

**ΤΑ ΤΟΠΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ – ΜΙΚΡΟΚΟΣΜΟΙ (JAVA APPLETS)**

**14. Οδηγίες χρήσης του λογισμικού «Διαίρεση»**

The screenshot displays the 'Διαίρεση' (Division) software interface, which is divided into four main panels:

- Διαίρεση ορθογωνίου (Rectangular Division):** Features a large grid for drawing a rectangle. A vertical bar on the left is labeled '0'. Below the grid are buttons for 'Μεταφορά', 'Έλεγχος', 'Πίνακας', and 'Επαναφορά'.
- Διαίρεση με αφαίρεση (Division by Subtraction):** Includes buttons for 'Επόμενη αφαίρεση' and 'Καθαρισμός'. It shows a subtraction operation '0 - 0' and a large empty box for the process. Below, it displays '= 0' and 'Πλήθος αφαιρέσεων 0', with buttons for 'Μεταφορά', 'Έλεγχος', and 'Πίνακας'.
- Ισότητα της διαίρεσης (Equality of Division):** Shows the equation 'Διαιρετέος = Διαιρέτης x Πηλίκo + Υπόλοιπο' with input boxes containing '0 = 0 x 0 + 0'. It includes buttons for 'Μεταφορά', 'Έλεγχος', 'Πίνακας', and 'Επαναφορά'.
- Διαίρεση (Division):** Displays a standard division layout with '0' in the dividend, divisor, and quotient boxes, and a large empty box for the remainder. It includes buttons for 'Μεταφορά', 'Έλεγχος', and 'Πίνακας'.

## 14.1 Εισαγωγή

---

Στόχος του λογισμικού «Διαίρεση» είναι να βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν βαθύτερα την πράξη της διαίρεσης και να αποτελέσει ένα υποστηρικτικό εργαλείο για τη διδασκαλία της έννοιας και των ιδιοτήτων που έχουν οι αριθμοί που συνδέονται στενά με την πράξη αυτή.

Οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί, που χρησιμοποιούν το λογισμικό αυτό για να βρουν το αποτέλεσμα της διαίρεσης δύο φυσικών αριθμών –μέχρι 90–, έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιούν μία από τις τέσσερις αναπαραστάσεις που προσφέρονται.

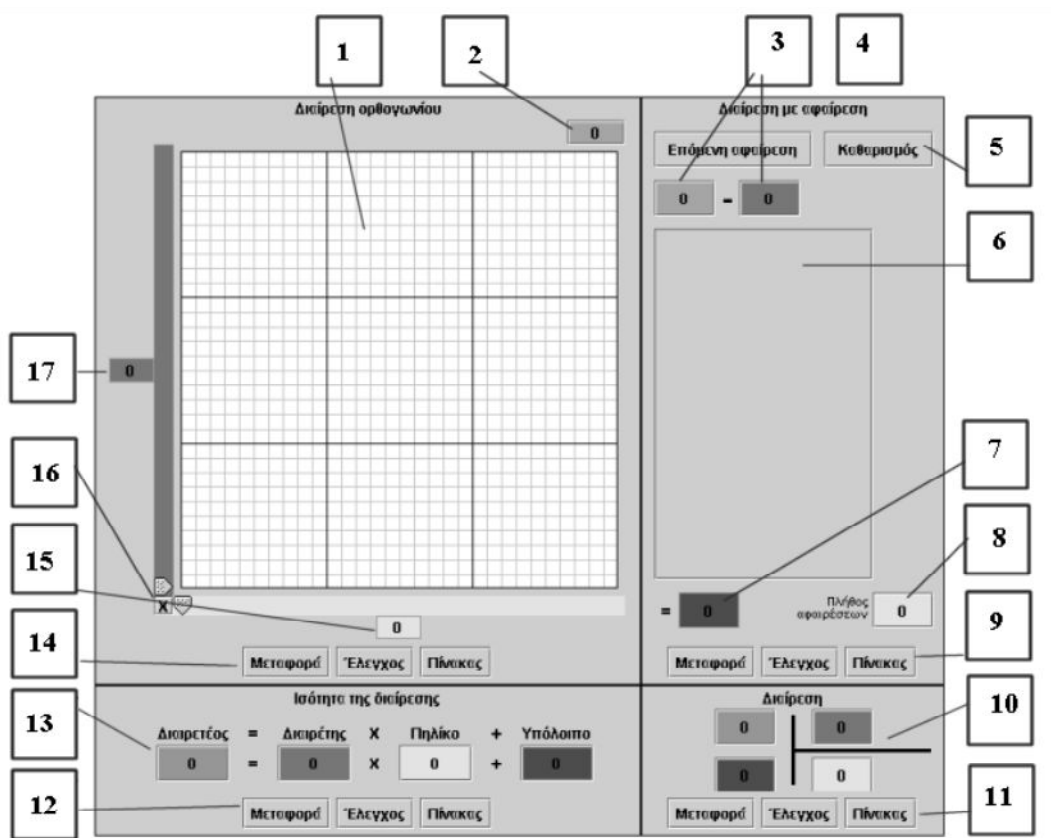
Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις μιας μαθηματικής κατάστασης, όσον αφορά τη μάθηση, δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές:

