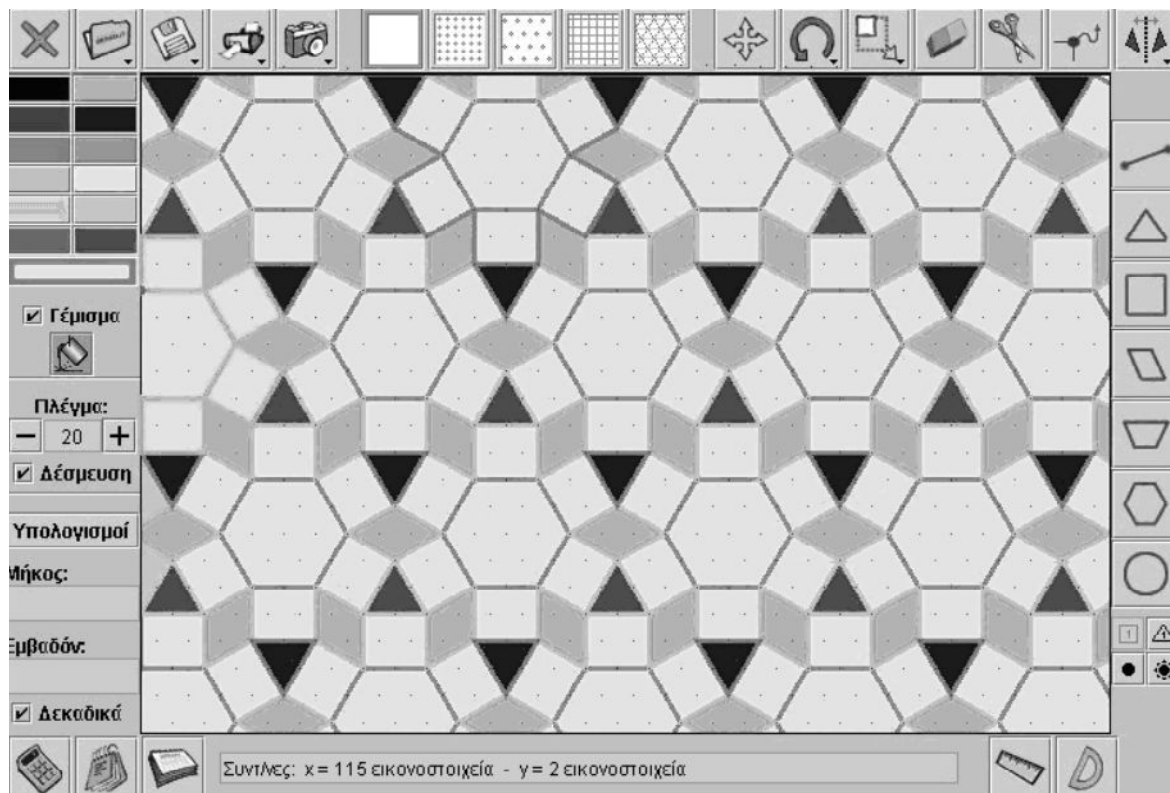


ΤΑ ΤΟΠΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ – ΜΙΚΡΟΚΟΣΜΟΙ (JAVA APPLETS)

2. Οδηγίες χρήσης του λογισμικού «Γεωπίνακας»



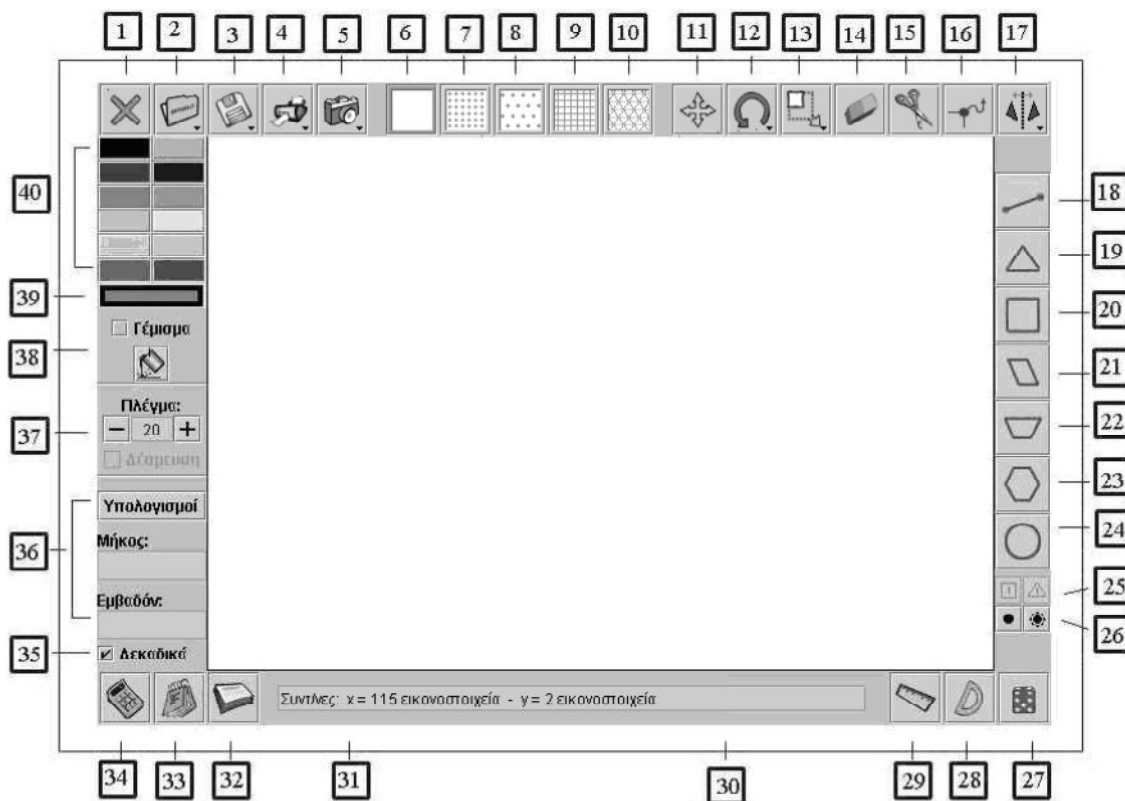
2.1 Εισαγωγή

Η λέξη «γεωπίνακας» χρησιμοποιείται για να περιγράψει ένα λογισμικό το οποίο ενσωματώνει μερικές από τις σημαντικότερες ιδέες που έχουν εφαρμοστεί στη διδασκαλία και τη μάθηση της Γεωμετρίας από μαθητές του δημοτικού και όχι μόνο.

Η έννοια του γεωπίνακα (geoboard) –μία χειροποίητη κατασκευή με καρφιά και λαστιχάκια– έχει χρησιμοποιηθεί για να υποστηρίξει: την εξερεύνηση των γεωμετρικών σχημάτων, τους μετασχηματισμούς αυτών (μέσω του τεντώματος των πλευρών και των κορυφών τους), την έννοια της συμμετρίας, καθώς και μια σειρά από ενδιαφέρουσες ιδέες της γεωμετρίας. Αυτή η πλευρά είναι ενσωματωμένη στις δυνατότητες του λογισμικού «Γεωπίνακας». Επιτρέπει, δε, στους μαθητές να μεταβάλλουν τα σχήματά τους, τεντώνοντας τις πλευρές ή τις κορυφές τους, και να παρατηρούν τις αλλαγές που συμβαίνουν στις χαρακτηριστικές τους ιδιότητες, π.χ. στο πλήθος των πλευρών, των κορυφών και των διαγωνίων, στην περίμετρο και στο εμβαδόν τους κτλ. Οι προσφερόμενες επιφάνειες εργασίας –λευκή, τετραγωνικό πλέγμα και τετραγωνικό πλέγμα με κουκκίδες, τριγωνικό πλέγμα και τριγωνικό πλέγμα με κουκκίδες– παρέχουν στους μαθητές δυνατότητες προσέγγισης των σημαντικότερων εννοιών και σχέσεων της γεωμετρίας. Τα τετραγωνίδια, τα τριγωνίδια και οι πλευρές τους αποτελούν ορατές μονάδες μέτρησης της επιφάνειας και του μήκους των σχημάτων και διευκολύνουν στην προσέγγιση των εννοιών: εμβαδόν, περίμετρος και μήκος πλευράς.

Το κόψιμο ενός σχήματος αποτελεί μία ακόμη δυνατότητα η οποία επιτρέπει στους μαθητές να διαιρούν ένα σχήμα σε απλούστερα ή μικρότερα σχήματα. Έτσι, είναι ευκολότερο για εκείνους να διαπιστώσουν την πολυπλοκότητα των γεωμετρικών σχημάτων και τα να επεξεργαστούν, με στόχο να καταλήξουν στο απλούστερο αυτών.

2.2 Συνοπτική παρουσίαση



Αριθμός αναφοράς	Λειτουργία
1	Το κουμπί με το οποίο γίνεται καθαρισμός της επιφάνειας εργασίας (σχεδίασης).
2	Το κουμπί με το οποίο γίνεται επανάκτηση αρχείου αποθηκευμένου σε φάκελο του υπολογιστή.
3	Το κουμπί με το οποίο ένα αρχείο αποθηκεύεται σε φάκελο του υπολογιστή.
4	Το κουμπί με το οποίο γίνεται εκτύπωση της επιφάνειας εργασίας του γεωπίνακα.
5	Το κουμπί με το οποίο γίνεται εμφάνιση εικόνας (gif/jpg) στο υπόβαθρο της επιφάνειας εργασίας.
6	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται η λευκή επιφάνεια εργασίας.
7	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται ένα τετραγωνικό πλέγμα με κουκκίδες στην επιφάνεια εργασίας.
8	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται ένα τριγωνικό πλέγμα με κουκκίδες στην επιφάνεια εργασίας.
9	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται ένα τετραγωνικό πλέγμα στην επιφάνεια εργασίας.
10	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται ένα τριγωνικό πλέγμα στην επιφάνεια εργασίας.
11	Το κουμπί με το οποίο μετακινείται ένα σχήμα στην επιφάνεια εργασίας· με πατημένο το πλήκτρο «Shift» και σύρσιμο δημιουργούνται αντίγραφα του σχήματος.
12	Το κουμπί με το οποίο γίνεται ελεύθερη περιστροφή των σχημάτων· με πατημένο το πλήκτρο «Shift» δημιουργούνται αντίγραφα του σχήματος.
13	Το κουμπί με το οποίο γίνεται αλλαγή μεγέθους ενός σχήματος· με πατημένο το πλήκτρο «Shift» δημιουργούνται αντίγραφα του αρχικού σχήματος.

Αριθμός αναφοράς	Λειτουργία
14	Το κουμπί με το οποίο σβήνεται ένα σχήμα από την επιφάνεια εργασίας.
15	Το κουμπί με το οποίο κόβεται ένα σχήμα, π.χ. με το ψαλίδι.
16	Το κουμπί με το οποίο μετακινείται η κορυφή ενός σχήματος σε άλλη θέση, με την επιλογή αυτής. Επίσης, επιλέγοντας μία πλευρά του σχήματος, δημιουργείται μία νέα κορυφή.
17	Το κουμπί με το οποίο δημιουργείται το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας.
18	Το κουμπί με το οποίο σχεδιάζονται διάφορα ευθύγραμμα τμήματα και κλειστά πολυγωνικά σχήματα.
19	Το κουμπί με το οποίο δημιουργούνται διάφορα ισόπλευρα τρίγωνα.
20	Το κουμπί με το οποίο δημιουργούνται διάφορα τετράγωνα.
21	Το κουμπί με το οποίο δημιουργούνται διάφοροι ρόμβοι.
22	Το κουμπί με το οποίο δημιουργούνται διάφορα τραπέζια.
23	Το κουμπί με το οποίο δημιουργούνται διάφορα κανονικά εξάγωνα.
24	Το κουμπί με το οποίο δημιουργούνται διάφοροι κύκλοι.
25	Το κουμπί με το οποίο σχεδιάζονται διάφορα μοναδιαία τρίγωνα (μόνο για τριγωνικό πλέγμα). Το κουμπί με το οποίο σχεδιάζονται διάφορα μοναδιαία τετράγωνα (μόνο για τετραγωνικό πλέγμα).
26	Το κουμπί με το οποίο δημιουργούνται και διαγράφονται διάφορα σημεία.
27	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται στην μπάρα πληροφοριών ένας τυχαίος αριθμός.
28	Το κουμπί με το οποίο γίνεται μέτρηση μιας γωνίας σε μοίρες (το αποτέλεσμα εμφανίζεται στην μπάρα πληροφοριών).
29	Το κουμπί με το οποίο γίνεται μέτρηση της απόστασης δύο σημείων σε μονάδες πλέγματος (το αποτέλεσμα εμφανίζεται στην μπάρα πληροφοριών).
30	Η μπάρα πληροφοριών· εμφανίζεται η μέτρηση γωνίας και απόστασης.
31	Οι συντεταγμένες (σε εικονοστοιχεία) όπου βρίσκεται ο δείκτης στην επιφάνεια σχεδιασμού, όπως και ο αριθμός του ζαριού.
32	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται ο πίνακας τιμών.
33	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται η αριθμομηχανή (Calculator) των Windows.
34	Το κουμπί με το οποίο εμφανίζεται το σημειωματάριο (Notepad) των Windows.
35	Το εργαλείο για την εμφάνιση των δεκαδικών ψηφίων στα αποτελέσματα των μετρήσεων.
36	Το κουμπί με το οποίο υπολογίζεται η περίμετρος και το εμβαδόν των πολυγώνων.
37	Το εργαλείο με το οποίο δεσμεύονται τα σχήματα στις πλησιέστερες κορυφές του πλέγματος. Με το «+» αυξάνεται το μέγεθος του πλέγματος και με το «-» μειώνεται.
38	Το εργαλείο με το οποίο χρωματίζονται τα πολύγωνα με κάποιο επιλεγμένο χρώμα. Επίσης, χρωματίζεται το σχήμα που δημιουργήθηκε προηγουμένως.
39	Το πλαίσιο όπου εμφανίζεται το επιλεγμένο χρώμα περιγράμματος και γεμίσματος ενός σχήματος.
40	Η παλέτα με τα διαθέσιμα χρώματα του προγράμματος.

