

Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ: $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1^ο

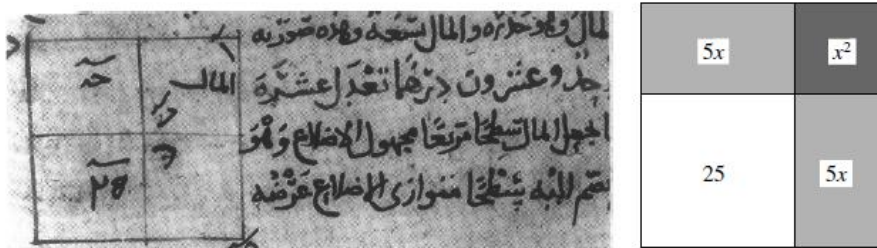
1^η δραστηριότητα:

Στο προηγούμενο μάθημα λύσαμε εξισώσεις της μορφής $x^2 = 4$ ή $x^2 = 49$ ή $(x - 1)^2 = 16$ με ένα συγκεκριμένο τρόπο και σχετικά γρήγορα. Μπορείτε εσείς να λύσετε τις δυο τελευταίες από τις παραπάνω εξισώσεις; Κάντε το:

$$x^2 = 49 \Leftrightarrow \dots$$

$$(x - 1)^2 = 16 \Leftrightarrow \dots$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η λύση της εξίσωσης $x^2 + 10x = 39$ σε ένα χειρόγραφο του 1342



Σχήμα: Η Επίλυση της εξίσωσης $x^2 + 10x = 39$

Αριστερά: Χειρόγραφο του 1342 Δεξιά: Σύγχρονο σχέδιο

Αρχικά θα προσεγγίσουμε την λύση μιας παρόμοιας εξίσωσης και συγκεκριμένα της $x^2 + 6x = 40$ κατά τον τρόπο που την έβλεπαν οι Βαβυλώνιοι και αυτός ήταν ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΣ. Σας δίνονται αυτά τα δυο σχήματα (τετράγωνο και ορθογώνιο). Μπορείτε να τα χρησιμοποιήσετε κατάλληλα κόβοντας το ορθογώνιο σε δυο μέρη, ώστε μαζί με το αρχικό τετράγωνο να δημιουργηθεί **ένα μεγαλύτερο τετράγωνο το οποίο όμως για να είναι ολοκληρωμένο έπρεπε να έχετε κάτι ακόμη για να το συμπληρώσετε**; Δοκιμάστε :

ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ

$x^2 + 6x$

για την λύση της εξίσωσης $x^2 + 6x = 40$

(Τα παραπάνω σχήματα δίνονται τυπωμένα ...)

Είτε είχατε κάποια ιδέα, είτε όχι, Πατήστε [ΕΛΩ](#)

Επίσης, στο σπίτι, ΚΑΛΟ θα ήταν να παρακολουθήσετε και [ΑΥΤΟ](#) το βίντεο που έχει κάποια παραδείγματα και στην συνέχεια μια σημαντική μέθοδο που θα περιγράψουμε εδώ για την λύση της εξίσωσης και λέγεται μέθοδος της Διακρίνουσας (την είδατε στην Γ Γυμνασίου).

Αν θυμάστε γράψτε τον τύπο της Διακρίνουσας για την εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$

$\Delta = \dots^2 - 4 \dots$, Οπότε :

- αν $\Delta > 0$ η εξίσωση έχει λύσεις τις $x = \frac{- \dots \pm \sqrt{\dots}}{\dots}$
- αν $\Delta = 0$ η εξίσωση έχει
- αν $\Delta < 0$ η εξίσωση

2^η δραστηριότητα: Να λύσετε τις δευτεροβάθμιες εξισώσεις που ακολουθούν χρησιμοποιώντας για όποια προτιμάτε τη μέθοδο συμπλήρωσης τετραγώνου και τις άλλες την μέθοδο της Διακρίνουσας:

α) $x^2 + 10x = 39$

β) $x^2 + 10x = -25$

γ) $x^2 + 10x = -30$

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:

Οι λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ με διακρίνουσα $\Delta = b^2 - 4ac$, είναι:

$\Delta = b^2 - 4ac$	$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$

Εφαρμογές για το σπίτι:

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) 2x^2 - 5x + 3 = 0 \quad ii) x^2 - 6x + 9 = 0 \quad iii) 3x^2 + 4x + 2 = 0$$

2.α) Να εξετάσετε αν υπάρχει ορθογώνιο του οποίου το πλάτος, το μήκος και η διαγώνιος να είναι τρεις διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί (σκεφθείτε ένα παράδειγμα τριών διαδοχικών φυσικών αριθμών και πως θα μπορούσατε να τους «συμβολίσετε αλγεβρικά»)

β) Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 2x - 3 = 0$ **με όλους τους δυνατούς τρόπους που γνωρίζετε**

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΕ ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 2^ο

1. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $\omega^2 - 3\omega - 4 = 0$

.....
.....

β) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$, με τη βοήθεια της αντικατάστασης $x^2 = \omega$, με $\omega \geq 0$

(Διτετράγωνη)

.....
.....
.....
.....