- Να παρατηρούν και να ερμηνεύουν την κατάσταση αυτή στα διαφορετικά πλαίσια.
- Να αλληλεπιδρούν με τις έννοιες που εξάγονται από την κατάσταση αυτή με πολλαπλούς τρόπους.

Η σύνδεση των λογισμικών «Διαίρεση» και «Στατιστική» μπορεί να διευρύνει τις σχέσεις που προκύπτουν από τις καταστάσεις τις οποίες διαπραγματεύεται ο χρήστης. Το γεγονός ότι μπορεί να καταγράψει σε έναν πίνακα τις διαφορετικές τιμές των παραμέτρων του προγράμματος, καθώς, επίσης, και να παρατηρεί τις γραφικές τους αναπαραστάσεις, του δίνει τη δυνατότητα να διαπραγματεύεται και άλλες έννοιες, όπως αυτή της σχέσης μεταξύ δύο αριθμών που έχουν σταθερό πηλίκο ή της σχέσης μεταξύ διαιρετέου και διαιρέτη δύο αριθμών που έχουν το ίδιο πηλίκο.

Η παρουσίαση του λογισμικού αυτού στις επόμενες σελίδες αναδεικνύει τις δυνατότητές του να υποστηρίζει την εκμάθηση και διδασκαλία ενός τομέα ο οποίος παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες για τους μαθητές του δημοτικού.