2.3 Εργαλεία και λειτουργίες

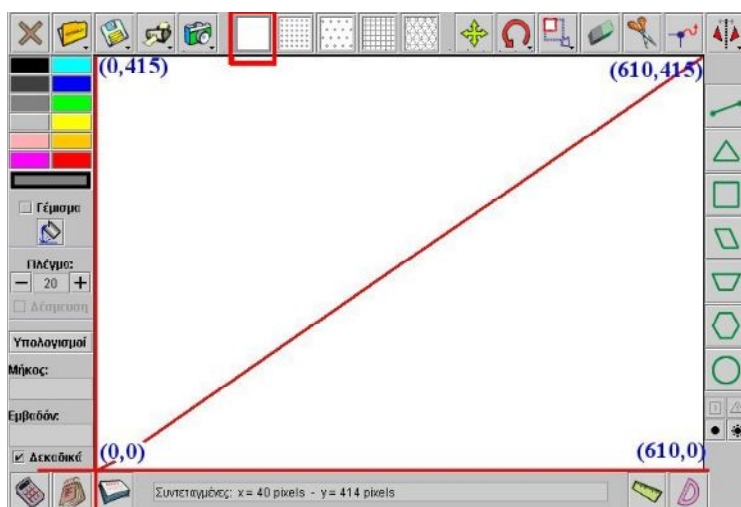
Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται αναλυτικά οι επιμέρους λειτουργίες του γεωπίνακα. Η παρουσίαση αυτή διαθέτει δύο μέρη. Στο μεν ένα περιγράφεται ο τρόπος χρήσης των κουμπιών, στο δε άλλο οι λειτουργίες τους και οι δυνατότητες που έχουν οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί.

2.3.1 Η επιφάνεια εργασίας του γεωπίνακα

Στο γεωπίνακα υπάρχουν πέντε επιφάνειες εργασίας. Καθεμία επιλέγεται από το σχετικό εικονίδιο. Στην παρουσίαση που ακολουθεί, σε κάθε περίπτωση, το αντίστοιχο εικονίδιο βρίσκεται σε κόκκινο πλαίσιο.

2.3.1.1 Λευκή επιφάνεια (αρχική επιφάνεια του γεωπίνακα)

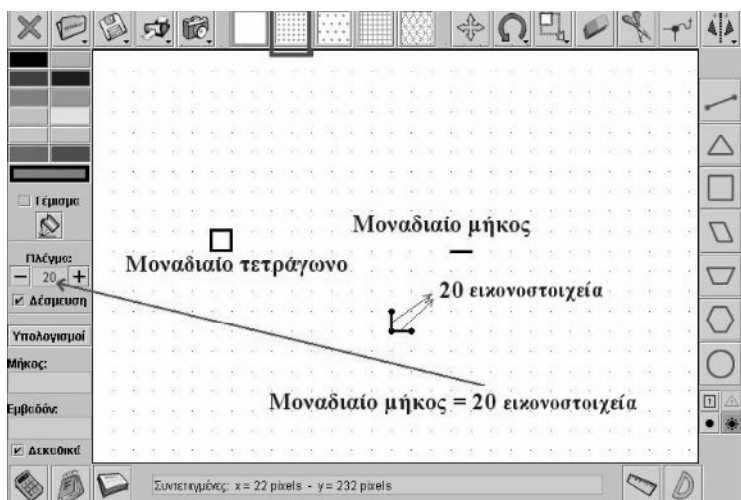
Σε κάθε σημείο της λευκής επιφάνειας υπάρχουν συντεταγμένες οι οποίες μετρώνται σε εικονοστοιχεία. Σύμφωνα με τη διπλανή εικόνα, το κάτω αριστερά άκρο έχει συντεταγμένες (0,0) και το πάνω δεξιά (610, 415). Οι συντεταγμένες των σημείων εμφανίζονται αυτόματα στην μπάρα πληροφοριών (31), όταν ο δείκτης του ποντικιού διέρχεται από αυτά. Το γεγονός ότι οι συντεταγμένες των σημείων μετρώνται σε εικονοστοιχεία (pixels)



επιτρέπει στους μαθητές να επιλέγουν και να χειρίζονται τα σημεία της επιφάνειας με τη βοήθεια ακέραιων αριθμών. Δεν χρειάζεται, δηλαδή, να γνωρίζουν τους κλασματικούς και δεκαδικούς αριθμούς για να εργαστούν στη λευκή επιφάνεια εργασίας. Εκτός αυτού, έχουν τη δυνατότητα να σχεδιάζουν και να χειρίζονται ελεύθερα τα σχήματα που επιλέγουν.

2.3.1.2 Τετραγωνικό πλέγμα (μόνο κουκκίδες)

Η επιφάνεια «Τετραγωνικό πλέγμα (μόνο κουκκίδες)» εμφανίζει μια σειρά από κουκκίδες σε τετραγωνική διάταξη (ηρόκειται για κορυφές τετραγώνων). Η πυκνότητα των σημείων μεταβάλλεται με τη βοήθεια των επιλογών στο «Πλέγμα» («->», «+» και μέγεθος εικονοστοιχείων). Αυτό σημαίνει ότι δύο γειτονικά σημεία, σε οριζόντια ή κατακόρυφη διάταξη, απέχουν σε εικονοστοιχεία όσο δηλώνει το μέγεθος πλέγματος. Το εύρος της μεταβολής αρχίζει από 4 και τελειώνει σε 50. Κάθε σχήμα, όταν είναι ενεργοποιημένη η επιλογή «Δέσμευση», τοποθετείται αυτόματα στα σημεία του πλέγματος. Έτσι, οι μαθητές σχεδιάζουν το ζητούμενο σχήμα με απόλυτη ακρίβεια, όσο πυκνό και αν είναι το πλέγμα. Το τετραγωνικό πλέγμα είναι κατάλληλο για τη δημιουργία κάθε σχήματος, επιτρέπει δε τη μέτρηση αυτού οπτικά, με τη βοήθεια του



μοναδιαίου μήκους και του μοναδιαίου τετραγώνου. Η οπτική μέτρηση απαιτεί μόνο την καταμέτρηση των μοναδιαίων τμημάτων ή τετραγωνιδίων του πλέγματος, τα οποία καλύπτουν το σχήμα. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές δεν χρειάζονται ιδιαίτερες γνώσεις για τη μέτρηση του μήκους ή του εμβαδού ενός σχήματος – ευκολία που τους επιτρέπει να χρησιμοποιήσουν την οπτική μέτρηση για να εξάγουν συμπεράσματα και κανόνες σχετικά με τη μέτρηση της περιμέτρου και του εμβαδού διαφόρων γεωμετρικών σχημάτων.

Η συγκεκριμένη επιφάνεια εργασίας προσομοιώνει τον κλασικό γεωπίνακα (geoboard) και επιτρέπει στους μαθητές να τεντώνουν τις κορυφές ή τις πλευρές ενός σχήματος και να τις τοποθετούν σε άλλα σημεία του γεωπίνακα. Δημιουργείται, έτσι, μια νέα κατηγορία προβλημάτων και θεμάτων της γεωμετρίας, η οποία μπορεί να υποστηριχθεί στο περιβάλλον του γεωπίνακα.

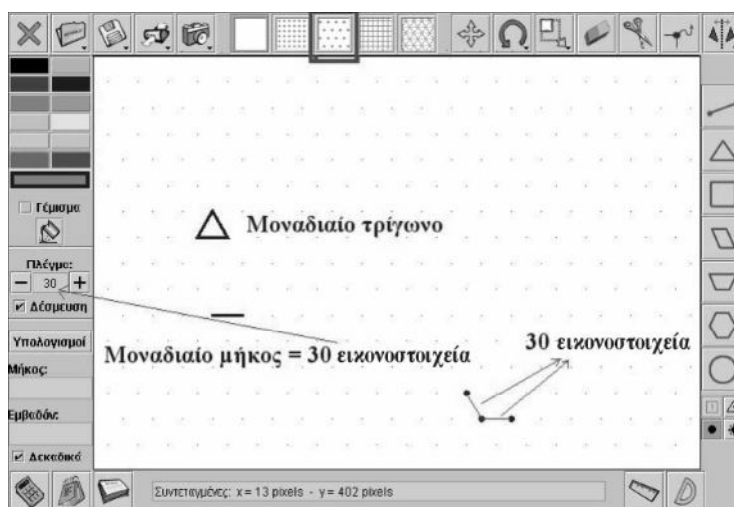
Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να μελετήσουν:

- Τα κυρτά και μη κυρτά γεωμετρικά σχήματα.
- Το πλήθος των διαγωνίων σε σχέση με το πλήθος των πλευρών ενός σχήματος.
- Τη μεταβολή της περιμέτρου και του εμβαδού διαφόρων σχημάτων, καθώς μεταβάλλονται οι κορυφές ή το πλήθος των πλευρών τους.

Επίσης, τους δίνεται η ευκαιρία να προσεγγίσουν έννοιες όπως αυτή του συμμετρικού σχήματος ως προς άξονα ή σημείο, αλλά και της παραλληλίας και καθετότητας δύο ευθύγραμμων τμημάτων.

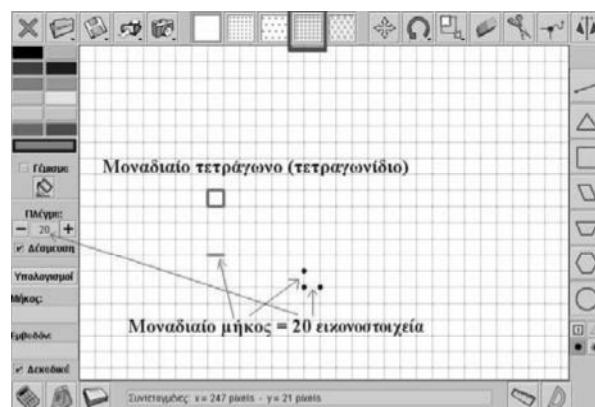
2.3.1.3 Τριγωνικό πλέγμα (μόνο κουκκίδες)

Η επιφάνεια «Τριγωνικό πλέγμα (μόνο κουκκίδες)» εμφανίζει μια σειρά από κουκκίδες σε τριγωνική διάταξη (πρόκειται για κορυφές ισόπλευρων τριγώνων). Η πυκνότητα των σημείων μεταβάλλεται με τη βοήθεια των επιλογών στο «Πλέγμα» («-», «+» και μέγεθος εικονοστοιχείων). Αυτό σημαίνει ότι δύο γειτονικά σημεία, σε οριζόντια ή κατακόρυφη διάταξη, απέχουν σε εικονοστοιχεία όσο δηλώνει το μέγεθος πλέγματος. Το εύρος της μεταβολής αρχίζει από 4 και τελειώνει σε 50. Κάθε σχήμα, όταν είναι ενεργοποιημένη η επιλογή «Δέσμευση», τοποθετείται αυτόματα στα σημεία του πλέγματος. Έτσι, οι μαθητές σχεδιάζουν το ζητούμενο σχήμα με απόλυτη ακρίβεια, όσο πυκνό και αν είναι το πλέγμα. Το περιβάλλον αυτό εμφανίζει τις ίδιες ιδιότητες με το τετραγωνικό πλέγμα, με τη διαφορά ότι εδώ μοναδιαίο σχήμα είναι το ισόπλευρο τρίγωνο και όχι το τετράγωνο.



2.3.1.4 Τετραγωνικό πλέγμα (γραμμές)

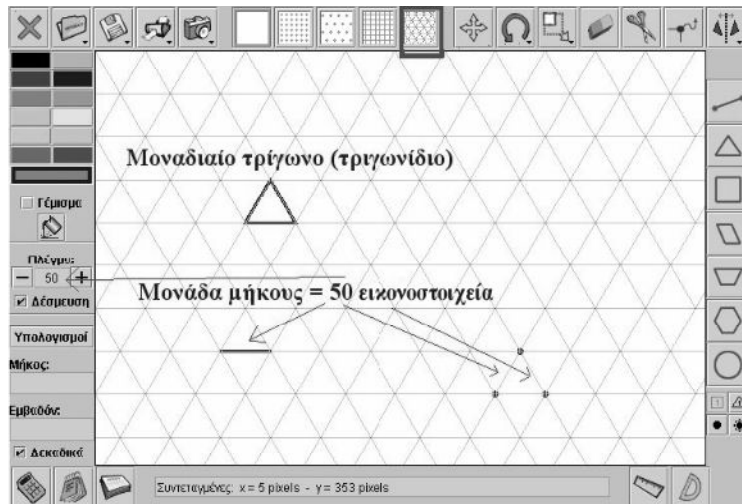
Η επιφάνεια «Τετραγωνικό πλέγμα (γραμμές)» εμφανίζει μία σειρά από γραμμές σε τετραγωνική διάταξη (σχηματίζουν τετράγωνα). Η πυκνότητα των γραμμών μεταβάλλεται με τη βοήθεια των επιλογών στο «Πλέγμα» («-», «+» και μέγεθος εικονοστοιχείων). Αυτό σημαίνει ότι δύο γειτονικά σημεία τομής



δύο γραμμών, σε οριζόντια ή κατακόρυφη διάταξη, απέχουν σε εικονοστοιχεία όσο δηλώνει το μέγεθος πλέγματος. Το εύρος της μεταβολής αρχίζει από 4 και τελειώνει σε 50 εικονοστοιχεία. Κάθε σχήμα, όταν είναι ενεργοποιημένη η επιλογή «Δέσμευση», τοποθετείται αυτόματα στα σημεία τομής των γραμμών του πλέγματος. Έτσι, οι μαθητές σχεδιάζουν το ζητούμενο σχήμα με απόλυτη ακρίβεια, όσο πυκνό και αν είναι το πλέγμα. Το περιβάλλον αυτό εμφανίζει τις ίδιες ιδιότητες με το τετραγωνικό πλέγμα (με κουκκίδες). Εκτός αυτού, τα τετραγωνίδια είναι σχεδιασμένα με τέτοιο τρόπο, ώστε οι μαθητές να υπολογίζουν με ευκολία το μήκος των πλευρών και το εμβαδόν των σχημάτων που δημιουργούν.

