

19. Το πρόβλημα του χώρου στάθμευσης

Σύντομη περιγραφή της δραστηριότητας

Στο Πρόβλημα του χώρου στάθμευσης δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να ασχοληθούν α) με τις κλιμακωτές συναρτήσεις (συναρτήσεις σταθερές κατά διαστήματα) και β) με τη συνάρτηση ακέραιο μέρος αριθμού $y = [x]$ ($y = \text{int}(x)$), στις οποίες δεν δίνεται ιδιαίτερη έμφαση μέσα από το Αναλυτικό Πρόγραμμα, παρά τη χρησιμότητά τους στη μοντελοποίηση και επίλυση διαφόρων πραγματικών προβλημάτων.

Στο πρόβλημα αυτό καλούνται οι μαθητές να επιλέξουν μεταξύ τεσσάρων διαφορετικών εκδοχών την πιο συμφέρουσα, βάζοντας τον εαυτό τους σε δύο διαφορετικούς ρόλους (αυτού που πληρώνει και αυτού που εισπράττει).

Ένταξη στο Αναλυτικό Πρόγραμμα

Σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή της Α' ή Β' Λυκείου σε κεφάλαια μελέτης συναρτήσεων.

Εκτιμώμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

Διδακτικοί στόχοι

Οι μαθητές:

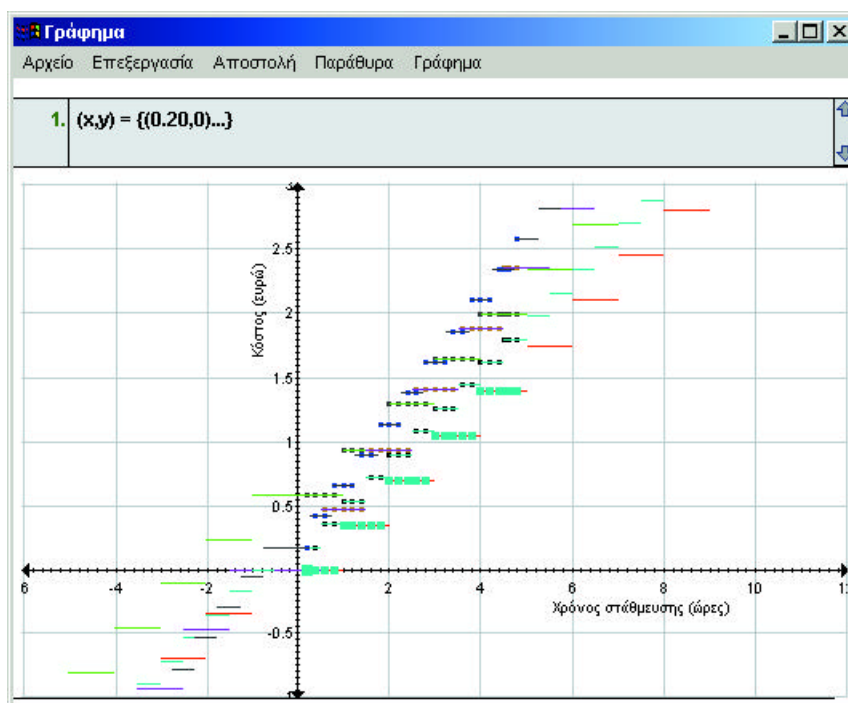
- > Να μελετήσουν τη συνάρτηση $y = [x]$ μέσα από τον τύπο της, τον πίνακα τιμών και τη γραφική της παράσταση.
- > Να χρησιμοποιήσουν τη συνάρτηση $y = [x]$ για να μοντελοποιήσουν ένα συγκεκριμένο πρόβλημα.
- > Να διαπιστώσουν τις επιπτώσεις των μετασχηματισμών της $y = [x]$ στον τύπο και στο γράφημά της.