**14.2 Συνοπτική παρουσίαση**



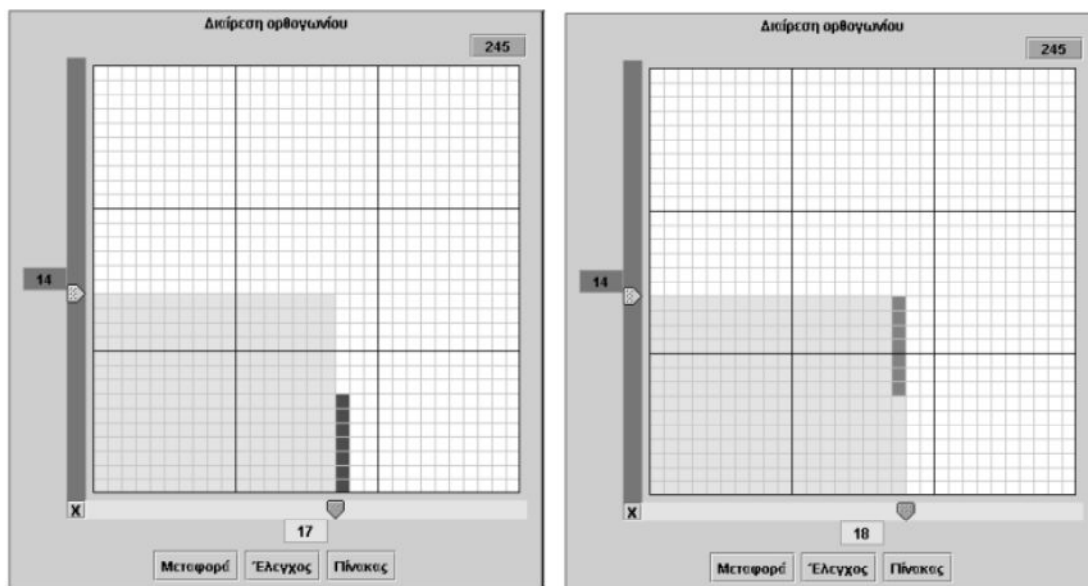
Αριθμός αναφοράς	Λειτουργία
1	Το ορθογώνιο πλέγμα – χρωματίζεται με κίτρινο και κόκκινο χρώμα.
2	Το πράσινο κουτάκι όπου πληκτρολογείται ο διαιρετέος.
3	Τα δύο κουτάκι όπου πληκτρολογείται ο διαιρετέος και ο διαιρέτης μιας διαίρεσης.
4	Το κουμπί με το οποίο ορίζεται η επόμενη αφαίρεση: «διαιρετέος – διαιρέτης» στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση».
5	Το κουμπί με το οποίο καθαρίζεται το περιεχόμενο στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση».
6	Το πλαίσιο όπου εμφανίζονται οι αφαιρέσεις.
7	Το κόκκινο κουτάκι όπου πληκτρολογείται ή εμφανίζεται το τελικό υπόλοιπο των διαδοχικών αφαιρέσεων.
8	Το κίτρινο κουτάκι όπου εμφανίζεται το πλήθος των αφαιρέσεων.
9	Τα τρία κουμπιά στη σειρά επιτρέπουν τα εξής: Με το κουμπί «Μεταφορά» μεταφέρεται από το ένα πλαίσιο στο άλλο μια κατάσταση. Με το κουμπί «Έλεγχος» ελέγχεται το πλήθος των αφαιρέσεων και το τελικό αποτέλεσμα. Αν έχουν γίνει όλες οι δυνατές αφαιρέσεις: διαιρετέος – διαιρέτης και έχει υπολογιστεί σωστά το τελικό υπόλοιπο, θα εμφανιστεί το μήνυμα: «Σωστό». Ειδάλλως, θα εμφανιστεί το μήνυμα: «Δεν είναι σωστό». Με το κουμπί «Πίνακας» καταγράφονται αυτόματα στον πίνακα τιμών του προγράμματος «Στατιστική» οι αριθμοί που ορίζουν μια διαίρεση.

Αριθμός αναφοράς	Λειτουργία
10	Τα τέσσερα κουτάκια όπου πληκτρολογείται ο διαιρετέος, ο διαιρέτης, το ηλίκο και το υπόλοιπο μιας διαίρεσης.
11	Τα τρία κουμπιά στη σειρά επιτρέπουν τα εξής: Με το κουμπί «Μεταφορά» μεταφέρεται από το ένα πλαίσιο στο άλλο μια κατάσταση.
12	Με το κουμπί «Έλεγχος» ελέγχεται το πλήθος των αφαιρέσεων και το τελικό αποτέλεσμα. Αν έχουν γίνει όλες οι δυνατές αφαιρέσεις: διαιρετέος – διαιρέτης και έχει υπολογιστεί σωστά το τελικό υπόλοιπο, θα εμφανιστεί το μήνυμα: «Σωστό». Ειδάλλως, θα εμφανιστεί το μήνυμα: «Δεν είναι σωστό».
13	Με το κουμπί «Πίνακας» καταγράφονται αυτόματα στον πίνακα τιμών του προγράμματος «Στατιστική» οι αριθμοί που ορίζουν μια διαίρεση.
13	Τα τέσσερα κουτάκια όπου πληκτρολογείται ο διαιρετέος, ο διαιρέτης, το ηλίκο και το υπόλοιπο μιας διαίρεσης.
14	Τα τρία κουμπιά στη σειρά επιτρέπουν τα εξής: Με το κουμπί «Μεταφορά» μεταφέρεται από το ένα πλαίσιο στο άλλο μια κατάσταση. Με το κουμπί «Έλεγχος» ελέγχεται το πλήθος των αφαιρέσεων και το τελικό αποτέλεσμα. Αν έχουν γίνει όλες οι δυνατές αφαιρέσεις: διαιρετέος – διαιρέτης και έχει υπολογιστεί σωστά το τελικό υπόλοιπο, θα εμφανιστεί το μήνυμα: «Σωστό». Ειδάλλως, θα εμφανιστεί το μήνυμα: «Δεν είναι σωστό».
14	Με το κουμπί «Πίνακας» καταγράφονται αυτόματα στον πίνακα τιμών του προγράμματος «Στατιστική» οι αριθμοί που ορίζουν μια διαίρεση.
15	Ο αριθμός στο κίτρινο κουτάκι μεταβάλλεται σύμφωνα με τις μετακινήσεις του δείκτη και ορίζει το ηλίκο της διαίρεσης ή, αλλιώς ειπωμένο, το πλήθος των στηλών που μπορούν να χρωματιστούν με κίτρινο ή κόκκινο χρώμα.
16	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται ο κατάλογος με τις επιλογές του πλέγματος.
17	Ο αριθμός στο μπλε κουτάκι μεταβάλλεται σύμφωνα με τις μετακινήσεις του δείκτη και ορίζει το διαιρέτη μιας διαίρεσης ή, αλλιώς ειπωμένο, το πλήθος των τετραγωνιδίων κάθε στήλης που μπορούν να χρωματιστούν με κίτρινο ή κόκκινο χρώμα.