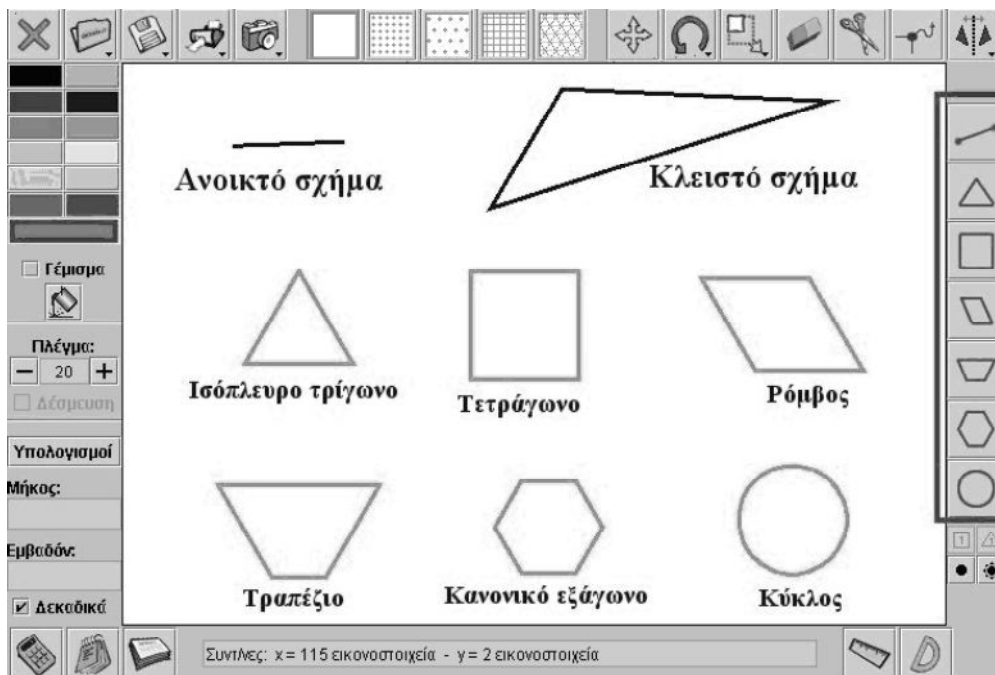
2.3.1.5 Τριγωνικό πλέγμα (γραμμές)

Η επιφάνεια «Τριγωνικό πλέγμα (γραμμές)» εμφανίζει μια σειρά από γραμμές σε τριγωνική διάταξη (οι τομές τους αποτελούν κορυφές ισόπλευρων τριγώνων). Η πυκνότητα των γραμμών μεταβάλλεται με τη βοήθεια των επιλογών στο «Πλέγμα» («-», «+» και μέγεθος εικονοστοιχείων). Αυτό σημαίνει ότι τα σημεία τομής δύο γειτονικών γραμμών, σε οριζόντια ή κατακόρυφη διάταξη, απέχουν σε εικονοστοιχεία όσο δηλώνει το μέγεθος πλέγματος. Το εύρος της μεταβολής αρχίζει από 4 και τελειώνει σε 50 εικονοστοιχεία. Κάθε σχήμα, όταν είναι ενεργοποιημένη η επιλογή «Δέσμευση», τοποθετείται αυτόματα στα σημεία τομής των γραμμών του πλέγματος. Έτσι, οι μαθητές σχεδιάζουν το ζητούμενο σχήμα με απόλυτη ακρίβεια, όσο πυκνό και αν είναι το πλέγμα. Το περιβάλλον αυτό εμφανίζει τις ίδιες ιδιότητες με το τριγωνικό πλέγμα με κουκκίδες.



2.3.2 Σχεδίαση σχημάτων στο γεωπίνακα

Στο γεωπίνακα ο χρήστης μπορεί να σχεδιάσει ανοικτά και κλειστά σχήματα ή να επιλέξει ένα από τα ήδη έτοιμα γεωμετρικά σχήματα.

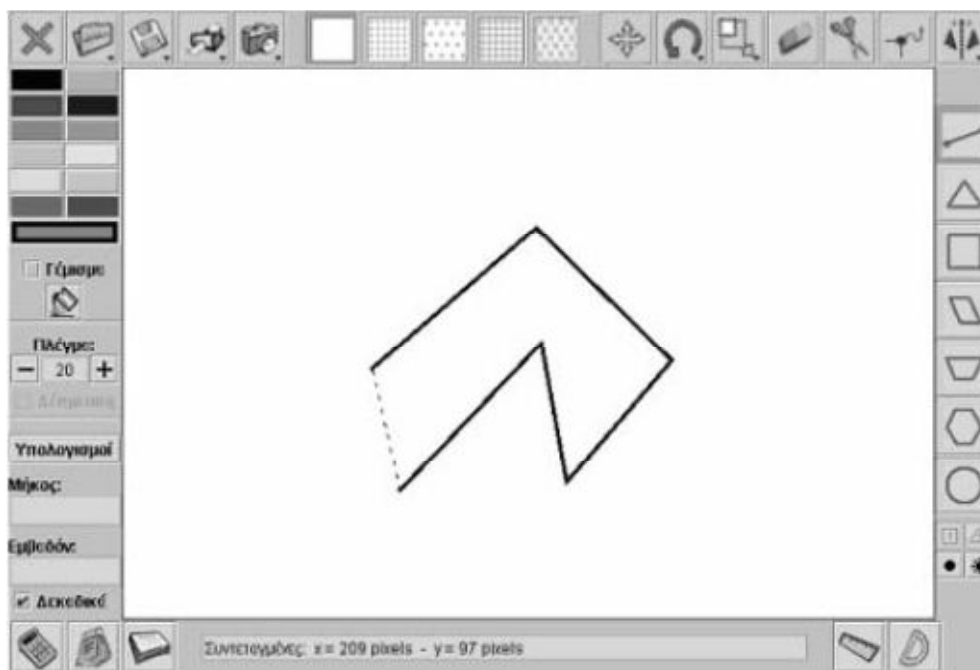


2.3.2.1 Σχεδίαση πολυγώνου

Επιλέξτε το εικονίδιο «Σχεδιασμός ευθύγραμμου τμήματος». Κατόπιν, με το αριστερό πλήκτρο επιλέξτε τα σημεία που θέλετε να αποτελούν τις κορυφές του σχήματός σας. Κάθε φορά, μία διακεκομμένη γραμμή θα σας δείχνει την τελευταία πλευρά ενός κλειστού πολυγώνου. Αυτή θα γίνει συνεχής, αν επιλέξετε την τελευταία κορυφή με το δεξί πλήκτρο του ποντικιού σας (δείτε το επόμενο σχήμα).

2.3.2.2 Σχεδίαση ευθύγραμμου τμήματος/τεθλασμένης γραμμής

Με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού επιλέξτε το πρώτο σημείο του ευθύγραμμου τμήματος και με το δεξί πλήκτρο το δεύτερο. Η σχεδίαση της τεθλασμένης γραμμής γίνεται με τη βοήθεια του ευθύγραμμου τμήματος και του εργαλείου «Μετακίνηση/δημιουργία κορυφών» (16).



2.3.2.3 Επιλογή έτοιμου σχήματος

Τα έτοιμα σχήματα του γεωπίνακα έχουν επιλεγεί με σκοπό να αποτελέσουν τη βάση για μελέτη απλών γεωμετρικών σχημάτων, όπως, επίσης, και για να χρησιμοποιηθούν ως μονάδες για τη δημιουργία σύνθετων σχημάτων. Με το ποντίκι σας μπορείτε να επιλέξετε ένα από τα έτοιμα σχήματα: ισόπλευρο τρίγωνο, τετράγωνο, ρόμβος, τραπέζιο, κανονικό εξαγώνο και κύκλος. Τα σχήματα αυτά τοποθετούνται σε οποιοδήποτε σημείο της επιφάνειας εργασίας, επιλέγοντας το σημείο αυτό με το δείκτη του ποντικιού. Το μέγεθός τους είναι προκαθορισμένο, αλλά μπορείτε να μεταβάλλετε τις πλευρές και τις κορυφές τους. Όταν στην επιφάνεια εργασίας έχει επιλεγεί ένα από τα πλέγματα, κάθε σχήμα τοποθετείται στα σημεία του πλέγματος. Η ιδιότητα αυτή δεν ισχύει αν επιλέξετε να μην υπάρχει δέσμευση του σχήματος στα σημεία του πλέγματος. Επίσης, δεν υπάρχει δέσμευση των σχημάτων στη λευκή επιφάνεια.

2.3.3 Χρωματισμός σχημάτων

Μπορείτε να επιλέξετε το χρώμα που επιθυμείτε να έχει το σχήμα σας, είτε εξαρχής είτε κατόπιν της σχεδίασης. Τα εργαλεία με τα οποία γίνεται επιλογή του χρώματος είναι τρία.

2.3.3.1 Η παλέτα χρωμάτων

Η παλέτα χρωμάτων (40) σας επιτρέπει να επιλέγετε το χρώμα που θα έχουν οι πλευρές ή το εσωτερικό του σχήματος που θα δημιουργήσετε.

Η επιλογή γίνεται ως εξής:

- Με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού επιλέγετε το χρώμα της περιμέτρου.
- Με το δεξί πλήκτρο του ποντικιού επιλέγετε το χρώμα για το εσωτερικό του σχήματος.

Τα επιλεγμένα χρώματα εμφανίζονται στο ειδικό πλαίσιο (39) κάτω από την παλέτα.

2.3.3.2 Γέμισμα

Όταν είναι ενεργοποιημένο το εργαλείο «Γέμισμα» (38), το εσωτερικό του σχήματος γεμίζει με το ήδη επιλεγμένο χρώμα. Αν δεν είναι ενεργοποιημένο, δεν εμφανίζεται χρώμα στο εσωτερικό του σχήματος.

2.3.3.3 Εφαρμογή χρωματισμού σε σχήμα

Για να αλλάξετε το χρώμα του σχήματος χρησιμοποιήστε την επιλογή «Εφαρμογή χρωματισμού σε σχήμα». Επιλέξτε το εικονίδιο (38) και στη συνέχεια το σχήμα που σας ενδιαφέρει. Αν είναι ενεργοποιημένο και το «Γέμισμα», θα μεταβληθεί και το χρώμα του εσωτερικού του σχήματος. Διαφορετικά, θα αλλάξει μόνο το χρώμα του περιγράμματος.

2.3.4 Μέτρηση σχημάτων

Ο γεωπίνακας σας δίνει τη δυνατότητα να μετράτε τα μήκη ευθύγραμμων τμημάτων, καθώς και τις πλευρές, τις περιμέτρους και τα εμβαδά διαφόρων σχημάτων.

2.3.4.1 Οι μονάδες μέτρησης στο γεωπίνακα

Στο γεωπίνακα οι μονάδες μέτρησης μήκους και εμβαδού καθορίζονται από το μέγεθος του πλέγματος που έχει επιλεγεί. Βασική μονάδα είναι το εικονοστοιχείο (pixel) το οποίο εκφράζει την απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών σημείων στην οθόνη του υπολογιστή, χρησιμοποιείται δε για την εισαγωγή συντεταγμένων στα σημεία της επιφάνειας εργασίας.

Το μέγεθος του πλέγματος καθορίζει τη μονάδα μέτρησης του μήκους και του εμβαδού των σχημάτων στην επιφάνεια εργασίας. Όταν το μέγεθος του πλέγματος είναι 20, τότε 20 μονάδες εικονοστοιχείων καθορίζουν τη μονάδα μέτρησης του μήκους ή τη μονάδα πλέγματος. Αυτό σημαίνει ότι ένα ευθύγραμμο τμήμα με μήκος 1 μονάδα πλέγματος, σε επιφάνεια μεγέθους 30, ισούται με 30 εικονοστοιχεία. Όταν το μέγεθος του πλέγματος είναι 20, το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος είναι 20 εικονοστοιχεία. Ομοίως, όταν το μέγεθος του πλέγματος είναι 40, το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος είναι 40 εικονοστοιχεία. Άρα, ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους 1 μονάδας, σε πλέγμα μεγέθους 40, είναι διπλάσιο από το ευθύγραμμο τμήμα μήκους 1 μονάδας, σε πλέγμα μεγέθους 20. Τέλος το εμβαδόν ενός σχήματος μετριέται σε τετραγωνικές μονάδες πλέγματος.

2.3.4.2 Η μέτρηση του μήκους, του εμβαδού και της γωνίας σε λευκή επιφάνεια

Στη λευκή επιφάνεια εργασίας το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος μετριέται είτε με το χάρακα (29) είτε με το εργαλείο «Υπολογισμοί» (36). Ο χάρακας χρησιμεύει στη μέτρηση του μήκους ενός ευθύγραμμου τμήματος, ενώ το εργαλείο «Υπολογισμοί» χρησιμοποιείται για τη μέτρηση του μήκους των τεθλασμένων γραμμών και της περιμέτρου ενός σχήματος.

Για τη μέτρηση του μήκους με το χάρακα επιλέγετε με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού σας το πρώτο σημείο και μετά το δεύτερο. Μία διακεκομμένη γραμμή, που συνδέει τα δύο σημεία επιλογής, «αισθητοποιεί» οπτικά την απόστασή τους και ταυτόχρονα εμφανίζει το μήκος της στην μπάρα πληροφοριών.

Για να μετρήσετε το μήκος μιας τεθλασμένης γραμμής, όπως, επίσης, την περίμετρο ή το εμβαδόν ενός σχήματος, επιλέξτε πρώτα το εργαλείο μέτρησης και κατόπιν το

σχήμα. Το αποτέλεσμα της μέτρησης εμφανίζεται αμέσως στον ειδικό χώρο για το μήκος και το εμβαδόν.

Η γωνία μετριέται με το «Μοιρογνωμόνιο» (28) σε μοίρες. Η μέτρηση γίνεται με την επιλογή της γωνίας μέσω τριών σημείων της. Πρώτα επιλέγεται η κορυφή της, μετά ένα σημείο της μιας πλευράς της και τέλος ένα σημείο της δεύτερης πλευράς της. Η επιλογή γίνεται με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού. Δύο διακεκομμένες γραμμές «αισθητοποιούν» τη γωνία και το άνοιγμά της. Το μοιρογνωμόνιο μπορεί να μετρά γωνίες από 0 έως 180°.

Τα αποτελέσματα των μετρήσεων μπορούν να εμφανίζονται είτε με ακέραιους είτε με δεκαδικούς αριθμούς, με δύο δεκαδικά ψηφία.