Παρατηρήσεις

1. Στο πρόβλημα αυτό οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν τον πίνακα χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση 'ακέραιο μέρος αριθμού' $y = \text{int}(x)$ σε διαφορετική μορφή κάθε φορά. Επειδή οι μαθητές δεν γνωρίζουν - κατά κανόνα - τη συνάρτηση αυτή, θα μπορούσε να ζητηθεί από τους μαθητές, πριν να τους δοθεί το πρόβλημα, να φτιάξουν τον πίνακα τιμών της (π.χ. για τις τιμές από -20 ως 20) καθώς και τη γραφική της παράσταση (είτε στέλνοντας τα σημεία του πίνακα στο παράθυρο 'Γράφημα' ή πληκτρολογώντας στο 'Γράφημα' τη συνάρτηση αυτή) και να διατυπώσουν τις παρατηρήσεις τους.
2. Στο ερώτημα 1 θα πρέπει να βρουν τους τύπους των συναρτήσεων που μοντελοποιούν κάθε μια από τις τέσσερις εκδοχές, για να μπορέσουν να φτιάξουν τον πίνακα που τους ζητείται. Εμείς κατασκευάσαμε τον πίνακα που φαίνεται στην εικόνα 1.
3. Όταν οι μαθητές στείλουν τα σημεία κάθε εκδοχής στο παράθυρο 'Γράφημα', θα πρέπει να κάνουν 'Αλλαγή κλίμακας' από το μενού 'Γράφημα', για να μπορέσουν να δουν τα σημεία (βλέπε εικόνα 2).

h	$y=0.35*int(x)$	$z=0.59+0.35*int(x)$	$k=0.47*int(x+0.5)$	$l=0.18+0.18*int(2x)$	$m=0.18+0.24*int(2x+0.5)$
Χρόνος στήθμευσης (ώρες)	Εκδοχή Α Κόστος (ευρώ)	Εκδοχή Β Κόστος (ευρώ)	Εκδοχή Γ Κόστος (ευρώ)	Εκδοχή Δ Κόστος (ευρώ)	Εκδοχή Ε Κόστος (ευρώ)
0.2	0	0.59	0	0.18	0.18
0.4	0	0.59	0	0.18	0.42
0.6	0	0.59	0.47	0.36	0.42
0.8	0	0.59	0.47	0.36	0.66
1	0.35	0.94	0.47	0.54	0.66
1.2	0.35	0.94	0.47	0.54	0.66
1.4	0.35	0.94	0.47	0.54	0.9
1.6	0.35	0.94	0.94	0.72	0.9
1.8	0.35	0.94	0.94	0.72	1.14
2	0.7	1.29	0.94	0.9	1.14
2.2	0.7	1.29	0.94	0.9	1.14
2.4	0.7	1.29	0.94	0.9	1.38
2.6	0.7	1.29	1.41	1.08	1.38
2.8	0.7	1.29	1.41	1.08	1.62
3	1.05	1.64	1.41	1.26	1.62
3.2	1.05	1.64	1.41	1.26	1.62
3.4	1.05	1.64	1.41	1.26	1.86
3.6	1.05	1.64	1.88	1.44	1.86
3.8	1.05	1.64	1.88	1.44	2.1
4	1.4	1.99	1.88	1.62	2.1
4.2	1.4	1.99	1.88	1.62	2.1
4.4	1.4	1.99	1.88	1.62	2.34
4.5	1.4	1.99	2.35	1.8	2.34
4.6	1.4	1.99	2.35	1.8	2.34

εικόνα 1



εικόνα 2

4. Θα ήταν καλό επίσης να πληκτρολογήσουν και τις αντίστοιχες συναρτήσεις στο παράθυρο 'Γράφημα', προκειμένου να τις δουν να περνούν από τα σημεία που έστειλαν από το παράθυρο 'Πίνακας'.
5. Οι απαντήσεις των ερωτήσεων 10 και 11 θα πρέπει να τεκμηριωθούν από κάθε ομάδα ξεχωριστά και να γίνουν αντικείμενο συζήτησης σε όλη την τάξη.
6. Προτείνεται οι μετασχηματισμοί που ζητούνται στο τέλος της δραστηριότητας να γίνουν με βάση την $y = \text{int}(x)$, να μελετήσουν δηλ. τις επιπτώσεις των μετασχηματισμών στον τύπο και το γράφημα της συνάρτησης. Αυτό μπορεί να γίνει ζητώντας τους να περιγράψουν το είδος των μετασχηματισμών που απαιτούνται στο γράφημα και τον τύπο της $y = \text{int}(x)$, έτσι ώστε να πάρουν τις εκδοχές Α, Β, Γ, Δ και Ε αντιστοίχως.