## 14.3 Εργαλεία και λειτουργίες

### 14.3.1 Το πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου»

Στο πλαίσιο αυτό εμφανίζεται μία γεωμετρική αναπαράσταση της διαίρεσης ενός αριθμού –μικρότερου του  $90 \times 90 = 8.100$ – με ένα μονοψήφιο ή διψήφιο αριθμό, όσον αφορά το χωρισμό ενός πλήθους χρωματισμένων τετραγωνιδίων σε γραμμές και στήλες.

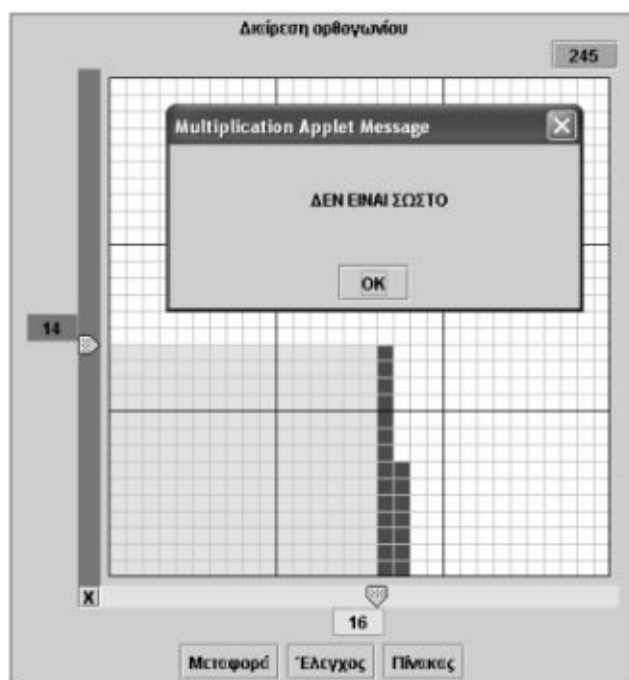


Παράδειγμα: Πληκτρολογήσαμε στο πράσινο κουτάκι τον αριθμό 245 και μετακινήσαμε τον μπλε δείκτη στο 14 και τον κίτρινο δείκτη στο 17. Επιλέξαμε, δηλαδή, 245 τετραγωνίδια και τα χωρίσαμε σε: δεκαεπτά στήλες των 14 τετραγωνιδίων (κίτρινο χρώμα) και σε μία στήλη των 7 (κόκκινο χρώμα). Αν μετακινήσουμε τον κίτρινο δείκτη στη θέση 18, τα τετραγωνίδια που έχουν κόκκινο χρώμα θα μεταβληθούν σε κίτρινα, ενώ τα υπόλοιπα τετραγωνίδια της στήλης θα εμφανιστούν με γκρι χρώμα.

Η κατάσταση αυτή ερμηνεύεται ως εξής: Στην πρώτη περίπτωση τα χρωματισμένα τετραγωνίδια μπορούν να χωριστούν σε δεκαεπτά στήλες και να περισσεύουν επτά. Δηλαδή, η διαίρεση  $245 : 14$  έχει πηλίκο 17 και υπόλοιπο 7. Στη δεύτερη περίπτωση τα γκρι τετραγωνίδια δηλώνουν το πλήθος αυτών που υπολείπονται για να χρωματιστεί μία ακόμη στήλη.

