



Θέμα μελέτης 1: Προγραμματίζοντας ένα ταξίδι

2.1.1. Το εκπαιδευτικό σενάριο και η παιδαγωγική του τεκμηρίωση

Το θέμα μελέτης αυτού του σεναρίου αφορά στην οργάνωση ενός ταξιδιού και καλεί τους μαθητές να λειτουργήσουν ως ταξιδιωτικοί πράκτορες, παρέχοντας συμβουλές σε «φανταστικούς» πελάτες με διάφορες απαιτήσεις (σχετικά με τον τόπο προορισμού, μετάβασης, διαμονής κλπ).

Το σενάριο απευθύνεται σε μαθητές της Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου και των τριών τάξεων του Γυμνασίου. Οι κλάσεις δραστηριοτήτων, που έχουν κατασκευαστεί για να οριοθετήσουν το πλαίσιο εργασίας των μαθητών, έχουν ως εξής:

Διερεύνησης: Μία για την Στ' τάξη του ΔΣ, μία για την Α' Γυμνασίου και μία για τις Β' και Γ' τάξεις του Γυμνασίου.

Έκφρασης: Μία για την Στ' τάξη του ΔΣ, μία για την Α' Γυμνασίου και μία για τις Β' και Γ' τάξεις του Γυμνασίου.

Κάθε κλάση αποτελείται από μια σειρά επιμέρους δραστηριοτήτων, στις οποίες οι μαθητές καλούνται, τις περισσότερες φορές σε συνεργασία με άλλους μαθητές, να επεξεργαστούν δεδομένα, να πάρουν αποφάσεις, να προτείνουν, να υποθέσουν, να πειραματιστούν και να ελέγξουν. Μέσα από αυτές τις διαδικασίες, οι επιμέρους δραστηριότητες επιχειρούν να τους οδηγήσουν προοδευτικά στη συστηματική διερεύνηση ή διαμόρφωση ενός μοντέλου της κατάστασης.

Από μαθηματική άποψη, η έμφαση στις επιμέρους δραστηριότητες κάθε κλάσης βρίσκεται σε διάφορες μαθηματικές ιδέες, με κυρίαρχες αυτές της **αναλογίας**, του **λόγου** και των **ποσοστών**. Για να διευκολυνθούν οι μαθητές στην κατανόηση αυτών των ιδεών, μέσω των δραστηριοτήτων επιδιώκεται:



- Η ανάδειξη της σκοπιμότητας της χρήσης αλλά και της λειτουργικότητάς τους τόσο στα μαθηματικά όσο και στην καθημερινή ζωή
- Η υποστήριξη των μαθητών για τον εντοπισμό βασικών ιδιοτήτων και συμπεριφορών και η συνειδητοποίηση ή η «κατασκευή» των σχέσεων τους με άλλες μαθηματικές έννοιες (π.χ. με την έννοια του κλάσματος, των δεκαδικών αριθμών κλπ), έτσι ώστε να τις οριοθετήσουν
- Η καλλιέργεια πρακτικών επίλυσης προβλημάτων που αφορούν στις συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες αλλά και γενικότερα στα μαθηματικά και στην καθημερινή ζωή
- Η ανάπτυξη δεξιοτήτων συλλογισμού και λήψης αποφάσεων

Σύμφωνα με τη σχετική διεθνή βιβλιογραφία, η διαμόρφωση ενός μαθησιακού περιβάλλοντος, όπως το παραπάνω, εγγυάται, στο μεγαλύτερο δυνατό βαθμό, την πρόσβαση στη μαθηματική γνώση, καθώς:

- προσφέρει την πλαισίωση και αναπλαισίωσή της σε διάφορα κοινωνικά και γνωστικά πεδία
- παρέχει ευκαιρίες στο μαθητή να συνειδητοποιήσει ότι τα μαθηματικά συνιστούν ένα αποτελεσματικό εργαλείο κατανόησης, ερμηνείας και χειρισμού του κόσμου γύρω μας (μαθηματικά μοντέλα).