2.3.4.3 Η μέτρηση του μήκους και του εμβαδού σε επιφάνεια με τετραγωνικό πλέγμα

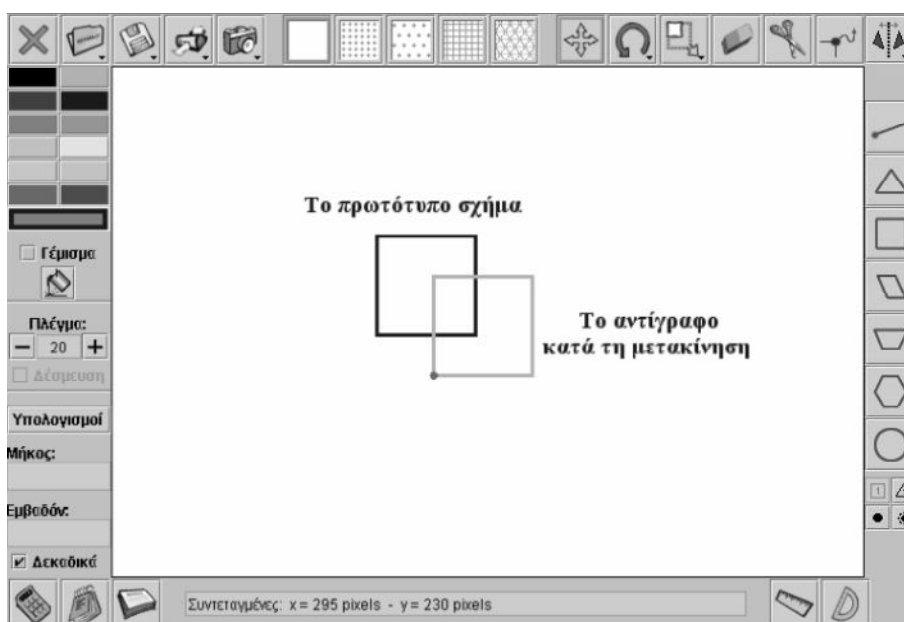
Εκτός των όσων ισχύουν στη λευκή επιφάνεια, στην επιφάνεια με τετραγωνικό πλέγμα μπορείτε να χρησιμοποιείτε τη μονάδα πλέγματος και οπτικά, μετρώντας το πλήθος όσων συνθέτουν το σχήμα. Το τετραγωνίδιο μπορεί, ακόμη, να χρησιμοποιηθεί για την οπτική μέτρηση του εμβαδού διαφόρων σχημάτων.

2.3.4.4 Η μέτρηση του μήκους και του εμβαδού σε επιφάνεια με τριγωνικό πλέγμα

Εκτός των όσων ισχύουν στη λευκή επιφάνεια, στην επιφάνεια με τριγωνικό πλέγμα μπορείτε να χρησιμοποιείτε τη μονάδα πλέγματος και οπτικά, μετρώντας το πλήθος όσων συνθέτουν το σχήμα. Το τριγωνίδιο μπορεί, ακόμη, να χρησιμοποιηθεί για την οπτική μέτρηση του εμβαδού διαφόρων σχημάτων.

2.3.5 Μετακίνηση σχήματος (11)

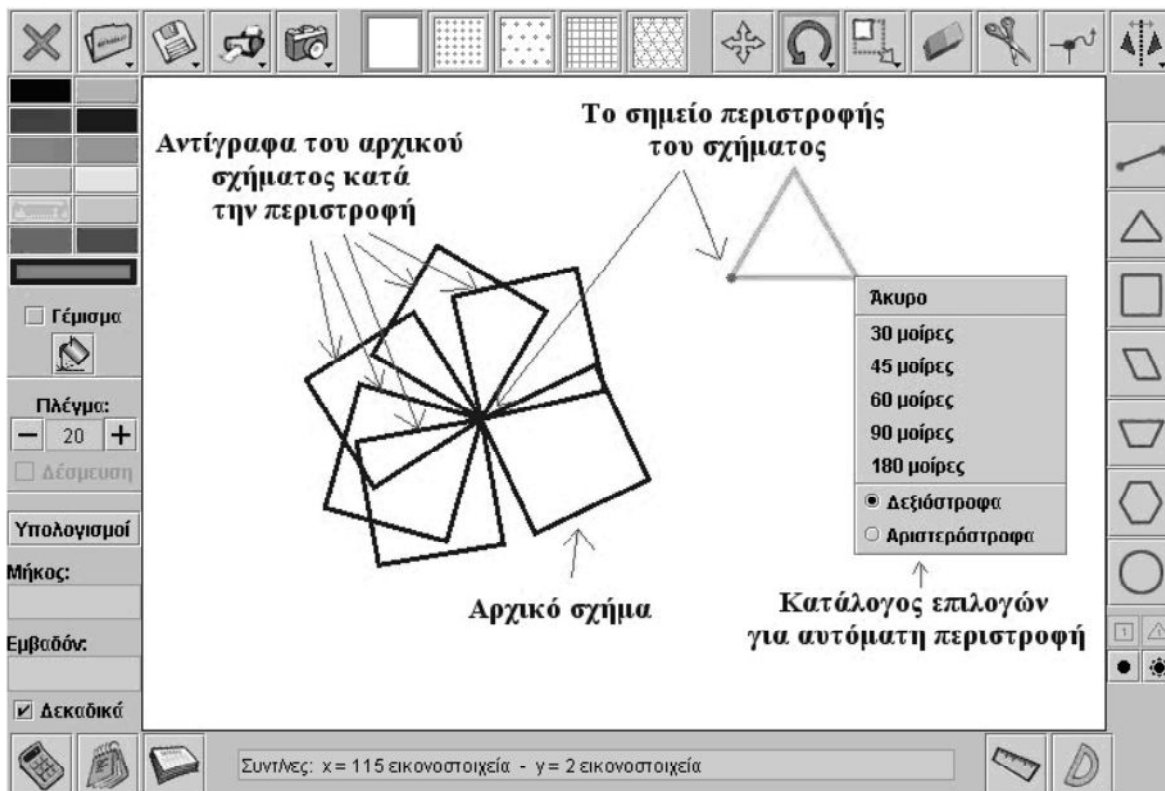
Με το εργαλείο «Μετακίνηση σχήματος» (11) μπορείτε να μετακινήσετε ελεύθερα ένα σχήμα στην επιφάνεια εργασίας. Όταν είναι επιλεγμένη η «Δέσμευση», τότε σε κάθε μετακίνηση οι κορυφές του σχήματος δεσμεύονται από τα πλησιέστερα σε αυτές σημεία του πλέγματος. Όταν έχετε πατημένο το πλήκτρο «Shift» του πληκτρολογίου, τότε κάθε μετακίνηση του σχήματος δημιουργεί ένα αντίγραφο του στη νέα θέση, διατηρώντας και το πρωτότυπο στην αρχική. Με αυτό τον απλό τρόπο έχετε τη δυνατότητα, κατά τη μετακίνηση ενός σχήματος, να δημιουργείτε πολλά αντίγραφα του. Ένα σχήμα επιλεγμένο εμφανίζεται με γαλάζιο χρώμα, όπως συμβαίνει στην παρακάτω εικόνα με το αντίγραφο του σχήματος.



2.3.6 Περιστροφή σχήματος (12)

Με το εργαλείο «Περιστροφή σχήματος» (12) μπορείτε να περιστρέψετε ένα σχήμα ελεύθερα και προς τις δύο κατευθύνσεις. Η περιστροφή του σχήματος συντελείται γύρω από ένα σημείο του, το οποίο γίνεται ορατό κάνοντας αριστερό κλικ πάνω στο σχήμα. Όταν έχετε πατημένο το πλήκτρο «Shift», κάθε περιστροφή του σχήματος δημιουργεί ένα αντίγραφο του στη νέα θέση, διατηρώντας και το πρωτότυπο στην αρχική. Με αυτό τον απλό τρόπο έχετε τη δυνατότητα, κατά την περιστροφή ενός σχήματος, να δημιουργείτε πολλά αντίγραφα του.

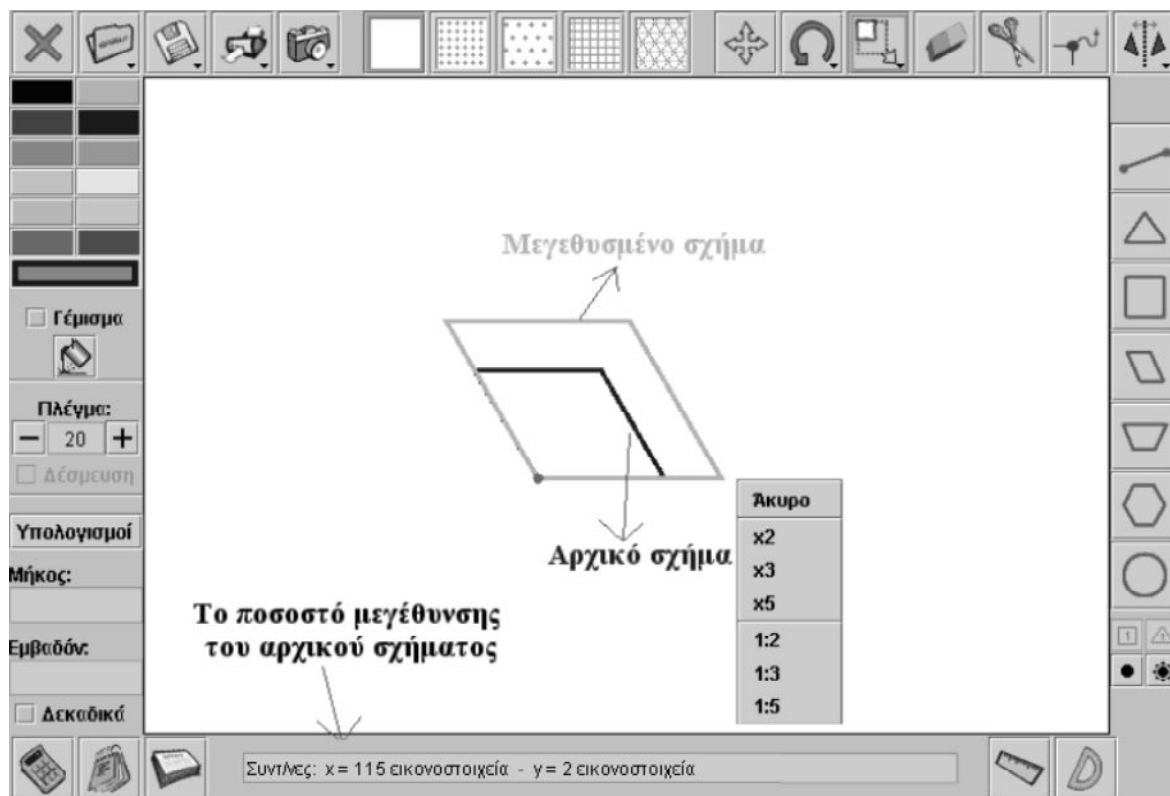
Εκτός από την ελεύθερη περιστροφή, ένα σχήμα μπορείτε να το περιστρέψετε αυτόματα, είτε δεξιόστροφα είτε αριστερόστροφα, κατά έναν ορισμένο αριθμό μοιρών, όπως καθορίζεται από τον κατάλογο επιλογών. Ο κατάλογος αυτός εμφανίζεται επιλέγοντας το εργαλείο «Περιστροφή σχήματος» και κάνοντας δεξί κλικ στο σχήμα. Η επιλογή μιας εντολής από τον κατάλογο γίνεται με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού.



2.3.7 Μεγέθυνση-σμίκρυνση σχήματος (13)

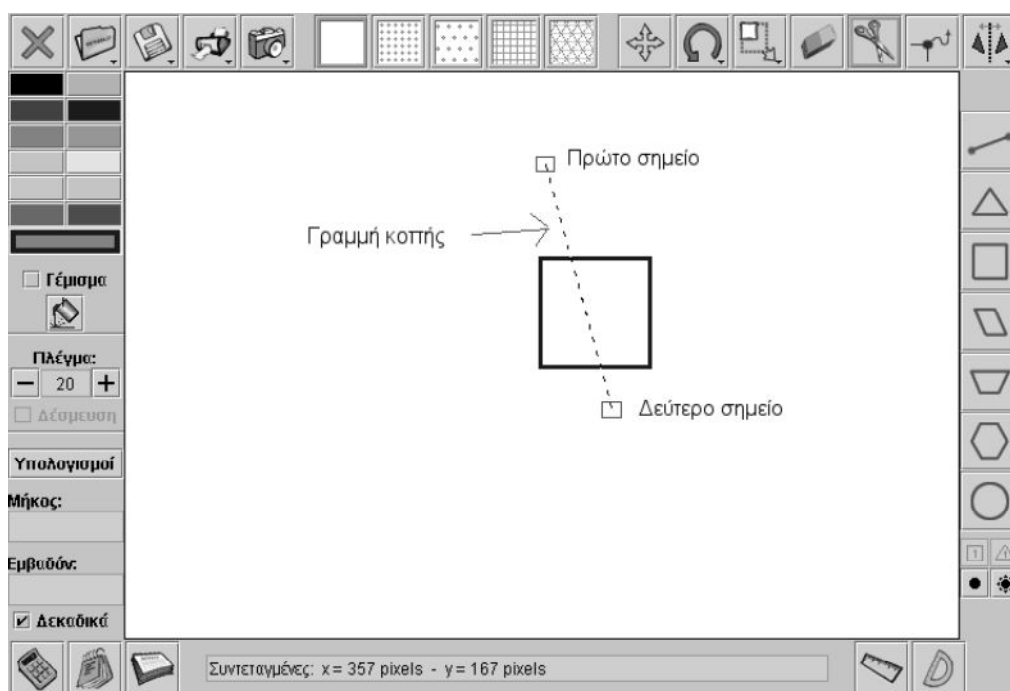
Με το εργαλείο «Αλλαγή μεγέθους» (13) μπορείτε να μεταβάλλετε το μέγεθος ενός σχήματος ελεύθερα και προς τις δύο κατευθύνσεις. Η μεταβολή στο μέγεθος του σχήματος συντελείται από ένα σημείο του, το οποίο γίνεται ορατό κάνοντας αριστερό κλικ πάνω στο σχήμα. Όταν έχετε πατημένο το πλήκτρο «Shift», κάθε μεταβολή του σχήματος δημιουργεί ένα αντίγραφο του στη νέα θέση, διατηρώντας το πρωτότυπο στην αρχική. Με αυτό τον απλό τρόπο έχετε τη δυνατότητα να δημιουργείτε πολλά σχήματα όμοια του αρχικού.

Εκτός από την ελεύθερη μεταβολή, ένα σχήμα μπορείτε να το μεταβάλλετε αυτόματα, είτε πολλαπλασιάζοντας είτε διαιρώντας το με ένα συγκεκριμένο αριθμό. Ο κατάλογος αυτός εμφανίζεται επιλέγοντας το εργαλείο «Μεταβολή σχήματος» και κατόπιν κάνοντας δεξί κλικ στο σχήμα. Η επιλογή μιας εντολής από τον κατάλογο γίνεται με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού.