Φύλλο εργασίας για το μαθητή

Το Συμβούλιο του εμπορικού κέντρου 'Ιθάκη' εξετάζει πέντε διαφορετικούς τρόπους χρέωσης για τη χρήση του χώρου στάθμευσης του εμπορικού κέντρου. Το συμβούλιο θα ήθελε φυσικά να κερδίσει όσο το δυνατόν περισσότερα χρήματα, χωρίς όμως να χάσει τους πελάτες του εμπορικού κέντρου. Προκειμένου δε να εξασφαλιστεί ότι ο χώρος στάθμευσης θα είναι ελεύθερος, για να χρησιμοποιείται από τους ιδιοκτήτες των καταστημάτων και όχι από τους ανθρώπους που εργάζονται στην πόλη, το συμβούλιο όρισε ως μέγιστο χρόνο παραμονής στο χώρο για οποιονδήποτε πελάτη του εμπορικού κέντρου, τις πέντε ώρες.

εκδοχή Α

λιγότερο από μια ώρα	δωρεάν
περισσότερο από μια αλλά λιγότερο από δύο ώρες	35 λεπτά
περισσότερες από δύο αλλά λιγότερες από τρεις ώρες	70 λεπτά
κτλ.	

εκδοχή Β

λιγότερο από μια ώρα	59 λεπτά
περισσότερο από μια αλλά λιγότερο από δύο ώρες	94 λεπτά
περισσότερες από δύο αλλά λιγότερες από τρεις ώρες	130 λεπτά
κτλ.	

εκδοχή Γ

λιγότερο από μισή ώρα	δωρεάν
περισσότερο από μισή αλλά λιγότερο από 1,5 ώρες	47 λεπτά
περισσότερο από 1,5 αλλά λιγότερο από 2,5 ώρες	94 λεπτά
κτλ.	

εκδοχή Δ

λιγότερο από μισή ώρα	18 λεπτά
περισσότερο από μισή αλλά λιγότερο από μια ώρα	35 λεπτά
περισσότερο από μια αλλά λιγότερο από 1,5 ώρες	53 λεπτά
κτλ.	

εκδοχή E

λιγότερο από 0,25 της ώρας 18 λεπτά
 περισσότερο από 0,25 αλλά λιγότερο από 0,75 της ώρας 41 λεπτά
 περισσότερο από 0,75 αλλά λιγότερο από 1,25 της ώρας 65 λεπτά
 κτλ.

1. Προκειμένου το Συμβούλιο να μπορέσει να αποφασίσει ποια από τις πέντε εκδοχές είναι προτιμότερο να εφαρμοστεί, σου ζητάει να ετοιμάσεις έναν πίνακα με τον οποίο θα είναι δυνατή η αριθμητική σύγκρισή τους. Η στήλη στην οποία θα φαίνεται ο χρόνος, μπορεί να ξεκινάει από το 0,2 της ώρας και να φτάνει στις 4,8 ώρες με βήμα 0,2 της ώρας. Εξήγησε πώς έφτιαξες την κάθε στήλη του πίνακα. Ποιο είναι το κόστος της στάθμευσης για 4,5 ώρες για κάθε μια εκδοχή;

Χρόνος (ώρες)	Εκδοχή A	Εκδοχή B	Εκδοχή Γ	Εκδοχή Δ	Εκδοχή E
4,5 ώρες	1,4	1,99	2,35	1,8	2,34