Αν ο δείκτης μεταφερθεί στη θέση 16, ή και λιγότερο, τότε θα εμφανιστούν με κόκκινο χρώμα περισσότερα τετραγωνίδια (περισσότερα από το διαιρέτη). Αυτό σημαίνει ότι δεν έχει χρωματιστεί με κίτρινο χρώμα ο μέγιστος δυνατός αριθμός στηλών. Επομένως, η επιλογή «Έλεγχος» θα εμφανίσει το μήνυμα: «Δεν είναι σωστό».

Το κύριο, λοιπόν, πρόβλημα στο πλαίσιο αυτό είναι να βρεθεί το μέγιστο πλήθος των στηλών στις οποίες μπορεί να χωριστεί (να χρωματιστούν με κίτρινο χρώμα) ένα πλήθος τετραγωνιδίων, ώστε καθεμία από αυτές να περιέχει συγκεκριμένο πλήθος τετραγωνιδίων.

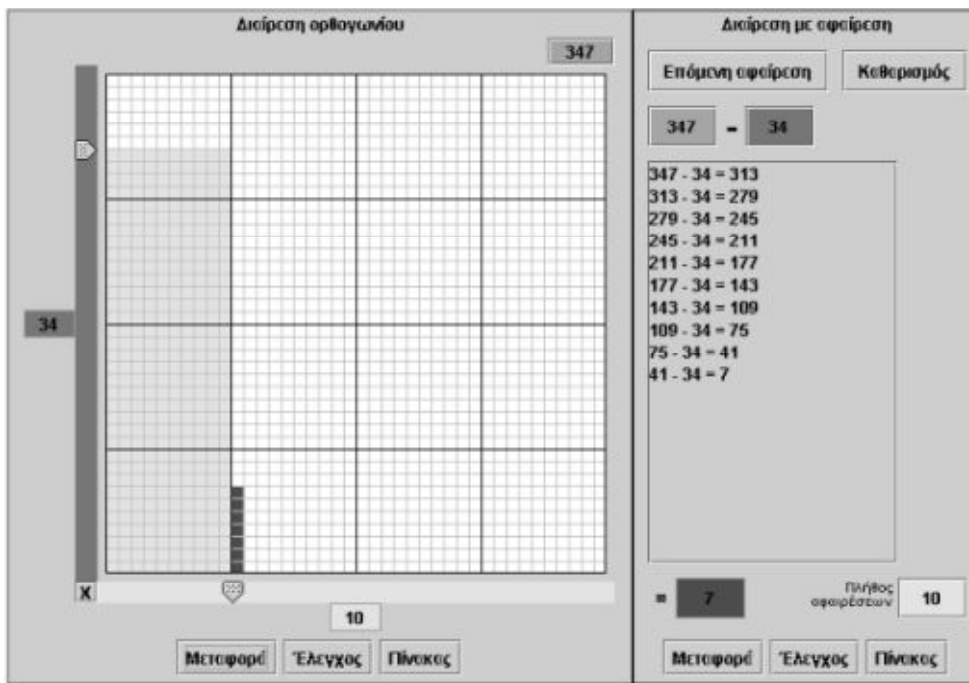


### 14.3.2 Το πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση»

Στο πλαίσιο αυτό ο χρήστης μπορεί να πληκτρολογήσει δύο αριθμούς στο πράσινο (διαιρετέος) και στο μπλε κουτάκι (διαιρέτης) και στη συνέχεια να κάνει διαδοχικές αφαιρέσεις με το κουμπί «Επόμενη αφαίρεση». Κάθε φορά αφαιρεί από το τελευταίο υπόλοιπο τον αριθμό που αναγράφεται στο μπλε κουτάκι. Η διαδικασία των διαδοχικών αφαιρέσεων τερματίζεται όταν, τελικά, το υπόλοιπο είναι μικρότερο από τον αριθμό που αφαιρείται (διαιρέτης). Το πλήθος των αφαιρέσεων αποτελεί το πηλίκο της διαίρεσης.