2.1.2. Οι μαθηματικές ιδέες που εμπλέκονται στη μοντελοποίηση: η θέση τους στο Πρόγραμμα Σπουδών και στην κλάση δραστηριοτήτων

Εκτός από τις έννοιες του λόγου, της αναλογίας και του ποσοστού, η συμβολή του συγκεκριμένου υλικού έγκειται και στην εξοικείωση και εξάσκηση των μαθητών με τις παρακάτω μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες, στοχεύοντας κυρίως στην ανάπτυξη του τρόπου σκέψης και συλλογισμού που σχετίζεται με αυτές:

- Ρητοί αριθμοί και τέσσερις πράξεις με ρητούς αριθμούς



- Υπολογισμός αριθμητικών παραστάσεων
- Έννοια της μεταβλητής και σχέσεις μεταξύ μεταβλητών
- Αλγεβρικές εκφράσεις, τύποι, εξισώσεις πρώτου βαθμού και συναρτήσεις
- Αναπαράσταση, επεξεργασία και ερμηνεία δεδομένων, μέσος όρος
- Επίλυση προβλήματος και λήψη αποφάσεων

Στον πίνακα του Παραρτήματος Ι παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο το ελληνικό Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών αντιμετωπίζει τις μαθηματικές ιδέες στις οποίες επικεντρώνονται οι κλάσεις δραστηριοτήτων, με το συγκεκριμένο θέμα μελέτης στην Στ' τάξη του Δημοτικού Σχολείου και στις τρεις τάξεις του Γυμνασίου (συνοπτικά).

Από τον πίνακα αυτό μπορεί εύκολα να οδηγηθεί κανείς στις παρακάτω διαπιστώσεις:

- Στο ΠΣ της **Στ' τάξης** δίνεται ο ίδιος περίπου χρόνος για επεξεργασία όλων των μαθηματικών ιδεών, στις οποίες επικεντρώνεται η συγκεκριμένη κλάση δραστηριοτήτων. Για το λόγο, την αναλογία και το ποσοστό η έμφαση βρίσκεται στην κατανόηση των εννοιών, στις ισοδύναμες εκφράσεις τους και στις εφαρμογές τους σε προβλήματα. Η ενότητα με τους ρητούς και τις αριθμητικές παραστάσεις περιορίζεται κυρίως στους φυσικούς, στους δεκαδικούς και στα κλάσματα. Η άλγεβρα, με περιορισμένη παρουσία, αφορά στη διαδικασία εύρεσης του αριθμού που λείπει σε απλές αριθμητικές ισότητες (άγνωστος). Στη στατιστική μελετώνται θέματα συλλογής και αναπαράστασης δεδομένων και η εύρεση του ΜΟ σε απλές κατανομές. Τέλος, στην επίλυση προβλημάτων, ο διδακτικός στόχος αφορά στις βασικές αρχές που διέπουν τη διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος και ιδιαίτερα στην ανάλυση και επεξεργασία των δεδομένων, στην κατάλληλη αναπαράστασή τους και στη δημιουργία νέων υποθέσεων και ερωτημάτων.



- Στην **A' Γυμνασίου** δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στις δύο από τις τρεις μαθηματικές ιδέες όπου επικεντρώνεται η κλάση δραστηριοτήτων, δηλαδή στην αναλογία και στο ποσοστό. Βασικός στόχος είναι, πέρα από την κατανόηση των σχετικών εννοιών και της σχέσης μεταξύ τους, να μπορεί ο μαθητής να αναγνωρίζει και να αναπαριστά γραφικά μίαν αναλογία και να λύνει προβλήματα με αναλογίες και ποσοστά. Σε ό,τι αφορά στους ρητούς, που επίσης καταλαμβάνουν αρκετό μέρος του ΠΣ αυτής της τάξης, ολοκληρώνεται το θέμα των κλασμάτων, εισάγονται οι δυνάμεις φυσικού με εκθέτη φυσικό και επίσης οι ακέραιοι μέχρι τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Η ενότητα των αριθμητικών παραστάσεων εστιάζεται στο θέμα της προτεραιότητας των πράξεων και επεκτείνεται και σε παραστάσεις που περιλαμβάνουν και κλάσματα. Σε σχέση με την άλγεβρα, εισάγεται η έννοια της μεταβλητής (μόνο για φυσικούς), καθώς και η έννοια της εξίσωσης α' βαθμού και η διαδικασία επίλυσης απλών γραμμικών εξισώσεων και προβλημάτων με τη βοήθεια εξισώσεων. Τέλος, για την ενότητα που αφορά στην επίλυση προβλημάτων, η έμφαση δίνεται στη σημασιολογική διερεύνηση ενός προβλήματος, στην παρουσίαση των εργασιών επίλυσής του και στην αναγνώριση της λειτουργικότητας των μαθηματικών ιδεών σε προβλήματα της καθημερινότητας (η στατιστική δεν εμφανίζεται).
- Στη **B' Γυμνασίου**, όπως και στην επόμενη τάξη, ο λόγος, η αναλογία και το ποσοστό δεν εμφανίζονται ως ανεξάρτητες ενότητες του ΠΣ. Σε αυτήν την περίπτωση, η επικέντρωση εντοπίζεται στους ρητούς αριθμούς ως σύνολο αριθμών και συγκεκριμένα στον τρόπο γραφής τους, στη μετατροπή ενός ρητού σε έναν άλλο, στις πράξεις μεταξύ τους. Επίσης, μελετάται η έννοια της δύναμης ρητού με εκθέτη ακέραιο, ενώ οι αριθμητικές παραστάσεις αφορούν γενικά στους ρητούς. Η άλγεβρα, όπως και η στατιστική, έχουν σημαντική παρουσία στο ΠΣ αυτής της τάξης. Οι μαθητές ενθαρρύνονται να εντοπίσουν μεταβλητές σε καθημερινές καταστάσεις, να επεξεργάζονται αλγεβρικές παραστάσεις, να επιλύουν εξισώσεις και προβλήματα εξισώσεων α' βαθμού και αλγεβρικούς τύπους ως προς μια μεταβλητή. Στην ενότητα της στατιστικής, η έμφαση δίνεται πλέον στην ερμηνεία δεδομένων που