2. Τι συσχετίσεις παρατηρείς σε κάθε στήλη του πίνακα; Ποια είναι η σχέση ανάμεσα στις τιμές που έχουν οι στήλες που αντιστοιχούν στις εκδοχές A και B;
3. Ετοιμάζοντας την πρότασή σου για το συμβούλιο, αποφασίζεις να ετοιμάσεις γραφικές παραστάσεις για κάποιες από τις τέσσερις εκδοχές. Στείλε τα δεδομένα σημεία για την A εκδοχή στο παράθυρο 'Γράφημα' και άλλαξε την κλίμακα, για να δεις ολόκληρο το σύνολο των σημείων. Περίγραψε τη σχέση που εμφανίζεται. Αποτελεί αυτό το διάγραμμα γραφική παράσταση συναρτήσεως; Στείλε τα δεδομένα σημεία για τη B εκδοχή στο παράθυρο 'Γράφημα'. Ως προς τι μοιάζουν τα δύο διαγράμματα; Σε τι διαφέρουν;
4. Τι είδος συνάρτησης (γραμμική, δευτέρου βαθμού, λογαριθμική...) μπορεί να χρησιμοποιηθεί, για να μοντελοποιηθούν οι δύο εκδοχές; Χρησιμοποίησε τα διαγράμματα και τον πίνακα, για να γράψεις τύπους συναρτήσεων, που εκφράζουν τη σχέση ανάμεσα στο χρόνο παραμονής στο χώρο στάθμευσης και το πληρωτέο αντίτιμο, σύμφωνα με τις εκδοχές A και B. Να καθορίσεις το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών για κάθε συνάρτηση. Δημιούργησε τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων που έγραψες ως τύπους στο παράθυρο 'Γράφημα' και βεβαιώσου ότι οι τύποι σου ταυτίζονται με τα σημεία του πίνακα.
5. Στείλε τα δεδομένα σημεία της εκδοχής Γ στο παράθυρο 'Γράφημα' και σύγκρινε την καμπύλη που προκύπτει με την αντίστοιχη της εκδοχής A. (Θα είναι μάλλον πιο βολικό, αν σβήσεις την καμπύλη που αντιστοιχεί στην εκδοχή B.) Ως προς τι διαφέρει το διάγραμμα της εκδοχής Γ από αυτό της A;
6. Γράψε τον τύπο μιας συνάρτησης που να εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στον χρόνο παραμονής στο χώρο στάθμευσης και το πληρωτέο αντίτιμο, σύμφωνα με την εκδοχή Γ. Σε τι διαφέρουν οι τύποι για τις εκδοχές A και Γ;
7. Γράψε τον τύπο για την εκδοχή Δ και E. Εξήγησε πώς τους κατάστρωσες και με ποιον τρόπο τους έλεγξες χρησιμοποιώντας το Function Probe.
8. Αν ήσουν μέλος του Συμβουλίου, ποια εκδοχή θα υποστήριζες και γιατί;
9. Ας υποθέσουμε τώρα ότι οι καταστηματαρχές του εμπορικού κέντρου έκαναν μια σφυγμομέτρηση στους πελάτες τους και κατέληξαν στα εξής: εάν οι υποψήφιοι πελάτες

υποχρεωθούν να πληρώσουν περισσότερα από 2,35 ευρώ, για να παρκάρουν το αυτοκίνητό τους, είτε θα το αφήνουν αλλού και θα πηγαίνουν περπατώντας, είτε θα κάνουν τα ψώνια τους σε άλλο εμπορικό κέντρο. Με αυτά τα δεδομένα, ποια εκδοχή θα υποστήριζες; Γιατί;

10. Σαν πελάτης του εμπορικού κέντρου, ποια εκδοχή θα προτιμούσες να επιλέξει το συμβούλιο; Γιατί;

Μετασχηματισμοί

11. Τι είδους αλλαγή στο σύστημα χρέωσης για τη στάθμευση σχετίζεται με κατακόρυφη μετατόπιση μιας συνάρτησης;
12. Τι είδους αλλαγή σχετίζεται με κατακόρυφη αυξομείωση;
13. Τι είδους αλλαγή σχετίζεται με οριζόντια μετατόπιση;
14. Τι είδους αλλαγή σχετίζεται με οριζόντια αυξομείωση;