

## ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: Η ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ

### 1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

#### 1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού έρχονται σε επαφή με την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης. Αρχικά καλούνται να υπολογίσουν το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης  $649 : 13$  στο πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου». Κατόπιν θα πρέπει να μεταφέρουν την κατάσταση στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» και να ερμηνεύσουν την κατάσταση που εμφανίζεται εκεί. Με τον τρόπο αυτό κατανοούν ότι οι τέσσερις αριθμοί, οι οποίοι χαρακτηρίζουν μία διαίρεση, επαληθεύουν και την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης, η οποία είναι σωστή όταν το υπόλοιπο είναι μικρότερο από το διαιρέτη. Επιπλέον μπορούν να μεταφέρουν την κατάσταση στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση», όπου θα έχουν την ευκαιρία να δουν την επιλογή τους να αναπαρίσταται ως ένα πλήθος διαδοχικών αφαιρέσεων.

#### 1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν τη διαίρεση ως χωρισμό ενός πλήθους τετραγωνιδίων σε ομάδες ίσου πλήθους.
- Να αντιληφθούν, επίσης, τη διαίρεση ως μία ισότητα του τύπου  $\Delta = \delta \times \Pi + \upsilon$ .
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι πράξεις της διαίρεσης δύο αριθμών και της ισότητας της διαίρεσης εμφανίζονται συνδεδεμένες η μία με την άλλη.

#### 1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν το πηλίκο και το υπόλοιπο μιας διαίρεσης και στη συνέχεια να ερμηνεύσουν την κατάσταση αυτή ως ισότητα της διαίρεσης.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον υπολογισμό του πλήθους των στηλών, οι οποίες ορίζονται από τη διαίρεση  $649 : 13$ , καθώς και του υπολοίπου που θα προκύψει. Στη συνέχεια μεταφέρουν την κατάσταση αυτή στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» και προσπαθούν να εξηγήσουν γιατί είναι σωστή αυτή η ισότητα. Ωστόσο, τη συγκεκριμένη κατάσταση μπορούν να τη μεταφέρουν στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση», όπου θα ερμηνεύσουν την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης. Αυτό σημαίνει ότι αν οι μαθητές επιχειρήσουν να υπολογίσουν το πλήθος των επιλεγμένων τετραγωνιδίων στο πλαίσιο αυτό, θα πρέπει να πολλαπλασιάσουν το πλήθος των αφαιρέσεων με τον αφαιρετέο (διαιρέτη) και στο αποτέλεσμα να προσθέσουν το υπόλοιπο.

Προκύπτει, λοιπόν, ότι το πλήθος των διαδοχικών αφαιρέσεων του 13 από το αρχικό 649 και από τους επόμενους αριθμούς είναι 49, ενώ υπάρχει και ένα υπόλοιπο 12. Η ισότητα έχει ως εξής:  $13 \times 49 + 12 = 649$ .

Ο εκπαιδευτικός ανανεώνει τα ερωτήματα θέτοντας και άλλες διαιρέσεις και ζητώντας από τους μαθητές να βρουν την ισότητα της διαίρεσης. Από τη μεριά τους οι μαθητές, αφού υπολογίσουν το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης, θα πρέπει να διατυπώσουν την ισότητα της διαίρεσης. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στα εξής:

- Το υπόλοιπο είναι πάντοτε μικρότερο από το πλήθος των χρωματισμένων τετραγωνιδίων κάθε στήλης.
- Για κάθε διαίρεση δίνονται δύο αριθμοί –ο διαιρετέος και ο διαιρέτης– και απαιτείται να προσδιοριστούν δύο άλλοι αριθμοί – το πηλίκο και το υπόλοιπο.

Το λογισμικό «Διαίρεση» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για τον υπολογισμό του υπολοίπου μιας διαίρεσης, επιλέγοντας και συνδέοντας κάθε φορά το πλήθος των στηλών με το υπόλοιπο των διαδοχικών αφαιρέσεων –κατά τη μεταφορά από το πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης»–, και κατόπιν να επιβεβαιώνουν ένα σχετικό κανόνα με τον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου μιας διαίρεσης. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν τις διαδοχικές αφαιρέσεις, με τις οποίες υπολογίζουν το πηλίκο και το υπόλοιπο μιας διαίρεσης, με το χωρισμό ενός αριθμού τετραγωνιδίων σε ομάδες με πλήθος όσο δηλώνει ο διαιρέτης. Ακόμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν τις πράξεις που πρέπει να γίνουν μεταξύ διαιρέτη, πηλίκου και υπολοίπου, προκειμένου να προσδιοριστεί ο διαιρετέος στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης», με τον τρόπο υπολογισμού των χρωματισμένων τετραγωνιδίων ή με τη συνοπτική περιγραφή της πράξης της αφαίρεσης, αν στο υπόλοιπο προστεθεί ο διαιρέτης τόσες φορές όσες αφαιρέθηκε στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση».

#### 1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης – δηλαδή τον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου δύο αριθμών, οι οποίοι είναι μέλη μιας ισότητας και όπου το υπόλοιπο θα πρέπει να είναι μικρότερο του διαιρέτη. Η αξία αυτής της άποψης μπορεί να γίνει αντιληπτή κατά το συσχετισμό του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης ως αντίστροφες πράξεις.

## Η ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ

### 2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

---



---



---

Ποιο είναι το πηλίκο και ποιο το υπόλοιπο στη διαίρεση  $649 : 13$ ;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου»;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης»;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

---



---



---



---



---



---

## Η ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ

### 3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Αφού βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο στο πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου», επιλέξτε το πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» και κατόπιν πατήστε «Μεταφορά».

Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να περιγράψετε με λόγια τι παριστάνει η ισότητα;

Η μεταφορά στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης» δηλώνει ποιος είναι ο διαιρετέος, ο διαιρέτης, το πηλίκο και το υπόλοιπο.

Δείτε την παρακάτω εικόνα.

Είναι σωστή η ισότητα; Πολλαπλασιάστε το διαιρέτη με το πηλίκο και προσθέστε το υπόλοιπο. Είναι το αποτέλεσμα ίσο με το διαιρετέο;

**Ισότητα της διαίρεσης**

Διαιρετέος	=	Διαιρέτης	Χ	Πηλίκο	+	Υπόλοιπο
649	=	13	Χ	49	+	12
Μεταφορά Έλεγχος Πίνακας						