αναπαριστάνονται γραφικά, στην κατασκευή του πίνακα συχνοτήτων σε μια κατανομή και της γραφικής της παράστασης και στην εύρεση του ΜΟ και της διαμέσου μιας απλής ή ομαδοποιημένης κατανομής. Σε αυτήν την τάξη, όπως και στην επόμενη, η εστίαση στο θέμα της επίλυσης ενός προβλήματος είναι μόνο έμμεση.

- Στη **Γ' Γυμνασίου**, η μόνη ενότητα από αυτές που αναφέρονται παραπάνω και η οποία καταλαμβάνει πολύ μεγάλο μέρος του ΠΣ είναι αυτή της άλγεβρας. Συγκεκριμένα, οι μαθητές καλούνται να μάθουν να επεξεργάζονται μίαν αλγεβρική παράσταση (παραγοντοποίηση κλπ), να βρίσκουν την αριθμητική της τιμή, να εργάζονται με μονώνυμα και πολυώνυμα, ταυτότητες και επιπλέον να επιλύουν εξισώσεις μέχρι και β' βαθμού, να κατασκευάζουν συναρτήσεις και να εντοπίζουν τα βασικότερα χαρακτηριστικά και να κατασκευάζουν τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων: $\psi=ax$, $\psi=ax+\beta$, $\psi=ax^2$, $\psi=a/x$.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι η έκταση, η ποικιλία και η πολυπλοκότητα των γνώσεων που συνδέονται με τις μαθηματικές ιδέες, στις οποίες επικεντρώνονται οι κλάσεις δραστηριοτήτων για το συγκεκριμένο θέμα μελέτης, είναι τεράστια και ο χρόνος που διατίθεται για την ανάπτυξή τους στο κανονικό πρόγραμμα ελάχιστος. Είναι λοιπόν αναπόφευκτο η διδασκαλία, ανεξάρτητα από τις ικανότητες και την επιθυμία του εκπαιδευτικού και τις συνθήκες μάθησης, να μην έχει τη δυνατότητα να προσφέρει τίποτε περισσότερο από μια απλή «περιήγηση» σε αυτές. Αυτή η κατάσταση επιβαρύνεται από τη χρήση ενός και μόνο εγχειριδίου για το μαθητή, όπου, στις περισσότερες περιπτώσεις, απλώς εκτίθεται η πυκνή αυτή ύλη, και μάλιστα συχνά φορμαλιστικά, ιδιαίτερα στο Γυμνάσιο, και αμέσως μετά παρατίθενται μία σειρά από δραστηριότητες για τους μαθητές. Οι δραστηριότητες αυτές διακρίνονται σε δύο κυρίως τύπους: ασκήσεις εμπέδωσης και προβλήματα εφαρμογής. Τα τελευταία, που αποτελούν και τη μόνη ευκαιρία αυτενέργειας του μαθητή, ανήκουν κατά κανόνα στην κατηγορία των «λεκτικών προβλημάτων», σπάνια έχουν χαρακτήρα διερεύνησης, δίνονται λιγότερο συχνά από τις άλλες δραστηριότητες στους μαθητές εξαιτίας της έλλειψης χρόνου και, τις περισσότερες φορές, έχουν μικρή σχέση με την καθημερινή τους ζωή. Τέλος, οι περισσότερες από τις