2.3.8 Κόψιμο σχήματος (15)

Με το εργαλείο «Εργαλείο κοψίματος» (15) μπορείτε να κόψετε ένα σχήμα σε επιμέρους σχήματα. Η κύρια δουλειά στο σχήμα, το οποίο θέλετε να κόψετε, έχει να κάνει με την επιλογή της γραμμής κοπής. Για το λόγο αυτό επιλέγετε πρώτα, με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού σας, ένα σημείο της γραμμής κοπής και στη συνέχεια ένα δεύτερο. Η διακεκομμένη γραμμή που εμφανίζεται με επιλογή του πρώτου σημείου σας καθοδηγεί στο να εντοπίσετε ακριβώς τη γραμμή κοπής. Με επιλογή του δεύτερου σημείου οριστικοποιείται η γραμμή κοπής και το σχήμα κόβεται.

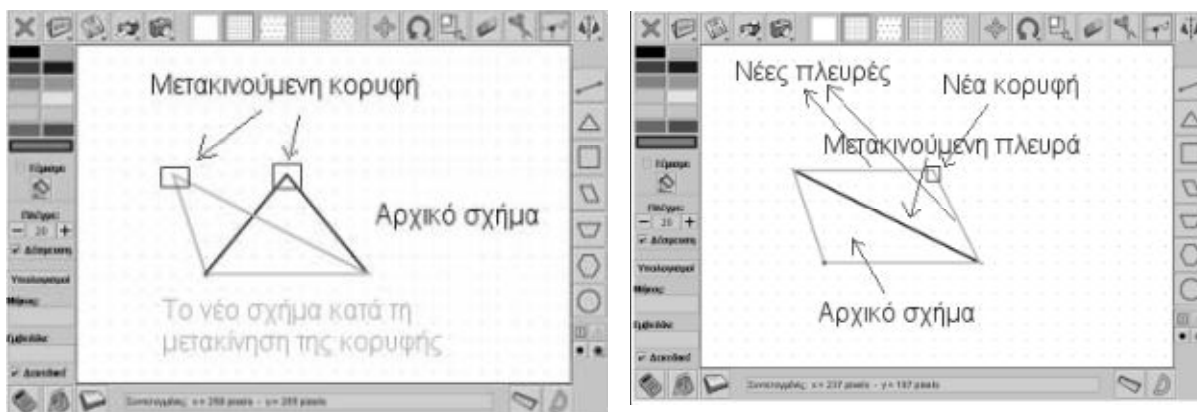


Το εργαλείο αυτό είναι πολύ χρήσιμο για τη μελέτη γεωμετρικών σχημάτων, αλλά και για την προσέγγιση των εννοιών εκείνων που σχετίζονται με την έννοια του κλάσματος, του λόγου και του ρητού αριθμού.

2.3.9 Το τέντωμα κορυφής/πλευράς σχήματος (16)

Στο γεωπίνακα έχετε τη δυνατότητα να χειρίζεστε ένα σχήμα με διάφορους τρόπους. Ήδη μιλήσαμε για τη μετακίνηση, την περιστροφή, τη μεγέθυνση και το κόψιμο ενός σχήματος. Το εργαλείο «Τέντωμα κορυφής/πλευράς σχήματος» προσομοιώνει τον κλασικό γεωπίνακα όταν χρησιμοποιείται σε τετραγωνικό πλέγμα με κουκκίδες. Οι μαθητές μπορούν με τη βοήθειά του να σχεδιάζουν κλειστά ευθύγραμμα σχήματα και κατόπιν να τα μετασχηματίζουν όπως επιθυμούν.

Με το εργαλείο αυτό μπορείτε να μετακινήσετε (τεντώσετε) μία από τις κορυφές ενός σχήματος, χωρίς, όμως, να μεταβάλλετε τις χαρακτηριστικές του ιδιότητες (το πλήθος των πλευρών του). Το γεγονός αυτό σας δίνει τη δυνατότητα να παρατηρήσετε τον τρόπο μεταβολής των υπόλοιπων ιδιοτήτων και χαρακτηριστικών ενός σχήματος, π.χ. ενός τριγώνου (ύψος, εμβαδόν, περίμετρος, γωνίες, μήκη πλευρών κτλ.). Ακόμη, μπορείτε να τεντώσετε μια πλευρά του και να την τοποθετήσετε σε ένα ελεύθερο σημείο, δημιουργώντας έτσι μία νέα κορυφή. Με τη μέθοδο αυτή μπορείτε να μεταβάλλετε το είδος του σχήματος και να μελετήσετε τον τρόπο μεταβολής των χαρακτηριστικών του (π.χ. πόσα διαφορετικά σχήματα έχουν το ίδιο εμβαδόν ή πόσα διαφορετικά σχήματα περικλείουν τον ίδιο αριθμό σημείων του πλέγματος ή ποια σχέση έχει το εμβαδόν και η περίμετρος του σχήματος με τα εσωτερικά σημεία του πλέγματος, θεώρημα Pick κτλ.).



2.3.10 Κατοπτρισμός σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας (17)

Με το εργαλείο «Κατοπτρισμός σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας» (17) μπορείτε να ορίσετε ως άξονα συμμετρίας μία γραμμή και να βρείτε το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς αυτόν.

Η διαδικασία έχει ως εξής: Μόλις ο μαθητής επιλέξει το εργαλείο, εμφανίζεται μια διακεκομμένη γραμμή η οποία αποτελεί τον αρχικό άξονα συμμετρίας. Αν επιλέξει ένα σχήμα, αυτό θα μετακινηθεί στο συμμετρικό του ως προς τον άξονα συμμετρίας. Αν επιλέξει το σχήμα με πατημένο το πλήκτρο «Shift», θα δημιουργηθεί ένα αντίγραφο του σχήματος, το οποίο και θα αποτελεί το συμμετρικό του ως προς τον άξονα συμμετρίας.

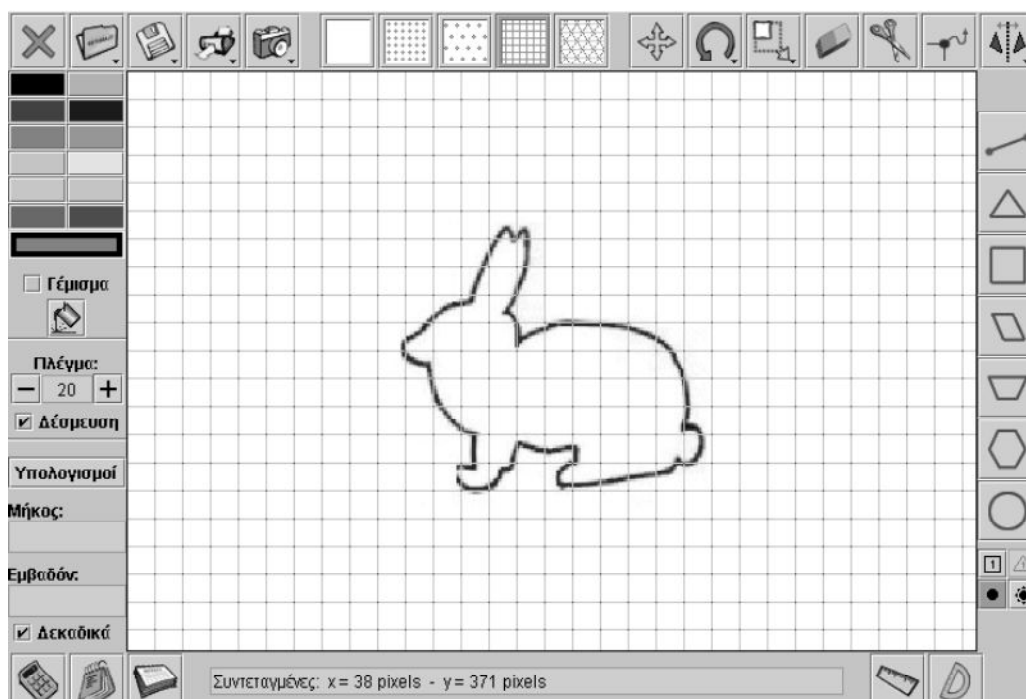
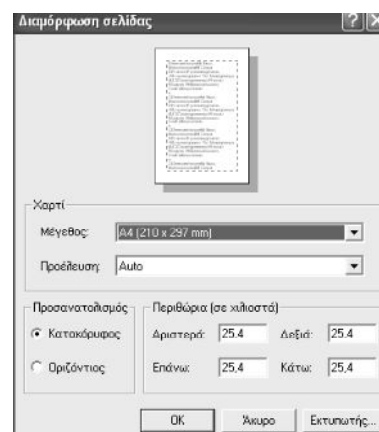
Ο μαθητής μπορεί να ορίσει άλλο άξονα συμμετρίας ως εξής: Αφού επιλέξει το εικονίδιο «Κατοπτρισμός σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας», στη συνέχεια επιλέγει άλλη μια φορά το ίδιο εικονίδιο με δεξί πλήκτρο του ποντικιού του. Θα εμφανιστεί ένας κατάλογος με δύο επιλογές. Η επιλογή «Ορισμός άξονα συμμετρίας» του επιτρέπει να ορίσει το δικό του άξονα συμμετρίας, επιλέγοντας δύο σημεία του. Δηλαδή, επιλέγει με το αριστερό πλήκτρο το πρώτο σημείο και στη συνέχεια το δεύτερο. Η διακεκομμένη γραμμή, που θα εμφανιστεί, τον κατευθύνει στο να ορίσει το δεύτερο σημείο με μεγαλύτερη ακρίβεια.

2.3.11 Τα μοναδιαία σχήματα (25)

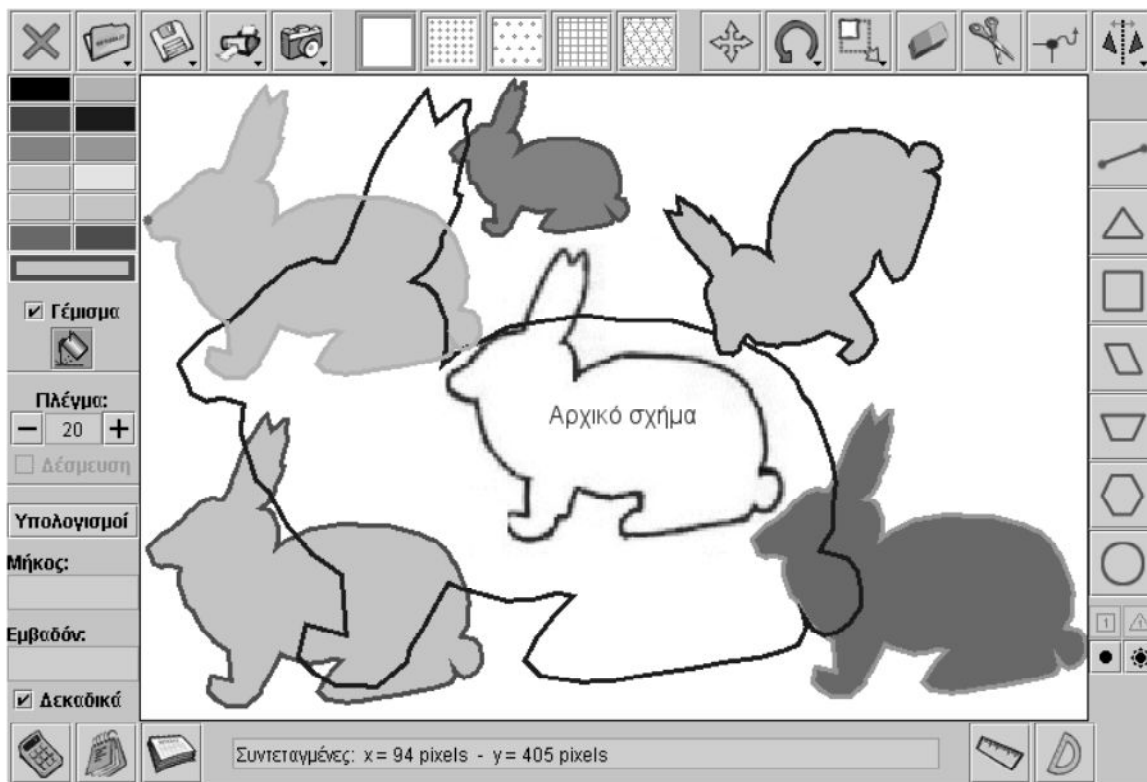
Στο γεωπίνακα υπάρχει το μοναδιαίο τετραγωνίδιο και το μοναδιαίο τριγωνίδιο, με τα οποία ο χρήστης μπορεί να καλύψει τα δύο είδη πλέγματος: τετραγωνικό ή τριγωνικό, με γραμμές ή κουκκίδες. Σε τετραγωνικό πλέγμα μπορεί να επιλέξει το μοναδιαίο τετραγωνίδιο και να καλύπτει με ακρίβεια περιοχές της επιφάνειας εργασίας. Αντίστοιχα, σε τριγωνικό πλέγμα μπορεί να επιλέξει το μοναδιαίο τριγωνίδιο. Το μέγεθος των μοναδιαίων σχημάτων καθορίζεται από το μέγεθος του πλέγματος το οποίο προσαρμόζεται στις διάφορες μεταβολές. Τα μοναδιαία σχήματα είναι χρήσιμα στη μελέτη του εμβαδού ενός σχήματος, ενώ μπορούν να χρησιμοποιηθούν και ως δομικά στοιχεία για τη δημιουργία σύνθετων σχημάτων.

2.3.12 Βοηθητικά εργαλεία

- Καθαρισμός επιφάνειας εργασίας (1): Με το πλήκτρο αυτό καθαρίζετε την επιφάνεια εργασίας.
- Σβήσιμο σχήματος (14): Με το πλήκτρο αυτό σβήνετε ένα σχήμα από την επιφάνεια εργασίας.
- Αποθήκευση (3): Με το πλήκτρο αυτό αποθηκεύετε την εργασία σας στο φάκελο «Τα έγγραφά μου», στο σκληρό δίσκο του υπολογιστή σας. Τα αρχεία του γεωπίνακα αποθηκεύονται με το όνομα «xxx.gda».
- Ανάκτηση (2): Με το πλήκτρο αυτό κάνετε ανάκτηση στον υπολογιστή σας ενός αποθηκευμένου αρχείου του γεωπίνακα.
- Εκτύπωση (4): Με το πλήκτρο αυτό εκτυπώνετε την επιφάνεια εργασίας του γεωπίνακα. Το παράθυρο που ανοίγει σας επιτρέπει να διαμορφώσετε τη σελίδα εκτύπωσης.
- Άνοιγμα εικόνας (5): Με το πλήκτρο αυτό τοποθετείτε μία εικόνα στην επιφάνεια εργασίας. Το παράθυρο διαλόγου που ανοίγει σας επιτρέπει να ανοίξετε μια εικόνα από κάποιο τοπικό αρχείο του υπολογιστή σας. Η εικόνα αυτή τοποθετείται στο κέντρο της επιφάνειας εργασίας και δεν είναι επεξεργάσιμη – ο χρήστης δεν μπορεί να τη χειριστεί όπως τα γεωμετρικά σχήματα που δημιουργεί στην επιφάνεια εργασίας. Μπορεί μόνο να μετρήσει την εικόνα ή να σχεδιάσει πάνω σε αυτή, στην επιφάνεια εργασίας του γεωπίνακα.



