

ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: ΠΟΣΑ ΚΕΡΜΑΤΑ ΧΡΕΙΑΖΕΣΤΕ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ 12.453.768

1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού εμπλέκονται σε μία διαδικασία προσδιορισμού του πλήθους των κερμάτων που χρειάζονται για να αναπαραστήσουν ένα συγκεκριμένο αριθμό. Καλούνται, λοιπόν, να προσδιορίσουν το ελάχιστο πλήθος των κερμάτων που πρέπει να χρησιμοποιήσουν για την αναπαράσταση του αριθμού 12.453.768 στον κερματοδέκτη.

1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να διακρίνουν την αξία των ψηφίων στις διαφορετικές θέσεις.
- Να κατανοήσουν τη σημασία της διαφορετικής αξίας που μπορεί να αποκτήσει μια μονάδα.
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «άτομο – σύνολο», τη σχέση «σύστημα», καθώς και την έννοια της «μεταβολής», κατά τη διαπραγμάτευση φυσικών αριθμών.

1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να επιλέξουν το πλήθος των κερμάτων που χρειάζονται, προκειμένου να αναπαραστήσουν στον κερματοδέκτη τον αριθμό 12.453.768.

Οι μαθητές εξετάζουν το ερώτημα «Πόσα κέρματα χρειάζεστε για να αναπαραστήσετε τον αριθμό 12.453.768;» και σχολιάζουν τα αποτελέσματα πρώτα με την ομάδα τους και κατόπιν με την υπόλοιπη τάξη. Δύο είναι οι τρόποι με τους οποίους μπορούν να εργαστούν: (1) Να προσπαθήσουν να τοποθετήσουν κέρματα στις θέσεις του κερματοδέκτη, δίνοντας, εξ αρχής, σε κάθε κέρμα την αξία που πρέπει. Στην προσπάθειά τους αυτή θα εμφανισθεί και η ανάγκη να επιλέξουν 36 κέρματα. (2) Να προσπαθήσουν να τοποθετήσουν ένα ένα τα κέρματα στον κερματοδέκτη, αρχίζοντας από τη θέση των μονάδων. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει εξ αρχής να δώσουν την ίδια αξία (της μονάδας) σε όλα τα κέρματα και στη συνέχεια, όταν σε κάθε θέση προσθέτουν το δέκατο κέρμα, τα δέκα κέρματα θα γίνουν μια μονάδα της μεγαλύτερης τάξης και ένα πια κέρμα θα μεταφέρεται στην επόμενη θέση, ενώ τα υπόλοιπα εννέα θα επιστρέφουν στη αρχική τους θέση, στη βάση, χωρίς αξία. Αυτό σημαίνει ότι τα κέρματα αποκτούν άλλη αξία από αυτή που είχαν στη θέση από την οποία μετακινήθηκαν. Στην προσπάθειά τους αυτή οι μαθητές θα διαπιστώσουν ότι η εφαρμογή του συγκεκριμένου τρόπου αναπαράστασης του αριθμού 12.453.768 είναι πολύ χρονοβόρα. Δηλαδή, η χρήση τόσο των αριθμητικών ψηφίων όσο και του δεκαδικού συστήματος γραφής των αριθμών είναι σαφώς ο πιο εύκολος τρόπος αναπαράστασης των αριθμών. Το λογισμικό «Κερματοδέκτης» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα, ενώ η συμβολική αναπαράστασή τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν την παρουσία των κερμάτων με τα ψηφία των αριθμών στις διάφορες θέσεις του κερματοδέκτη.

1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Το λογισμικό «Κερματοδέκτης» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να συνδέσουν την παρουσία των κερμάτων στις διάφορες θέσεις του κερματοδέκτη με την αξία των ψηφίων των αριθμών στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης και να πειραματισθούν με αυτό. Ο προφανής περιορισμός που τίθεται από το λογισμικό είναι ότι με αυτό μπορούν να αναπαρασταθούν όλοι οι φυσικοί αριθμοί από το 0 μέχρι το 999.999.999.