δραστηριότητες του βιβλίου του μαθητή επικεντρώνονται σχεδόν αποκλειστικά στο περιεχόμενο της ενότητας στην οποία εντάσσονται και σε πολύ λίγες περιπτώσεις δίνουν την ευκαιρία στο μαθητή ή ακόμη καλύτερα τον προκαλούν να επικαλεστεί και να συνδυάσει ή να συνθέσει γνώσεις από άλλες περιοχές του ΠΣ. Με την πάροδο του χρόνου, οι μαθητές αντιλαμβάνονται αυτήν την πρακτική και εκτελούν συχνά σχεδόν «τυφλά», μηχανικά τις δραστηριότητες. Η κατάσταση αυτή αυξάνει την πιθανότητα διαμόρφωσης από μέρους του μαθητή αφενός μιας αποσπασματικής αντίληψης για τη μαθηματική γνώση (αν υποθέσουμε ότι το επιτυγχάνει) και αφετέρου της πεποίθησης ότι τα μαθηματικά είναι ένα βαρετό αντικείμενο γνώσης, όπου κανείς θα πρέπει να αναπαράγει δύσκολες και αφηρημένες ιδέες, χωρίς καμία εμφανή πρακτική ή έστω και πνευματική χρησιμότητα.

Τα παραπάνω συγκλίνουν στην άποψη ότι η διδασκαλία των μαθηματικών στις συγκεκριμένες τάξεις είναι αναγκαίο να εμπλουτιστεί με ποικίλο εκπαιδευτικό υλικό, το οποίο θα καλύπτει όσο το δυνατόν περισσότερες από τις ελλείψεις και τους περιορισμούς των δραστηριοτήτων που χρησιμοποιούνται σήμερα στο σχολείο, ενώ θα λειτουργεί συμπληρωματικά και ταυτόχρονα ενισχυτικά προς αυτές. Λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά που έχουν παρουσιαστεί και έχουν αναπτυχθεί στο πρώτο μέρος αυτού του οδηγού, πιστεύουμε ότι οι κλάσεις δραστηριοτήτων για τα μαθηματικά, που προτείνονται στα πλαίσια του προγράμματος «Δημιουργός Μοντέλων – επέκταση», κινούνται προς αυτήν την κατεύθυνση και συγκεκριμένα:

- Ενθαρρύνουν την αυτενέργεια, την έρευνα, τη σκέψη και το συλλογισμό
- Αναπτύσσονται προοδευτικά, προκαλώντας το μαθητή να «οικοδομήσει» σταδιακά τα μαθηματικά νοήματα
- Προσφέρουν τη δυνατότητα πολλαπλής πλαισίωσης των μαθηματικών ιδεών
- Παρέχουν πολλαπλές ευκαιρίες ανάλυσης και σύνθεσης της μαθηματικής γνώσης, καθώς και τη σύγκριση και τη συσχέτιση μαθηματικών ιδεών



- Προσφέρουν τη δυνατότητα σύνδεσης της μαθηματικής γνώσης με την καθημερινότητα
- Προϋποθέτουν τη συνεργασία και την αλληλεπίδραση μέσα στην τάξη
- «Επιβάλλουν» την επικοινωνία με πολλαπλά μέσα
- Εισάγουν δύο δυναμικές παραμέτρους στη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών: τις νέες τεχνολογίες και τη διαδικασία μοντελοποίησης, η οποία σε τελική ανάλυση βρίσκεται στην καρδιά του τρόπου λειτουργίας της ανθρώπινης νόησης αλλά και της μαθηματικής επιστήμης. Και οι δύο αυτές παράμετροι αυξάνουν ποσοτικά και ποιοτικά τις ευκαιρίες που παρέχονται σε ένα μαθητή να προσεγγίσει μια μαθηματική ιδέα

Σε ό,τι αφορά στο χρόνο που απαιτείται για να ολοκληρωθεί μια κλάση δραστηριοτήτων μέσα στην τάξη, αυτός κυμαίνεται από 3 μέχρι 5 διδακτικές ώρες. Ωστόσο, με δεδομένη την ποικιλία των διδακτικών στόχων που εξυπηρετούν, τη διαφορετική κουλτούρα και επίδοση κάθε τάξης στις σχετικές μαθηματικές ιδέες, καθώς και τον ενισχυτικό και συμπληρωματικό ρόλο που επιτελούν αυτές οι δραστηριότητες σε σχέση με το κανονικό πρόγραμμα διδασκαλίας, ο εκπαιδευτικός είναι εκείνος που θα κρίνει αν είναι σκόπιμο να διευρύνει ή να περιορίσει τις διδακτικές ώρες που θα αφιερώσει για να εργαστεί στην τάξη του με αυτές.