Αν, για παράδειγμα, επιλέξει την αφαίρεση 347 - 34 και πατήσει συνεχώς το κουμπί «Επόμενη αφαίρεση», θα διαπιστώσει ότι μπορεί να κάνει δέκα διαδοχικές αφαιρέσεις και να έχει υπόλοιπο 7. Δηλαδή, θα χωρίσει τον αριθμό 347 σε δέκα ομάδες των 34 μονάδων και θα περισσέψουν 7 μονάδες. Η ορθότητα αυτού διαπιστώνεται επιλέγοντας «Μεταφορά» στο πλαίσιο «Διαίρεση στο τετράγωνο». Δέκα στήλες των 34 τετραγωνιδίων θα χρωματιστούν κίτρινες, ενώ επτά τετραγωνίδια θα χρωματιστούν κόκκινα.

Κατόπιν διαδοχικών αφαιρέσεων, λοιπόν, συντελείται η διαίρεση 347 : 34, απ' όπου προκύπτει πηλίκο 10 και υπόλοιπο 7.

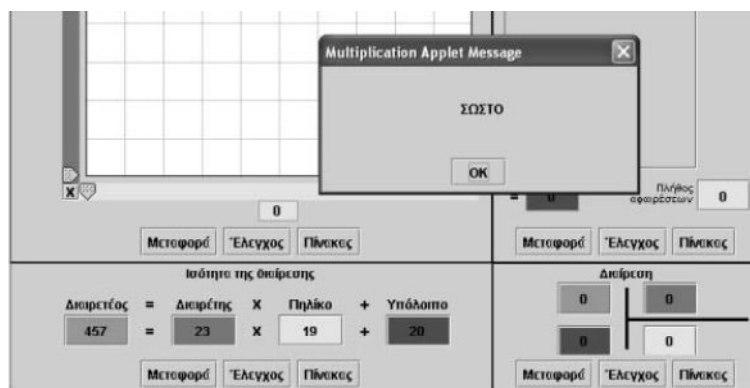


### 14.3.3 Το πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης»

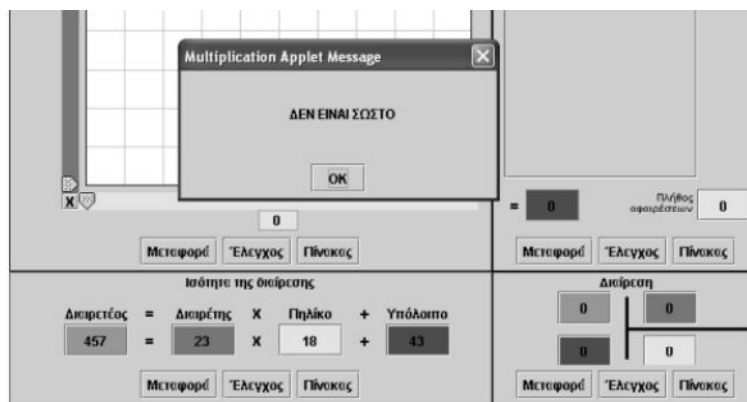
Το πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» είναι γνωστό τόσο ως δοκιμή της διαίρεσης όσο και ως «Ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης». Ο χρήστης μπορεί πλέον να πληκτρολογεί τους τέσσερις όρους της διαίρεσης (διαιρετέος, διαιρέτης, πηλίκο και υπόλοιπο) στα αντίστοιχα κουτάκια του προγράμματος. Εφόσον ισχύει η ισότητα της διαίρεσης, με την επιλογή «Έλεγχος» θα εμφανιστεί το μήνυμα «Σωστό». Ειδάλλως, θα εμφανιστεί το μήνυμα: «Δεν είναι σωστό».

Για παράδειγμα, αν πληκτρολογήσουμε την ισότητα:  $457 = 23 \times 19 + 20$ , θα πάρουμε το μήνυμα: «Σωστό».

Αντίθετα, αν πληκτρολογή-



σουμε την ισότητα  $457 = 23 \times 18 + 43$ , παρά το γεγονός ότι είναι σωστή, θα εμφανιστεί το μήνυμα: «Δεν είναι σωστό». Ο λόγος φυσικά είναι ότι δεν εκφράζει την ισότητα μιας διαίρεσης, αφού το υπόλοιπο είναι μεγαλύτερο από το διαιρέτη. Αν ο χρήστης επιλέξει «Μεταφορά» στα άλλα πλαίσια, θα διαπιστώσει αν η ισότητα αυτή εκφράζει μία διαίρεση ή όχι.