Γενίκευση: $ax^4 + \beta x^2 + \gamma = 0$, με $a \neq 0$

γ) $x^2 - 3|x| - 4 = 0$

.....
.....
.....

δ) $x - 3\sqrt{x} - 4 = 0$

.....
.....
.....

2. Να λυθεί η εξίσωση:

$$x + \frac{x-3}{x+1} = \frac{4x}{x+1}$$

.....
.....
.....

Εφαρμογές για το σπίτι:

1. Να λυθούν οι εξισώσεις: α) $x^6 - 3x^3 - 4 = 0$, β) $(x+2)^2 - 4|x+2| + 5 = 0$,

γ) $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$, δ) $x^4 + 4x^2 + 3 = 0$

2. Σχολικό βιβλίο: Α' ΟΜΑΔΑ (11i, 12, 13, 14ii)

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΡΙΖΩΝ ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 3^ο

1^η δραστηριότητα:

Γράψτε δυο ακέραιους αριθμούς σχετικά μικρούς (κάτω από 5)

1^{ος} 2^{ος}

Προσθέστε τους δυο αριθμούς: (το άθροισμα στα αγγλικά **S**um)

Πολλαπλασιάστε τους δύο αριθμούς: (το γινόμενο στα αγγλικά **P**roduct)

Τώρα «δημιουργούμε» μια δευτεροβάθμια εξίσωση συγκεκριμένα την:

$$x^2 - Sx + P = 0 \text{ (ΒΑΛΤΕ όπου S το άθροισμα παραπάνω και P το γινόμενο):}$$

$$x^2 - \dots x + \dots = 0$$

Βρείτε την διακρίνουσα της εξίσωσης: $\Delta = \dots^2 - 4 \dots =$

$$\text{και τις λύσεις της εξίσωσης } x = \frac{- \dots \pm \sqrt{\dots}}{\dots} = \frac{- \dots \pm \dots}{\dots} = \begin{cases} x = \\ x = \end{cases}$$

Τι παρατηρείτε:

2^η δραστηριότητα: Κάνετε τα ίδια με την δραστηριότητα 1η με δυο νέους αριθμούς δικούς σας (ένα θετικό και έναν αρνητικό, όχι κατ' ανάγκη ακεραίους)

3^η δραστηριότητα:

- *Θυμηθείτε την εξίσωση 2β του 1^{ου} φύλλου εργασίας. Ποιες ήταν οι λύσεις; και*

Βρείτε δυο αριθμούς (ακεραίους) με γινόμενο -3 : και ή και

Βρείτε ποιο από τα παραπάνω δυο ζευγάρια έχει άθροισμα 2 : ... και

- *Θυμηθείτε την εξίσωση 1 του 2^{ου} φύλλου εργασίας. Ποιες ήταν οι λύσεις; και*

Βρείτε δυο αριθμούς (ακεραίους) με γινόμενο -4 : και ή και ή και

Βρείτε ποιο από τα παραπάνω ζευγάρια έχει άθροισμα 3 : και

Τι παρατηρείτε;

Βγάξτε κάποιο συμπέρασμα με ποιες εξισώσεις συνδέονται ΑΜΕΣΑ οι παραπάνω τιμές και πως μπορούμε να λύσουμε επίσης εξισώσεις 2^{ου} βαθμού;

.....

Εφαρμογές για το σπίτι:

1. Να ΜΕΛΕΤΗΣΕΤΕ τις σελίδες 88-93 του σχολικού βιβλίου και να βρείτε αν μπορούσατε να κάνετε την λυμένη εφαρμογή (1) σελ.91 με διαφορετικό τρόπο «ευκολότερο», πιθανόν από το σχολικό βιβλίο.
2. Να λύσετε τις ασκήσεις από το Σχολικό βιβλίο:
Α΄ ΟΜΑΔΑ (8i, 11ii, 14ii, 15i, ii)
3. Να πατήσετε σε [ΑΥΤΟ](#) το σύνδεσμο και να επιβεβαιώσετε την λύση που βρήκαμε στο πρόβλημα (2) του 1^{ου} φύλλου εργασίας.
4. Να προσπαθήσετε να λύσετε ένα τουλάχιστον από τα παρακάτω δυο προβλήματα:

Αγώνες αντισφαίρισης

Α) Σε ένα τουρνουά tennis, έπαιξαν ΟΛΟΙ οι παίκτες με κάθε αντίπαλο μια φορά. Αν οι αγώνες που έγιναν είναι 15, να βρείτε πόσοι παίκτες πήραν μέρος στο τουρνουά.



Πρωτάθλημα ποδοσφαίρου

Β) Στο πρωτάθλημα ποδοσφαίρου μιας χώρας κάθε ομάδα έδωσε με όλες τις υπόλοιπες ομάδες δυο αγώνες (εντός και εκτός έδρας). Αν έγιναν συνολικά 240 αγώνες, πόσες ήταν οι ομάδες που συμμετείχαν στο πρωτάθλημα;