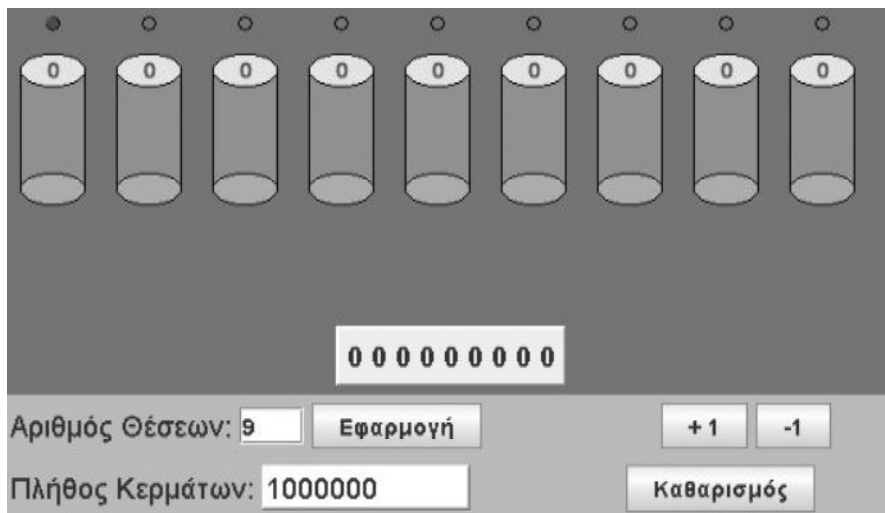
1.5. Η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές

Οι μαθητές μπορούν να κάνουν πειράματα με το λογισμικό «Κερματοδέκτης», προκειμένου να αναπαραστήσουν τους αριθμούς που θέλουν.

ΠΟΣΑ ΚΕΡΜΑΤΑ ΧΡΕΙΑΖΕΣΤΕ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ 12.453.768**2. Φύλλο εργασίας**

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

Πόσες θέσεις πρέπει να έχει ο κερματοδέκτης και πόσα κέρματα χρειάζεται να πληκτρολογήσετε στη θέση «Πλήθος κερμάτων», για να μπορέσετε να αναπαραστήσετε τον αριθμό 12.453.768;



Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

ΠΟΣΑ ΚΕΡΜΑΤΑ ΧΡΕΙΑΖΕΣΤΕ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ 12.453.768**3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα**

Επιλέξτε ο κερματοδέκτης σας να έχει οκτώ θέσεις.

Δύο είναι οι τρόποι για να σχηματίσετε το δεδομένο αριθμό. Ο ένας είναι να επιλέξετε εξαρχής τη θέση, όπου θα τοποθετήσετε τα κέρματα. Επομένως, σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα, χρειάζεστε μόνο 36 κέρματα. Ο συγκεκριμένος τρόπος επιτρέπει σε κάθε κέρμα να αποκτήσει από την αρχή διαφορετική αξία, αναλόγως με τη θέση που το έχετε τοποθετήσει.

Ο άλλος τρόπος είναι να προσθέτετε συνεχώς κέρματα στην τελευταία θέση του κερματοδέκτη, δηλαδή στη θέση των μονάδων.

Για να σχηματίσετε τον αριθμό 12.453.768 θα χρειαστεί να πατήσετε το πλήκτρο «+1» ως εξής:

- Για τις 8 μονάδες του αριθμού 12.453.768, 8 φορές.
- Για τις 6 δεκάδες του αριθμού 12.453.768, $6 \times 10 = 60$ φορές.
- Για τις 7 εκατοντάδες του αριθμού 12.453.768, $7 \times 100 = 700$ φορές.
- Για τις 3 χιλιάδες του αριθμού 12.453.768, $3 \times 1.000 = 3.000$ φορές.
- Για τις 5 δεκάδες χιλιάδες του αριθμού 12.453.768, $5 \times 10.000 = 50.000$ φορές.
- Για τις 4 εκατοντάδες χιλιάδες του αριθμού 12.453.768, $4 \times 100.000 = 400.000$ φορές.
- Για τα 2 εκατομμύρια του αριθμού 12.453.768, $2 \times 1.000.000 = 2.000.000$ φορές.
- Για το 1 δεκάκις εκατομμύριο του αριθμού 12.453.768, $1 \times 10.000.000 = 10.000.000$ φορές.

Δηλαδή χρειάζεται να πατήσετε το πλήκτρο «+1» 12.453.768 φορές. Όπως προκύπτει, λοιπόν, η διαδικασία τοποθέτησης 12.453.768 κερμάτων στον κερματοδέκτη, με εφαρμογή του δεύτερου τρόπου, είναι πολύ χρονοβόρα. Αν, για παράδειγμα, μπορείτε να τοποθετείτε με το κουμπί «+1» δύο κέρματα ανά δευτερόλεπτο, τότε, για να τοποθετήσετε τα 12.453.768 κέρματα, θα χρειαστείτε τουλάχιστον $12.453.768 : 2 = 6.226.884$ δευτερόλεπτα, ή $6.226.884 : 60 = 103.781$ λεπτά, ή $103.781 : 60 = 1.729$ ώρες, ή $1.729 : 24 = 72$ ημέρες περίπου.