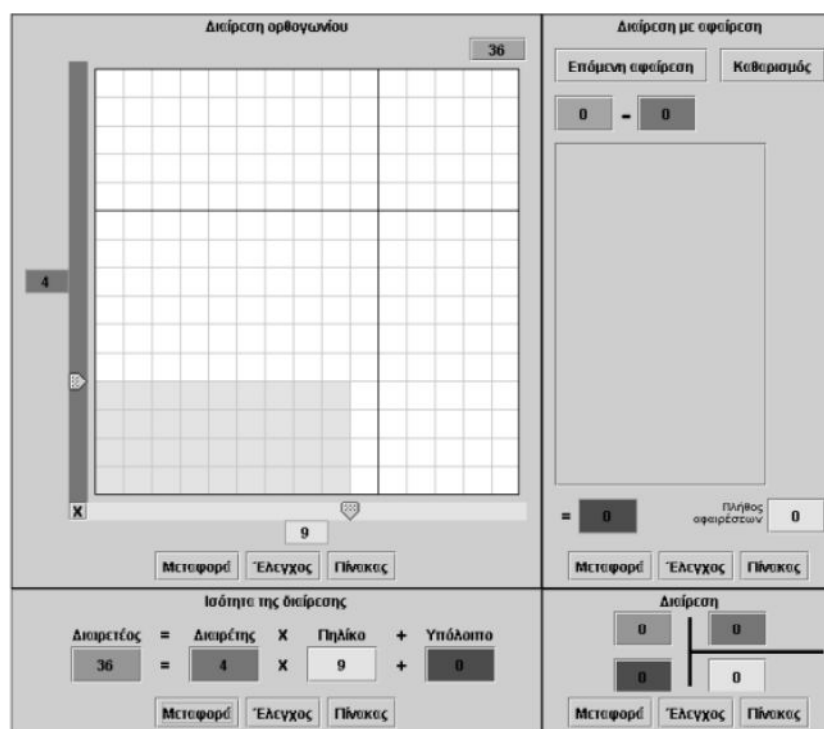
#### 14.3.4 Το πλαίσιο «Κατακόρυφη διαίρεση»

Στο πλαίσιο αυτό ο χρήστης μπορεί να πληκτρολογήσει τους τέσσερις όρους της διαίρεσης σε κατακόρυφη διάταξη. Αν ισχύει η ισότητα της διαίρεσης, τότε με την επιλογή «Έλεγχος» θα εμφανιστεί το μήνυμα: «Σωστό». Ειδάλλως, θα εμφανιστεί το μήνυμα: «Δεν είναι σωστό». Εφόσον η κατάσταση είναι σωστή, ο χρήστης μπορεί να τη μεταφέρει σε άλλα πλαίσια και να την ερμηνεύσει.

### 14.4 Μαθησιακές δυνατότητες στο τοπικό λογισμικό

#### 14.4.1 Η διαίρεση ως πολλαπλασιασμός

Στο περιβάλλον του λογισμικού «Διαίρεση» οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν την πράξη της διαίρεσης ως πολλαπλασιασμό. Για παράδειγμα, η διαίρεση  $36 : 4$  εμφανίζει υπόλοιπο 0. Επομένως, στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» θα εμφανιστεί το γινόμενο:  $36 = 4 \times 9$ .



Αν οι μαθητές αναζητούν από την αρχή τέτοιες καταστάσεις στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης», θα βρεθούν να κάνουν πολλαπλασιασμό προκειμένου να προσδιορίσουν τους όρους της διαίρεσης. Ο έλεγχος και η μεταφορά στα άλλα πλαίσια συσχετίζει τον πολλαπλασιασμό με τη διαίρεση ως αντίστροφες διαδικασίες.