2.1.3. Οι μαθηματικές ιδέες που εμπλέκονται στη μοντελοποίηση: δεδομένα της έρευνας για τη μάθηση και τη διδασκαλία

Τα δεδομένα της διεθνούς αλλά και της ελληνικής σχετικής βιβλιογραφίας, καθώς και τα όσα συζητήθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο φανερώνουν ότι η προσέγγιση που ακολουθείται σήμερα στο σχολείο για τη διδασκαλία των μαθηματικών ιδεών επιδιώκει κυρίως τη γρήγορη εκμάθηση διαδικασιών και αλγορίθμων, αφήνοντας πολύ λίγο χώρο για τη μελέτη και την κατανόηση των εννοιολογικών και των δομικών χαρακτηριστικών τους από τους μαθητές.



Οι δραστηριότητες των κλάσεων αυτής της θεματικής ενότητας, μέσα από την έμφαση στη μοντελοποίηση καθημερινών καταστάσεων και την προοδευτική μετάβαση από ποιοτικές σχέσεις (προσδιορισμός των σχέσεων) σε ημι-ποσοτικές (προσδιορισμός της κατεύθυνσης των σχέσεων) και τέλος σε ποσοτικές (προσδιορισμός των σχέσεων με ακρίβεια) προσφέρουν ένα πλαίσιο μελέτης των μαθηματικών ιδεών και των σχέσεών τους που επιτρέπει στους μαθητές να τις επεξεργαστούν σταδιακά και συστηματικά, να τις συσχετίσουν, να διαπιστώσουν τη σκοπιμότητά τους και τον τρόπο που λειτουργούν σε διαφορετικά καθημερινά και άλλα πλαίσια. Συγκεκριμένα, από μαθηματική άποψη, η έμφαση της προσέγγισης που επιχειρείται από τις δραστηριότητες αυτών των κλάσεων, αξιοποιώντας τα ερευνητικά αποτελέσματα σε κάθε περίπτωση, έχει ως εξής:

- Ρητοί αριθμοί, λόγος, αναλογία: αξιοποίηση και λειτουργικότητα σε πραγματικά πλαίσια, αποσαφήνιση των σχέσεων μεταξύ τους.
- Εξισώσεις, συναρτήσεις: μελέτη γραμμικών και αναλογικών τύπων σχέσεων σε καταστάσεις από την καθημερινή ζωή, κατασκευή της συμβολικής αναπαράστασής τους, σκοπιμότητα, λειτουργικότητα και αξιοποίηση διαφόρων τρόπων αναπαράστασης αυτών των σχέσεων.
- Ανάλυση δεδομένων-στατιστική: αναπαράσταση δεδομένων με ποικίλους τρόπους, λειτουργικότητα και αξιοποίηση των διαφόρων τύπων αναπαραστάσεων, πρώτες ιδέες για την έννοια του μέσου όρου.
- Σε όλες τις περιπτώσεις: ανάπτυξη α) ικανοτήτων και δεξιοτήτων επίλυσης προβλήματος και ιδιαίτερα ποιοτικού, ημι-ποσοτικού και ποσοτικού συλλογισμού με αυτήν τη σειρά και β) εργαλείων έκφρασης και επικοινωνίας μαθηματικών ιδεών μέσα σε ένα πλαίσιο ατομικής και συλλογικής εργασίας και αλληλεπίδρασης.

Για περαιτέρω πληροφορίες σχετικά με την προσέγγιση που επιχειρείται με τις κλάσεις δραστηριοτήτων βλέπε και ενότητες 2.1.1 και 2.1.2.

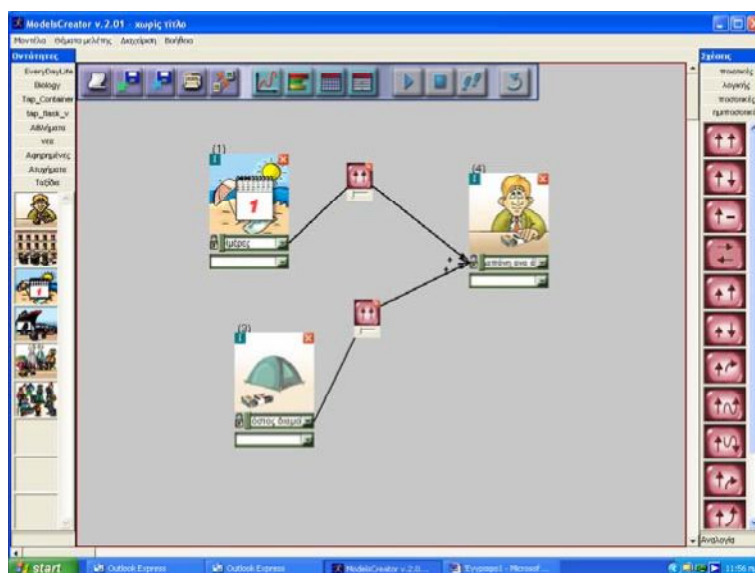


2.1.4. Το περιβάλλον μοντελοποίησης: χαρακτηριστικά λειτουργίας και διδακτικές πρακτικές

