρχικά να προβλέψεις ποια από τα διαγράμματα θα μοιάζουν και στη συνέχεια κατασκεύασέ τα στο ίδιο σύστημα αξόνων.
 - α) $y = \epsilon\phi x$, $y = 4\epsilon\phi x$, $y = \epsilon\phi(4x)$
 - β) $y = \sigma\phi x$, $y = \sigma\phi x + 4,5$, $y = \sigma\phi(x + 2\pi)$
 - γ) $y = \epsilon\phi x$, $y = 1,5\epsilon\phi(x - \pi)$
 - δ) $y = \epsilon\phi x$, $y = -2\epsilon\phi(0,5x)$

Β' Μέρος

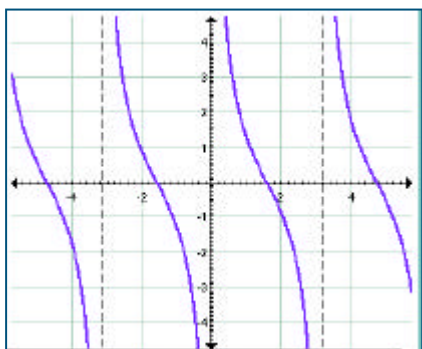
1. Για κάθε ένα από τα διαγράμματα στις επόμενες σελίδες, να βρεις τον τύπο της συνάρτησης ταιριάζοντας ένα διάγραμμα στην οθόνη με αυτό που υπάρχει στο χαρτί. (Να ξεκινήσεις κάνοντας το παράθυρο 'Γράφημα' στην οθόνη στο ίδιο μέγεθος με αυτό που έχουν τα διαγράμματα στο βιβλίο σου και ρύθμισε την κλίμακα ανάλογα. Να δώσεις ιδιαίτερη προσοχή στη διαδικασία (άνοιγμα οριζόντιο ή κατακόρυφο, μετατόπιση κτλ.) που χρησιμοποιείς κάθε φορά, για να επιτύχεις το επιθυμητό αποτέλεσμα.



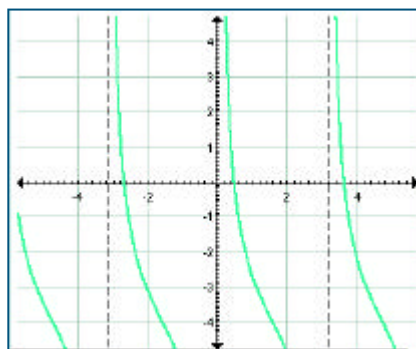
διάγραμμα 1



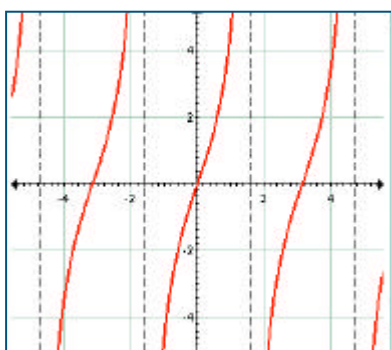
διάγραμμα 2



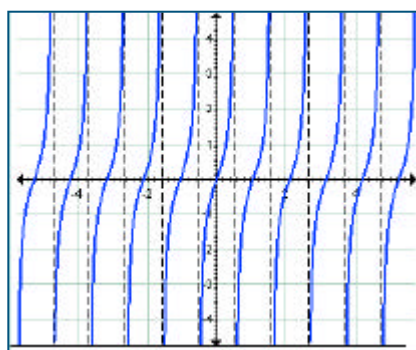
διάγραμμα 3



διάγραμμα 4



διάγραμμα 5



διάγραμμα 6

Ενδεικτικές απαντήσεις:

Διάγραμμα 1 Απάντηση: $y = \tan 2x + 2$

Διάγραμμα 2 Απάντηση: $y = \cot(1,75x + 0,79)$

Διάγραμμα 3 Απάντηση: $y = \cot x$

Διάγραμμα 4 Απάντηση: $y = 1,84 \cot(x - 2,25)$

Διάγραμμα 5 Απάντηση: $y = \tan 1,54x$

Διάγραμμα 6 Απάντηση: $y = \tan 3,13x$