Τα ερωτήματα που επιβεβαιώνουν τα παραπάνω έχουν ως εξής:

«Μπορείτε να εντοπίσετε μερικές διαιρέσεις που να έχουν υπόλοιπο 0;»

«Μπορείτε να περιγράψετε τη διαδικασία με την οποία προσδιορίσατε τους όρους των διαιρέσεων αυτών;»

#### 14.4.2 Διαιρέτες και πολλαπλάσια

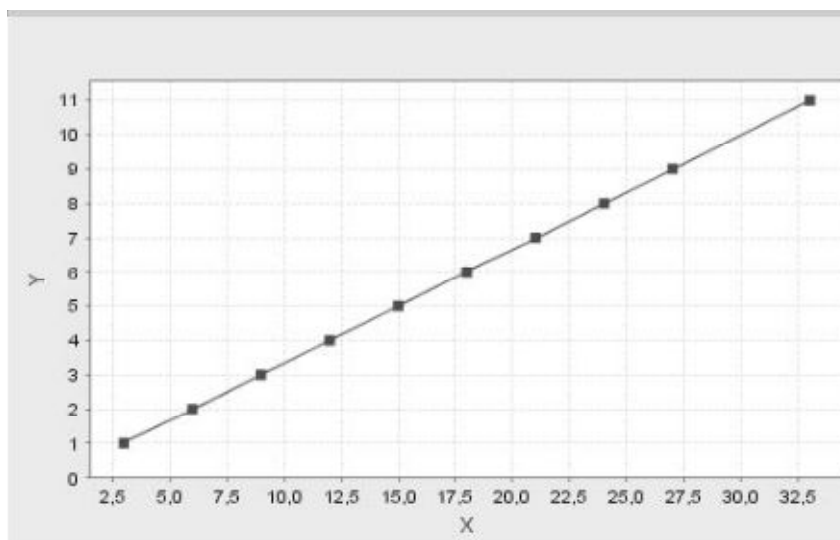
Το ερώτημα «Μπορείτε να εμφανίσετε στο πρόγραμμα το γινόμενο  $12 \times 34$ » αναδεικνύει με έναν πιο συγκεκριμένο τρόπο το συσχετισμό της διαίρεσης με τον πολλαπλασιασμό. Οι μαθητές θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουν το γινόμενο  $12 \times 34 = 408$  και στη συνέχεια να το πληκτρολογήσουν στο πράσινο κουτάκι. Κατόπιν, αν πληκτρολογήσουν στο μπλε κουτάκι τον αριθμό 12, τότε στο κίτρινο θα είναι υποχρεωτικά το 34. Επομένως, το 12 θα αποτελεί το διαιρέτη και το 34 το πηλίκο της διαίρεσης  $408 : 12$ . Με άλλα λόγια, ο ένας παράγοντας του γινομένου αντιστοιχεί στο διαιρέτη και ο άλλος στο πηλίκο της διαίρεσης.

Το γεγονός αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι σε μία διαίρεση με υπόλοιπο 0, ο διαιρέτης και το πηλίκο αποτελούν τους δύο παράγοντες ενός γινομένου (το 12 και το 34 είναι διαιρέτες του 408 και το 408 είναι πολλαπλάσιο του 12 ή του 34).

#### 14.4.3 Κανόνες διαιρετότητας

Το πρόγραμμα «Διαίρεση» μπορεί να υποστηρίξει τη διερεύνηση του ερωτήματος «Ποιοι αριθμοί διαιρούνται με το 2, το 3, το 4, το 5 κτλ.» με απλό τρόπο, αφού είναι δυνατή η αναπαράσταση όλων των αριθμών που μπορούν να χωριστούν σε στήλες των: 2, 3, 4, 5 κτλ. τετραγωνιδίων.

Για παράδειγμα, οι αριθμοί εκείνοι που διαιρούνται με το 3 είναι τα πολλαπλάσια του 3. Η σχέση του διαιρετέου και του πηλίκου είναι ίδια με τη σχέση των ανάλογων ποσών που ισχύει στον πολλαπλασιασμό.



Στο περιβάλλον αυτό οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα με σκοπό να προσδιορίσουν τους διαιρέτες ενός αριθμού και να καταλήξουν σε σχετικούς κανόνες. Για παράδειγμα, μπορούν να εξαγάγουν κανόνες για το άθροισμα των διαιρετών ενός αριθμού, για τους πρώτους και τους σύνθετους αριθμούς, για τους αριθμούς εκείνους που δίνουν το ίδιο υπόλοιπο όταν διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό κ.ά.