Επίσης, μπορεί να κάνει ένα σχέδιο με το εργαλείο «Σχεδιασμός ευθυγράμμου τμήματος» και κατόπιν να το χειριστεί ως γεωμετρικό σχήμα – να μεταβάλλει το μέγεθός του, να το χρωματίσει, να το περιστρέψει κτλ.



2.4 Μαθησιακές δυνατότητες στο τοπικό λογισμικό

Ο γεωπίνακας είναι ένα υπολογιστικό περιβάλλον το οποίο μπορεί να υποστηρίξει την εκμάθηση εννοιών και σχέσεων σε διάφορες περιοχές των Μαθηματικών.

2.4.1 Γεωμετρία

Οι μαθητές μπορούν να μετέχουν σε δραστηριότητες αναγνώρισης και μελέτης των ιδιοτήτων βασικών γεωμετρικών σχημάτων. Συγκεκριμένα εξετάζουν τις ιδιότητες εκείνες που αφορούν:

- Την αναγνώριση των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων.
- Την κατάταξη των σχημάτων αυτών σύμφωνα με τις γωνίες και τις διαγωνίες τους.
- Τη μελέτη (αναγνώριση, κατάταξη) των σχημάτων σύμφωνα με τις ιδιοτήτες τους (επίπεδα VAN HIELE).
- Τη μέτρηση των σχημάτων (μέτρηση πλευρών, γωνιών, περιμέτρου και εμβαδού).
- Τη μελέτη των μετασχηματισμών των σχημάτων (μεγέθυνση-σμίκρυνση, περιστροφή, συμμετρία, μεταβολή των κορυφών και των πλευρών).
- Την προσέγγιση γεωμετρικών εννοιών και σχέσεων, όπως αυτή της ισότητας, της ομοιότητας, της συμμετρίας ως προς άξονα, του μήκους και του εμβαδού.
- Την ανάπτυξη συμβολισμών και ορολογίας για τις γεωμετρικές έννοιες, ιδιότητες και σχέσεις.
- Την ανάπτυξη ιδεών σχετικών με ένα σύστημα συντεταγμένων.

2.4.2 Αριθμητική – Άλγεβρα

Η μέτρηση ενός επίπεδου σχήματος, σε συνδυασμό με άλλες λειτουργικότητες του γεωπίνακα, επιτρέπει στους μαθητές να προσεγγίσουν αριθμητικές και αλγεβρικές

έννοιες, όπως τα κλάσματα και οι λόγοι. Κυρίως, δε, μεταξύ των θεμάτων, μπορούν να μετέχουν σε καταστάσεις που αφορούν:

- Την έννοια του κλάσματος, αφού μπορούν να κόψουν ένα σχήμα σε μέρη των οποίων η μεταξύ τους σχέση, καθώς και η σχέση καθενός με το αρχικό σχήμα, προσδιορίζεται οπτικά ή με μέτρηση.
- Την έννοια του κλάσματος μέσω διακριτών ποσοτήτων, αφού με τη βοήθεια μοναδιαίων και απλών σχημάτων μπορούν να συνθέσουν σύνθετα σχήματα που να ικανοποιούν μία σχέση (π.χ. τέσσερα μοναδιαία τετράγωνα μπορούν να συνθέσουν το αμέσως μεγαλύτερο τετράγωνο και έτσι το ένα να αντιστοιχεί στο $1/4$ του άλλου).
- Την έννοια του λόγου, αφού τους δίνεται η δυνατότητα να κάνουν μεγέθυνση ή σμίκρυνση ενός σχήματος είτε βασιζόμενοι σε ένα συγκεκριμένο συντελεστή είτε με το χέρι και τη βοήθεια της μέτρησης.
- Την έννοια του ρητού αριθμού μέσω της ισοδυναμίας των κλασμάτων.
- Την έννοια των πρώτων και σύνθετων αριθμών.

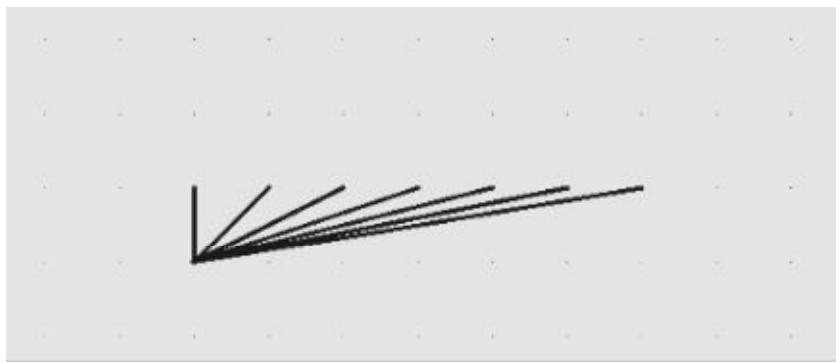
2.4.3 Μοτίβα

Ο γεωπίνακας μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές σε καταστάσεις προσδιορισμού των σχέσεων που εμφανίζονται σε επαναληπτικές διαδικασίες κατασκευών με γεωμετρικά σχήματα, γεγονός που τους επιτρέπει να διατυπώνουν κανόνες για τις σχέσεις μεταξύ των περιμέτρων και των εμβαδών σχημάτων τα οποία προέρχονται από απλούστερα σχήματα, μέσω επαναληπτικών διαδικασιών, μέσω του αθροίσματος των γωνιών πολυγώνων κτλ.

2.4.4 Ενδεικτικά παραδείγματα

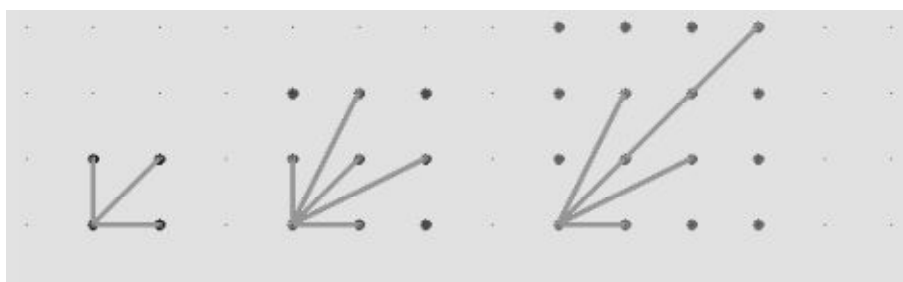
2.4.4.1 Παράδειγμα 1

Στο γεωπίνακα, σε τετραγωνικό πλέγμα με κουκκίδες, το ευθύγραμμο τμήμα ορίζεται από δύο σημεία, σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα.

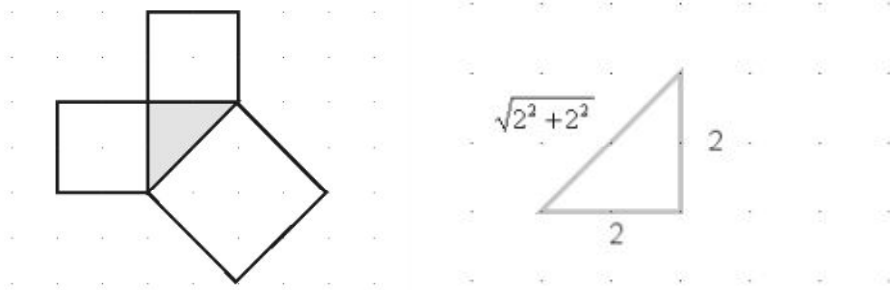


Θέματα διερεύνησης

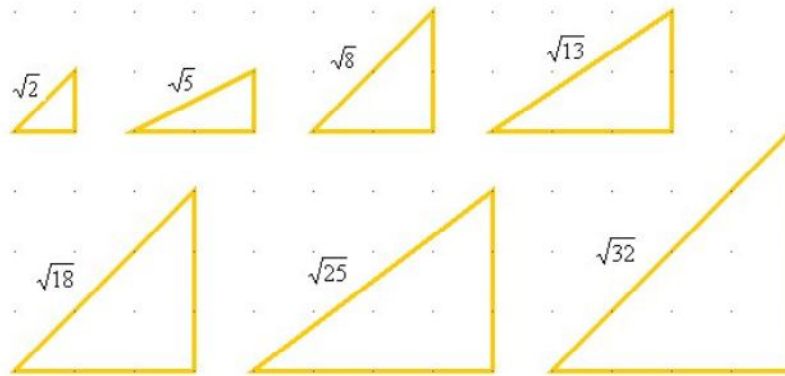
1. Πόσα σημεία του γεωπίνακα μπορούν να συμπεριλαμβάνονται σε ένα ευθύγραμμο τμήμα (συνευθειακά σημεία);
2. Ποιο ευθύγραμμο τμήμα έχει το μεγαλύτερο μήκος (σύγκριση ευθυγράμμων τμημάτων που έχουν σχεδιαστεί να περιλαμβάνουν δύο μόνο σημεία του πλέγματος);
3. Πόσα ευθύγραμμο τμήματα μπορούν να σχεδιαστούν σε μια περιοχή του γεωπίνακα η οποία ορίζεται από: (α) 2×2 σημεία, (β) 3×3 σημεία και (γ) 4×4 σημεία;



4. Πόσα ευθύγραμμα τμήματα, ίσα με τη διαγώνιο ενός τετραγώνου 2 x 2, μπορείτε να σχεδιάσετε στο γεωπίνακα;
5. Πόσα ευθύγραμμα τμήματα, ίσα με τη διαγώνιο ενός ορθογωνίου 3 x 4, μπορείτε να σχεδιάσετε στο γεωπίνακα;
6. Πόσο είναι το μήκος της διαγωνίου ενός τετραγώνου 4 x 4, με μονάδα μέτρησης το ελάχιστο ευθύγραμμο τμήμα που ορίζουν δύο σημεία του γεωπίνακα (Πυθαγόρειο Θεώρημα);

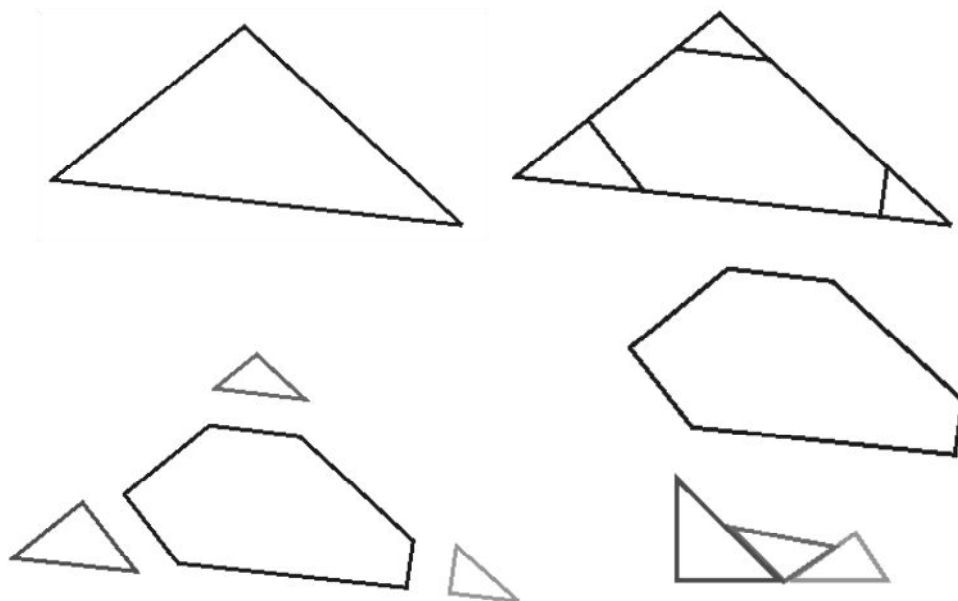


7. Τετραγωνικές ρίζες αριθμών μέσω του Πυθαγορείου Θεωρήματος.



2.4.4.2 Παράδειγμα 2

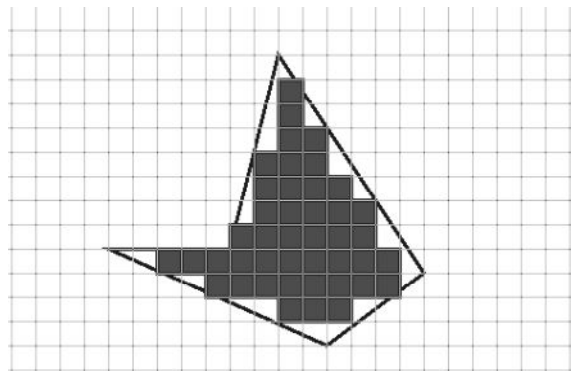
Στο γεωπίνακα, σε λευκή επιφάνεια εργασίας, το άθροισμα των γωνιών ενός πολυγώνου μπορεί να προσδιοριστεί με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου, αλλά και τη βοήθεια του κοψίματος.



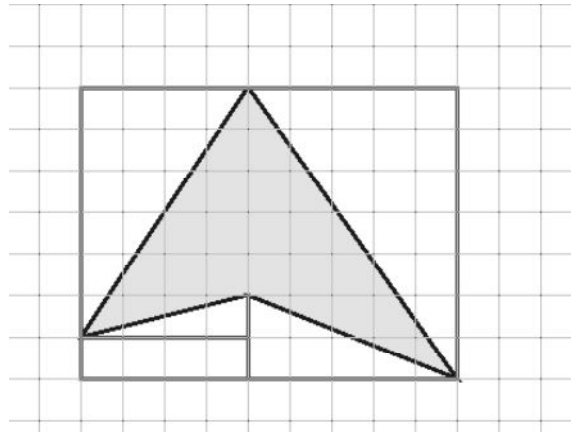
Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου σε τέσσερις φάσεις.

2.4.4.3 Παράδειγμα 3

Το εμβαδόν ενός πολυγώνου μπορεί να προσδιοριστεί με τη βοήθεια των μοναδιαίων τετραγώνων. Οι μαθητές γεμίζουν ένα σχήμα με τετραγωνίδια και υπολογίζουν κατά προσέγγιση το πλήθος αυτών.