Ο πίνακας παρακάτω παρουσιάζει τις οντότητες που εμπλέκονται στα μοντέλα του συγκεκριμένου θέματος, τις ιδιότητες και τις τιμές τους, ενώ το σχεδιάγραμμα που ακολουθεί αφορά σε ένα παράδειγμα τέτοιου μοντέλου.

Πίνακας 2.1.1 Οντότητες που αφορούν στα μοντέλα με θέμα «Προγραμματισμός ενός ταξιδιού».

ΟΝΤΟΤΗΤΕΣ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ	ΤΙΜΕΣ
Διάρκεια	Ημέρες ταξιδιού	1 – 30 ημέρες
Διαμονή	Κόστος καταλύματος	20 – 260 Ευρώ
Μεταφορικό μέσο	Κόστος μετακίνησης (ανά άτομο)	20 - 550 Ευρώ
Ταξιδιώτες	Ηλικία Πλήθος	1-2 (παιδί, ενήλικος) 1-7 άτομα
Δαπάνη	Κόστος (ανά άτομο ανά ημέρα)	40 – 8.350 Ευρώ
Προϋπολογισμός	Συνολικό κόστος ταξιδιού	280 – 59.000 Ευρώ



Σχεδιάγραμμα 2.1.1 Παράδειγμα ενός μοντέλου προγραμματισμού ενός ταξιδιού



2.1.5. Διδακτικές προτάσεις κατά κλάση δραστηριότητας διερεύνησης και έκφρασης

Στην ενότητα αυτή διατυπώνονται οι στόχοι κάθε επιμέρους δραστηριότητας και μερικές προτάσεις διδακτικού χαρακτήρα για την πραγματοποίηση κάθε μιας από αυτές, πρώτα των κλάσεων δραστηριοτήτων διερεύνησης και στη συνέχεια των κλάσεων έκφρασης. Η τάξη στην οποία απευθύνεται η επιμέρους δραστηριότητα αναφέρεται μόνο όταν περιλαμβάνεται αποκλειστικά στην κλάση αυτής της τάξης (όπως έχει ήδη σημειωθεί, στις περισσότερες περιπτώσεις, η εστίαση της εργασίας στις επιμέρους δραστηριότητες δεν αλλάζει από τάξη σε τάξη, παρά μόνο με την έννοια ότι είναι συνθετικότερη για τους μαθητές των μεγαλύτερων τάξεων και περιλαμβάνει και την κατασκευή και μελέτη και αλγεβρικών εκφράσεων, εκτός των αριθμητικών, των ποσοτικών σχέσεων που εμπλέκονται). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι όλες οι επιμέρους δραστηριότητες, ανεξάρτητα από τη δυνατότητα που προσφέρουν για επεξεργασία συγκεκριμένων μαθηματικών ιδεών, στοχεύουν και στην ανάπτυξη δεξιοτήτων και ικανοτήτων επίλυσης προβλήματος από τους μαθητές, στην εξάσκηση στη λήψη αποφάσεων και στην εξοικείωση με τις διαδικασίες ανάλυσης δεδομένων.

(α) Κλάσεις δραστηριοτήτων διερεύνησης

Δραστηριότητα α

Στόχος: Να εντοπίσουν οι μαθητές τις παραμέτρους που καθορίζουν το κόστος ενός ταξιδιού και να στρέψουν το ενδιαφέρον τους σε αυτές, καθώς και στον τρόπο που αλληλεπιδρούν, χωρίς να υπεισέλθουν σε λεπτομέρειες ποσοτικού χαρακτήρα.

Διδακτικές προτάσεις: Κατευθυντήριες οδηγίες για τον εντοπισμό σχετικών πηγών, διατύπωση ερωτήσεων προσανατολισμού του τύπου «τι επιβαρύνει περισσότερο το ταξίδι, τα έξοδα μεταφοράς ή τα έξοδα διαμονής;» ή οργάνωσης όπως «μήπως θα ήταν καλή ιδέα να φτιάξετε έναν κατάλογο με όλες τις παραμέτρους που συζητήσατε;».



Δραστηριότητα β

Στόχος: Να δοθεί η δυνατότητα στους μαθητές i) να διερευνήσουν το μοντέλο και τη λειτουργία του και να εκτιμήσουν την αξία του στη συστηματικότερη μελέτη της κατάστασης από ποιοτική, ημι-ποσοτική και τελικά ποσοτική άποψη και ii) να αξιοποιήσουν τις μαθηματικές έννοιες του λόγου, της αναλογίας, των πράξεων με ρητούς αριθμούς και των ποσοστών.

Διδακτικές προτάσεις: Υποστήριξη και ενθάρρυνση σε γνωστικό επίπεδο (έννοιες των μαθηματικών και της μοντελοποίησης, καθώς και σχετικές διαδικασίες) και σε επίπεδο αλληλεπίδρασης. Αυτό είναι πιθανότερο να χρειαστεί σε δραστηριότητες όπως η 1β, όπου πολλοί μαθητές δυσκολεύονται ή αποφεύγουν τη διατύπωση της εξήγησης ή στις 5β – 8β, όπου κατάλληλες παρεμβάσεις μπορούν να προσανατολίσουν αποτελεσματικά τους μαθητές, χωρίς να τους υποδείξουν τη «σωστή πορεία». Τέτοιες παρεμβάσεις μπορεί να είναι οι παρακάτω :

- «χρησιμοποιήστε αρχικά «εύκολους» αριθμούς, π.χ. ακεραίους»
- «γιατί χρησιμοποιούμε ποσοστά για να συγκρίνουμε τις τιμές μεταξύ των δύο μηνών; Θα μπορούσε κανείς να χρησιμοποιήσει κάποιον άλλον τρόπο, π.χ., κλάσματα;»
- «θεωρήστε ένα συγκεκριμένο παράδειγμα, π.χ., ...»
- «μήπως θα ήταν σημαντικό να αποφασίσετε πρώτα ...»
- «ίσως να ήταν χρήσιμο να τοποθετήσετε αυτές τις πληροφορίες σε έναν πίνακα»
- «δοκιμάστε συγκεκριμένες τιμές, για να αποφασίσετε αν έχετε κατασκευάσει τη σωστή μαθηματική σχέση»,
- «τι θα συμβεί, αν ...»,
- «συγκρίνετε τη σχέση στην οποία καταλήξατε με αυτήν της διπλανής ομάδας, για να δείτε αν συμφωνείτε ή όχι».



Δραστηριότητα γ

Στόχος: Οι μαθητές i) να εμπλακούν σε διαδικασίες σύνθεσης πληροφοριών, κριτικής τους θεώρησης και λήψης αποφάσεων με βάση το μοντέλο και ii) να συνειδητοποιήσουν τον τρόπο με τον οποίο οι μαθηματικές ιδέες που αναφέρθηκαν στη δραστηριότητα β συμβάλλουν σε αυτές τις διαδικασίες.

Διδακτικές προτάσεις: Όπως αυτές έχουν περιγραφεί παραπάνω. Δώστε έμφαση στη συζήτηση του τρόπου με τον οποίο οι διαφορετικές αναπαραστάσεις επιτρέπουν την ανάδειξη και τη μελέτη των διαφόρων σχέσεων, με ερωτήσεις του τύπου:

- «ποια αναπαράσταση σας βοηθάει να απαντήσετε πιο σίγουρα σε αυτήν την ερώτηση; γιατί;»
- «σε τι διαφέρει αυτή η αναπαράσταση από αυτήν;»,
- «τι θα συμβεί στον πίνακα τιμών, αν»
- «αν, αντί για τη σχέση κόστους – διαμονής, ήθελα τη σχέση διαμονής – κόστους, πώς θα ήταν αυτή η γραφική παράσταση;».

Δραστηριότητα δ

Στόχος: Να κατανοήσουν οι μαθητές τα διάφορα είδη αναπαραστάσεων, τη σκοπιμότητά τους και το ρόλο τους στη μελέτη της κατάστασης. Επιπλέον, στις τάξεις Β' + Γ' του Γυμνασίου, δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στο μαθηματικό μοντέλο και στη μελέτη του με αναφορά στην πραγματική κατάσταση, ώστε να μπορέσουν οι μαθητές να αντιληφτούν αυτά που «χάνονται» και αυτά που «αποκτώνται» στη μετάβαση από την πραγματικότητα στο μοντέλο και στη συνέχεια στη μαθηματική του αναπαράσταση. Η διαδικασία αυτή μπορεί να συμβάλει ουσιαστικά στη διαμόρφωση των σχετικών μαθηματικών νοημάτων από τους μαθητές.