Μπορούν, επίσης, να χρησιμοποιήσουν απλούστερα σχήματα και, αφού, υπολογίσουν το εμβαδόν τους, να προχωρήσουν στον υπολογισμό του εμβαδού ενός σύνθετου σχήματος.



Μπορούν, τέλος, να χρησιμοποιήσουν τον αυτόματο υπολογισμό, με σκοπό να εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με το εμβαδόν διαφόρων σχημάτων και τους παράγοντες που το επηρεάζουν, όπως, επίσης, και για τη σχέση μεταξύ εμβαδού και περιμέτρου.

2.4.4.4 Τα σημεία του γεωπίνακα σε σχέση με τα σχήματα

Οι μαθητές μπορούν να ερευνήσουν το πλήθος των σημείων που ανήκουν στην περίμετρο και στο εσωτερικό των σχημάτων και να το συνδέσουν με το εμβαδόν τους (Θεώρημα Pick).

Έστω P ένα πολύγωνο στο τετραγωνικό πλέγμα. Αν υπάρχουν $I(P)$ σημεία του πλέγματος στο εσωτερικό του P και $B(P)$ σημεία του πλέγματος στην περιμέτρώ του, ενώ $A(P)$ συμβολίζει το εμβαδόν του P , τότε ισχύει:

$$A(P) = I(P) + \frac{B(P)}{2} - 1$$

Επίσης, μπορούν να συνδέσουν τα γεωμετρικά σχήματα με το πλήθος των σημείων του γεωπίνακα που υπάρχουν στο εσωτερικό τους.

1. Πόσα σχήματα με ένα σημείο στο εσωτερικό τους μπορείτε να εντοπίσετε;



2. Πόσα σχήματα χωρίς κάποιο σημείο στο εσωτερικό τους μπορείτε να εντοπίσετε;

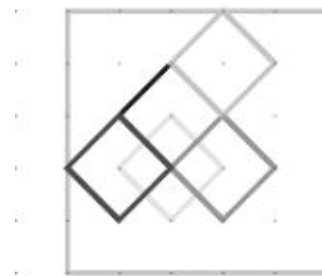
3. Πόσα σχήματα με δύο σημεία στο εσωτερικό τους μπορείτε να εντοπίσετε;

Τέλος, μπορούν να εξετάσουν τη σχεδίαση τετραγώνων στο γεωπίνακα, σε τετραγωνικό πλέγμα με κουκκίδες, σε σχέση με το πλήθος ή τη θέση τους.

1. Πόσα τετράγωνα μπορείτε να σχεδιάσετε σε μία τετράγωνη περιοχή του γεωπίνακα, η οποία ορίζεται από 2×2 σημεία του;

2. Πόσα τετράγωνα μπορείτε να σχεδιάσετε σε μία τετράγωνη περιοχή του γεωπίνακα, η οποία ορίζεται από 3×3 σημεία του;

3. Πόσα τετράγωνα μπορείτε να σχεδιάσετε σε μία τετράγωνη περιοχή του γεωπίνακα, η οποία ορίζεται από 5 x 5 σημεία του πον, όμως, δεν έχουν πλευρές παράλληλες προς τις πλευρές της περιοχής;



2.4.4.5 «Πολυόμινα» και «Πολυόμιντα» στο γεωπίνακα

Ένα ακόμα ενδιαφέρον θέμα του γεωπίνακα είναι τα «πολυόμινα» (polyominoes), που συνδυάζουν τετραγωνικές μονάδες, και τα «πολυόμιντα» (polyiamonds) που συνδυάζουν τριγωνικές μονάδες (ισόπλευρα τρίγωνα).

Τα πολυόμινα είναι σχήματα τα οποία δημιουργούνται από έναν αριθμό μοναδιαίων τετραγώνων συνδεδεμένων μεταξύ τους με τρόπο που να ικανοποιεί τις εξής απαιτήσεις:

- Δύο τετράγωνα πρέπει να συνδέονται με μία κοινή πλευρά.
- Όλα τα τετράγωνα πρέπει να έχουν το ίδιο εμβαδόν.
- Δύο πολυόμινα είναι ίδια, όταν το ένα προκύπτει από το άλλο με μεταφορά, περιστροφή ή συμμετρία ως προς άξονα.

Ανάλογα με το πλήθος των τετραγωνιδίων που χρησιμοποιούνται, τα πολυόμινα χωρίζονται σε: δυόμινα, τριόμινα, τετραόμινα, πεντόμινα κτλ.

Τα θέματα στα οποία καλούνται οι μαθητές να μετέχουν είναι δύο:

- Να βρουν πόσα διαφορετικά πολυόμινα ενός είδους μπορούν να σχεδιάσουν.
- Να καλύψουν μία περιοχή με διαφορετικά πολυόμινα ενός είδους.

Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι υπάρχουν μόνο: 1 δυόμινο, 2 τριόμινα, 5 τετραόμινα και 12 πεντόμινα.

Τα «πολυόμιντα» είναι σχήματα που δημιουργούνται από συνδεδεμένα ισόπλευρα τρίγωνα. Οι απαιτήσεις είναι ίδιες με των πολυόμινων:

- Δύο τρίγωνα πρέπει να συνδέονται με μία κοινή πλευρά.
- Όλα τα τρίγωνα πρέπει να έχουν το ίδιο εμβαδόν.
- Δύο πολυόμιντα είναι ίδια, όταν το ένα προκύπτει από το άλλο με μεταφορά, περιστροφή ή συμμετρία ως προς άξονα

Ανάλογα με το πλήθος των τριγωνιδίων που χρησιμοποιούνται, τα πολυόμιντα χωρίζονται σε: δυόμιντα, τριόμιντα, τετραόμιντα, πεντόμιντα κτλ.

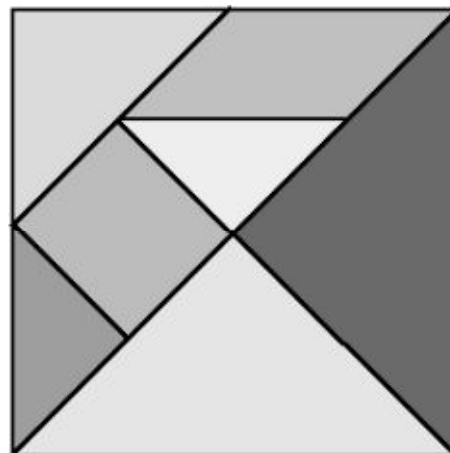
Τα θέματα στα οποία καλούνται οι μαθητές να μετέχουν είναι δύο.

- Να βρουν πόσα διαφορετικά πολυόμιντα ενός είδους μπορούν να σχεδιάσουν.
- Να καλύψουν μία περιοχή με διαφορετικά πολυόμιντα ενός είδους.

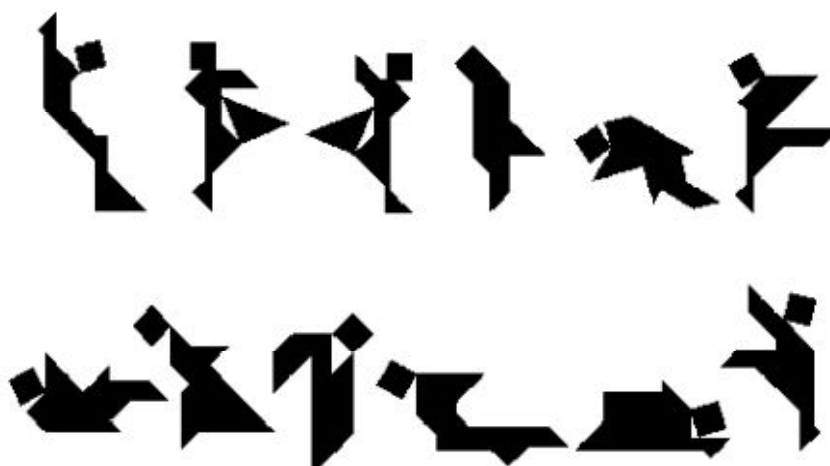
Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι υπάρχουν μόνο: 1 δυόμιντο, 1 τριόμιντο, 3 τετραόμιντα και 4 πεντόμιντα.

2.4.4.6 «Τανγκράμ» στο γεωπίνακα

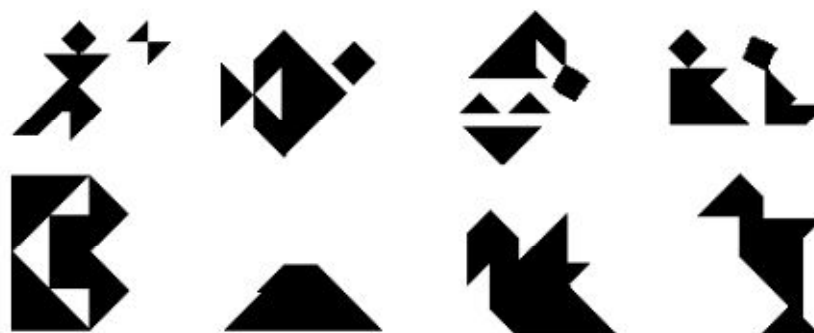
Μία άλλη διάσημη κατηγορία δραστηριοτήτων είναι αυτή των «τανγκράμ», η οποία προέρχεται από την Κίνα. Ο μαθητής καλείται να συνδυάσει τα επτά διπλανά σχήματα, προκειμένου να κατασκευάσει διάφορες μορφές. Όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα, τα κομμάτια αυτά προέρχονται από την κατάλληλη διαίρεση ενός τετραγώνου.



Από το συνδυασμό των επτά αυτών κομματιών μπορούν, για παράδειγμα, να προκύψουν διάφορες χορευτικές φιγούρες, όπως:



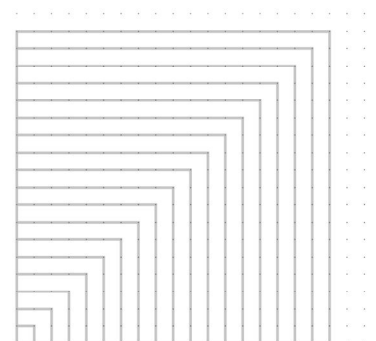
Καθώς και μια σειρά από διάφορες άλλες φιγούρες:



2.4.4.7 Μοτίβα στο γεωπίνακα

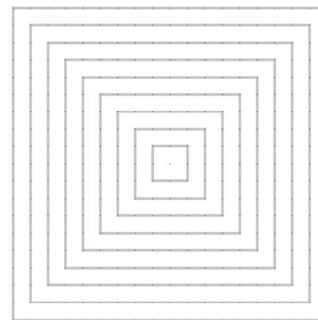
Οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν τον παρακάτω πίνακα με τη βοήθεια των τετραγώνων τα οποία θα δημιουργήσουν στο γεωπίνακα, σύμφωνα με την παρακάτω εικόνα, και να εκφράσουν τη σχέση που συνδέει τα μεγέθη του πίνακα.

Στο τετραγωνικό πλέγμα με κουκκίδες οι μαθητές μπορούν να προσεγγίσουν τους τετράγυνους αριθμούς και τις ιδιότητές τους.



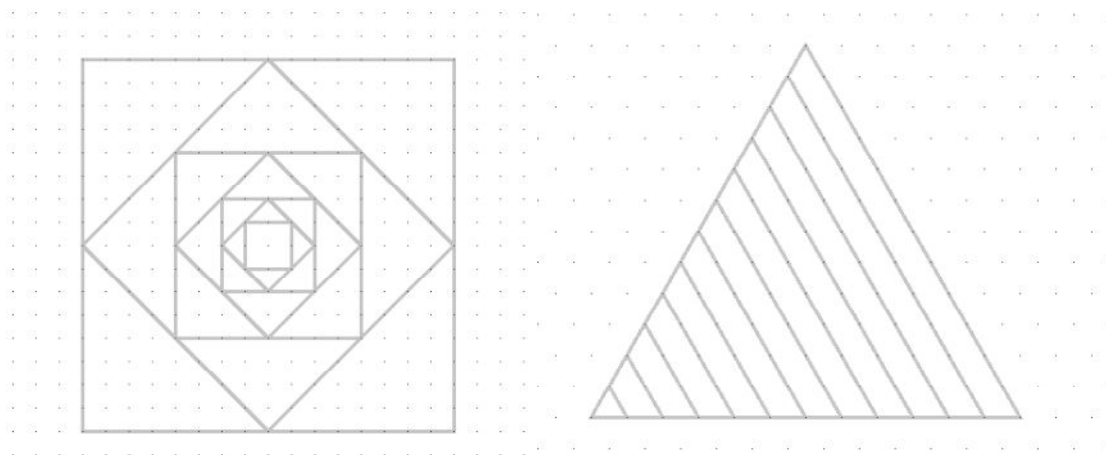
Μήκος πλευράς σε μονάδες πλέγματος	1	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
Εμβαδόν	2											
Αριθμός σημείων πλέγματος στην περίμετρο	4											
Αριθμός σημείων πλέγματος στο εσωτερικό του τετραγώνου	0											

Οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν τον παρακάτω πίνακα με τη βοήθεια των τετραγώνων τα οποία θα δημιουργήσουν στο γεωπίνακα, σύμφωνα με τη διπλανή εικόνα.



Μήκος πλευράς σε μονάδες πλέγματος	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Εμβαδόν	4											
Αριθμός σημείων πλέγματος στην περίμετρο	8											
Αριθμός σημείων πλέγματος στο εσωτερικό του τετραγώνου	1											

Ανάλογα θέματα μπορούν να προσδιοριστούν με βάση τα παρακάτω σχήματα.

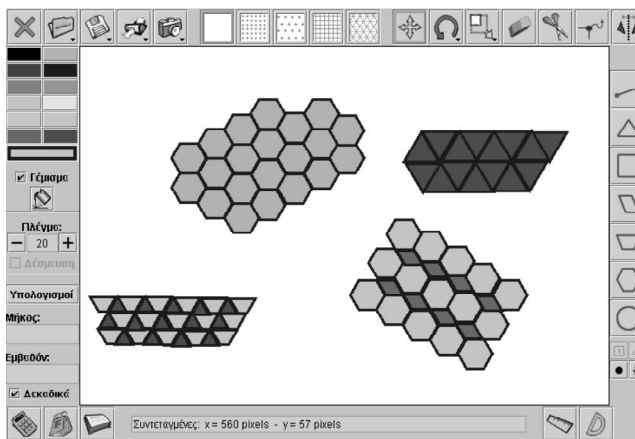


Στο τριγωνικό πλέγμα με κουκκίδες, οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τους τρίγωνους αριθμούς και τις ιδιότητές τους.