Διδακτικές προτάσεις: Ενθαρρύνετε τους μαθητές να παρουσιάσουν και να συζητήσουν τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκαν σε όλη την τάξη, αιτιολογώντας κάθε φορά τις επιλογές τους.



Σημείωση: Ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να επεκτείνει τη δραστηριότητα, ιδιαίτερα για τους μαθητές που έχουν τη δυνατότητα να προχωρήσουν παραπέρα, ζητώντας από αυτούς να απαντήσουν σε επιπρόσθετες ή εναλλακτικές απαιτήσεις «φαντασικών» πελατών. Εδώ μπορεί να υπάρχουν ερωτήσεις του τύπου «αν ... ,τότε ...» με περιεχόμενο ποιοτικό και ποσοτικό. Τέτοιες εναλλακτικές απαιτήσεις μπορεί να περιλαμβάνουν:

- Κόστος ενοικίασης αυτοκινήτου για τις μετακινήσεις
- Επιλογή διαφορετικών αερογραμμών και γενικότερα μέσου μεταφοράς
- Επαρκές συνάλλαγμα για επισκέψεις σε μουσεία κλπ
- Χρέωση αγορών και άλλων εξόδων σε πιστωτικές κάρτες με συγκεκριμένο όριο πίστωσης
- Μείωση ή αύξηση κάποιου ποσού.

(β) Κλάσεις δραστηριοτήτων έκφρασης

Οι στόχοι και οι πρακτικές διδασκαλίας σε αυτές τις κλάσεις δε διαφέρουν ουσιαστικά από τις αντίστοιχες των κλάσεων διερεύνησης. Συγκεκριμένα:

Δραστηριότητες 1, 2 και 3

Στόχος: Η συστηματική μελέτη των μεταβλητών του προβλήματος, με έμφαση καταρχήν στον ποιοτικό συλλογισμό και στη συνέχεια στον ημι-ποσοτικό, ώστε να μπορέσουν οι μαθητές να κατασκευάσουν ικανοποιητικά μοντέλα.

Διδακτικές πρακτικές: Όπως αυτές έχουν περιγραφεί στις δραστηριότητες α και β, προηγουμένως. Ενθαρρύνετε τους μαθητές να εργαστούν ατομικά αλλά και συλλογικά και να χρησιμοποιήσουν διάφορες πηγές, από έντυπο υλικό μέχρι και σχετικές ηλεκτρονικές διευθύνσεις.



Δραστηριότητα 4

Στόχος: Κατασκευή μοντέλου και έλεγχος της λειτουργίας του με βάση την προηγούμενη εργασία, και αντίστροφα, έλεγχος της εργασίας που προηγήθηκε με βάση τη λειτουργία του μοντέλου, ώστε οι μαθητές i) να συνειδητοποιήσουν τη διαδικασία κατασκευής ενός μοντέλου μιας κατάστασης, ii) να αξιολογήσουν τα σωστά και τα λανθασμένα βήματα της δικής τους πορείας σκέψης σε αυτήν τη διαδικασία, καθώς και την αξία ενός μοντέλου ως μέσου μελέτης και ελέγχου της κατάστασης και iii) να διαπιστώσουν τον τρόπο με τον οποίο οι σχετικές μαθηματικές ιδέες συμβάλλουν στα i) και ii).

Διδακτικές πρακτικές: Ενθαρρύνετε τους μαθητές να πειραματιστούν με διάφορους τρόπους, για να ελέγξουν τις σκέψεις και τις υποθέσεις που έκαναν.

Δραστηριότητα 5

Στόχος: Εφαρμογή και διαχείριση του μοντέλου σε διάφορες περιπτώσεις, έλεγχος υποθέσεων και περαιτέρω (μαθηματική) επεξεργασία των προϊόντων του, για να μπορέσουν οι μαθητές να διερευνήσουν τη δυνατότητα γενίκευσης του μοντέλου και να διαπιστώσουν τον τρόπο αξιοποίησης της συμπεριφοράς του από μαθηματική άποψη.

Διδακτικές πρακτικές: Τονίστε τη σημασία προσεκτικής ανάγνωσης των ερωτημάτων και ενθαρρύνετε τους μαθητές να απευθύνονται στους συμμαθητές τους, για να συζητήσουν την εργασία τους (επιτρέψτε τη χρησιμοποίηση αριθμομηχανών τσέπης).

Σημείωση: Για την επέκταση, βλέπε και παραπάνω.