2.4.4.8 Κάλυψη επιπέδου

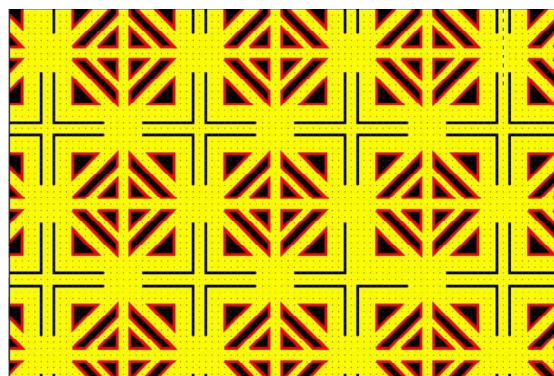
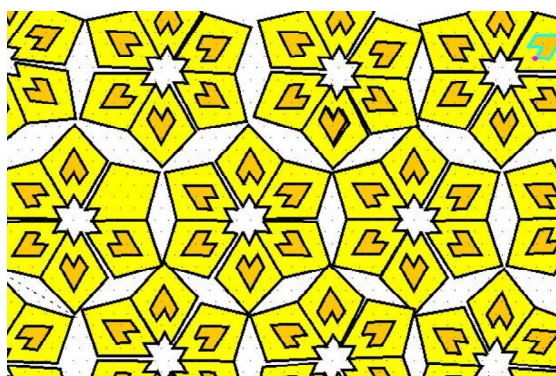
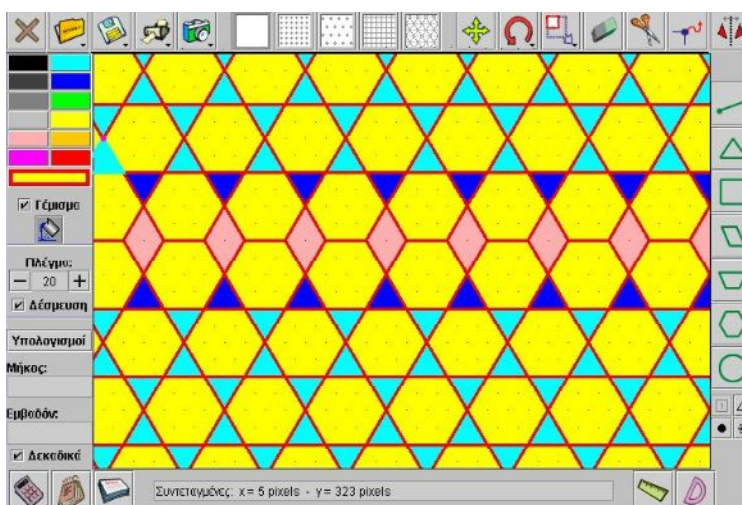
Τα έτοιμα σχήματα του γεωπίνακα, μαζί με τα εργαλεία μετακίνησης, περιστροφής και αλλαγής μεγέθους, επιτρέπουν στους μαθητές να δημιουργούν περιοχές καλυμμένες πλήρως από αυτά. Το ισόπλευρο τρίγωνο, το τετράγωνο, ο ρόμβος, το ισοσκελές τραπέζιο, το κανονικό εξάγωνο είναι σχήματα κατάλληλα για πειραματισμό πάνω στην κάλυψη επίπεδων περιοχών. Η διπλανή εικόνα παρουσιάζει τις δυνατότητες του γεωπίνακα.

Οι μαθητές, εξοικειωμένοι με τη δημιουργία ανηγράφων διαφόρων σχημάτων, την περιστροφή και τη μεταβολή στο μέγεθός τους, μπορούν εύκολα να πειραματίζονται με τα παραπάνω σχήματα, ή με όποια άλλα σχεδιάσει ο χρήστης, με αποτέλεσμα να εστιάζουν την προσοχή τους στην ίδια την κάλυψη μιας περιοχής και στις ιδιότητες των σχημάτων. Για την επιλογή του κατάλληλου σχήματος οι μαθητές μπορούν να συμβουλευτούν τον παρακάτω πίνακα, όπου εμφανίζονται οι εσωτερικές και εξωτερικές γωνίες κάθε σχήματος.



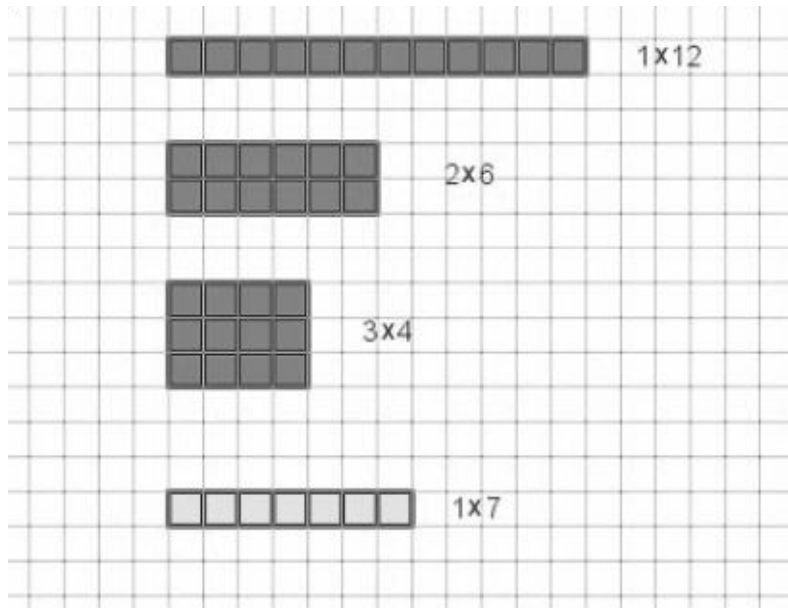
Σχήμα	Ισόπλευρο τρίγωνο	Τετράγωνο	Ρόμβος	Τραπεζίο	Κανονικό εξάγωνο
Εσωτερικές γωνίες	60°	90°	60° και 120°	60° και 120°	120°
Εξωτερικές γωνίες	120°	90°	120° και 60°	120° και 60°	60°

Ωστόσο, η κάλυψη μιας επίπεδης περιοχής μπορεί να αποκτήσει μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τους μαθητές, αφού έχουν τη δυνατότητα να χρωματίζουν το εσωτερικό των σχημάτων και με τον κατάλληλο συνδυασμό να δημιουργούν ενδιαφέρουσες συνθέσεις. Για παράδειγμα:



2.4.4.9 Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

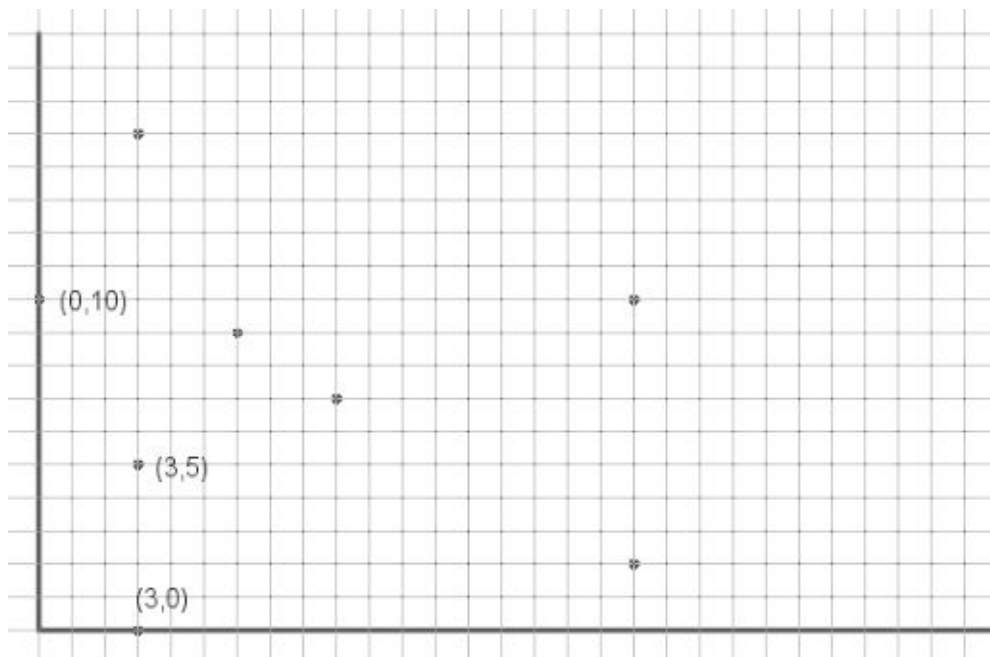
Στο γεωπίνακα οι μαθητές μπορούν να διατάξουν έναν ορισμένο αριθμό τετραγωνιδίων σε ορθογώνια παραλληλόγραμμα και κατόπιν αυτού να κατατάξουν τους αριθμούς σε απλούς και σύνθετους.



Όπως προκύπτει από την παραπάνω εικόνα, δώδεκα τετραγωνίδια μπορούν να δώσουν περισσότερα από ένα ορθογώνια (σύνθετος αριθμός), ενώ επτά τετραγωνίδια μπορούν να τοποθετηθούν με ένα και μόνο τρόπο (πρώτος αριθμός).

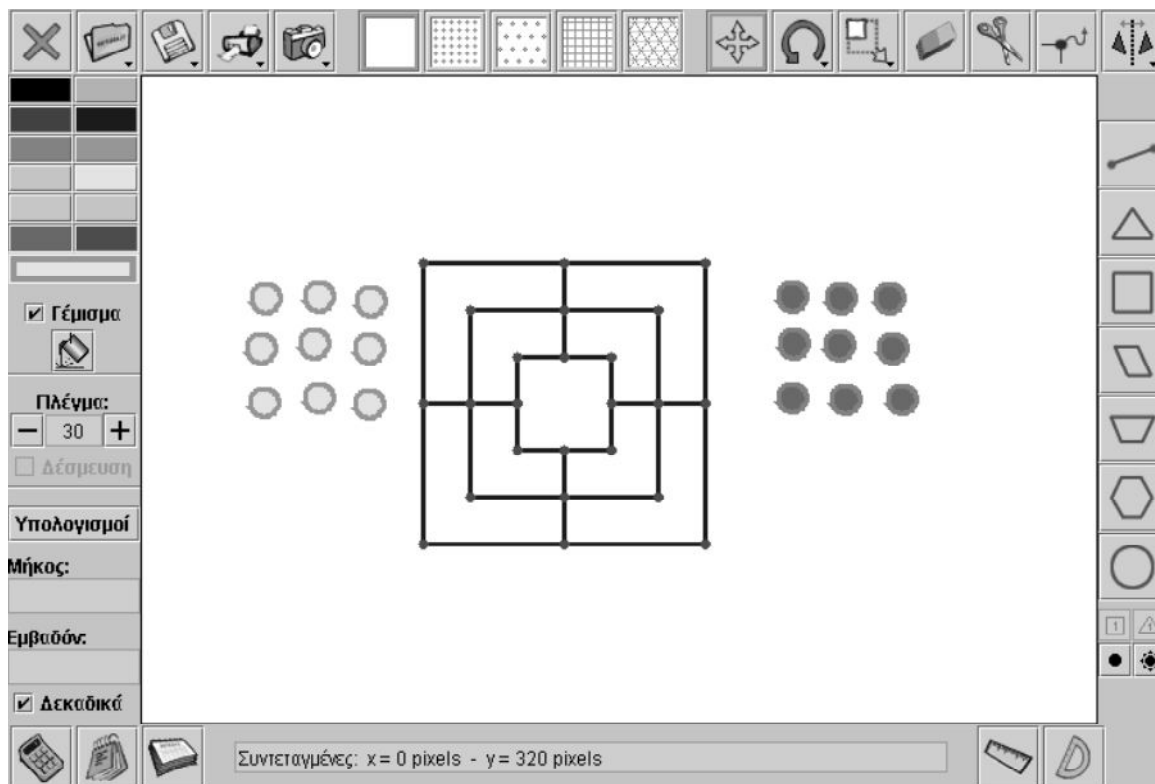
2.4.4.10 Σύστημα συντεταγμένων

Οι μαθητές μπορούν να ορίσουν ένα δικό τους σύστημα συντεταγμένων και να προσδιορίσουν τις συντεταγμένες διαφόρων σημείων. Ακόμη, μπορούν να μετακινήσουν τους δύο άξονες και να προσδιορίσουν εκ νέου τις συντεταγμένες των σημείων αυτών.



2.4.4.11 Παιχνίδια στο γεωπίνακα

Ο γεωπίνακας προσφέρεται, επίσης, για τη δημιουργία περιβαλλόντων παιχνιδιών. Για παράδειγμα, το παιχνίδι της παρακάτω εικόνας, το οποίο είναι γνωστό από την αρχαιότητα και παίζεται με δύο παίκτες, οι οποίοι έχουν στη διάθεσή τους από εννέα πούλια διαφορετικού χρώματος ο καθένας.



Οι δύο παίκτες τοποθετούν τα πούλια εναλλάξ στα σημεία τομής των γραμμών (κόκκινα σημεία). Κατόπιν, καθένας με τη σειρά του, τα μετακινούν πάνω στις γραμμές, στο πλησιέστερο κενό σημείο. Στόχος κάθε παίκτη είναι να καλύψει με τα πούλια του μια τριάδα συνεχόμενων σημείων που συνδέονται με μια γραμμή. Μόλις τη σχηματίσει, αφαιρεί από το πλαίσιο ένα από τα πούλια του αντιπάλου του. Ο παίκτης που δεν μπορεί πλέον να κινήσει ένα από τα πούλια του, χάνει το παιχνίδι.

Το περιβάλλον του γεωπίνακα ενδείκνυται για τέτοια παιχνίδια, αφού διαμορφώνεται και τροποποιείται από τους ίδιους τους παίκτες. Μπορούν ακόμη να μορφοποιήσουν τα πούλια τους (σχεδιάζουν κύκλους, τους χρωματίζουν και μεταβάλλουν το μέγεθός τους) και να δημιουργήσουν όσα αντίγραφα θέλουν. Καθώς ο γεωπίνακας είναι στοιχείο μιας ιστοσελίδας, είναι αυτονόητο ότι οι δύο παίκτες μπορούν να βρίσκονται σε απομακρυσμένους υπολογιστές και να παίζουν.

Ένα παρόμοιο παιχνίδι είναι και η τρίλιζα.

Τέλος, με βάση το πρόβλημα της τοποθέτησης δεκαέξι σχημάτων στο τετραγωνικό πλέγμα, προκύπτει ένα παιχνίδι το οποίο θα έχει ως στόχο σε κάθε γραμμή να υπάρχουν διαφορετικά σχήματα.

