

§1. Οι ακέραιοι αριθμοί – Η ευθεία των ακεραίων

ΠΜΑ Δ' Δημοτικού

Αρ28. Αντιλαμβάνονται διαισθητικά τους ακέραιους αριθμούς μέσα από καθημερινές καταστάσεις (αισθητοποίηση).

ΠΜΑ Ε' Δημοτικού

Αρ22. Αντιλαμβάνονται την ανάγκη επέκτασης της αριθμογραμμής, για να συμπεριλάβει αριθμούς μικρότερους από το μηδέν.

ΠΜΑ Α' Γυμνασίου

Αρ8. Αναγνωρίζουν και αναπαριστούν ακεραίους αριθμούς σε διαφορετικά πλαίσια.

Ξέρουμε ότι το νερό από στερεό (πάγος) γίνεται υγρό στους 0° C. Η θερμοκρασία στην οποία ένα καθαρό σώμα αλλάζει φάση (από τη στερεά μεταβαίνει στην υγρά κατάσταση) ονομάζεται σημείο τήξης (είναι ίδια με τη θερμοκρασία πήξης, όταν δηλαδή από υγρό γίνεται στερεό). Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται το σημείο τήξης διάφορων στοιχείων.

Υλικό	Σημείο τήξης (σε C)
Αλουμίνιο	95
Χαλκός	1083
Μόλυβδος	328
Υδράργυρος	-39
Υδρογόνο	-259
Οξυγόνο	-218
Άζωτο	-210

Τι παρατηρείται; Υπάρχουν αριθμοί που δεν έχουμε μελετήσει μέχρι τώρα στα μαθηματικά;

1.1 Χρησιμοποιώντας ακέραιους αριθμούς

Συμπληρώνουμε τα κενά με ακέραιους αριθμούς.

α) Σε ένα ανελκυστήρα, συμβολίζουμε το κουμπί για τον 3^ο όροφο : ___ .

Για το 1^ο υπόγειο: ___ .

Για το 2^ο υπόγειο: ___

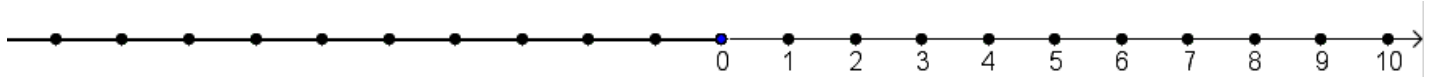
γ) Ο Δημήτρης χρωστάει 20 €. Το ταμείο του είναι _____ €

δ) Η επιχείρηση του κ. Οικονόμου είχε ζημιά αυτό το μήνα 200 €. Λέμε ότι το ταμείο του είναι _____ €

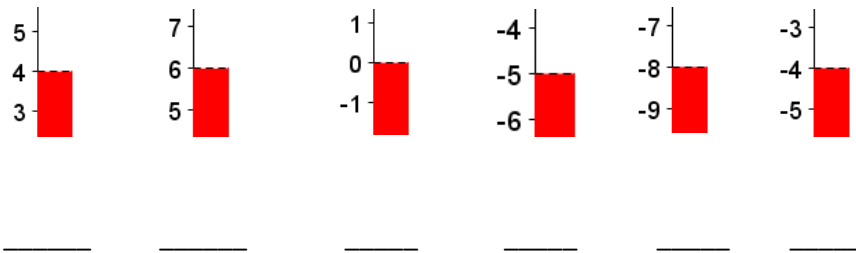
- Αυτούς τους αριθμούς που έχουν μπροστά το σύμβολο «-», τους λέμε **αρνητικούς** αριθμούς.
- Για να ξεχωρίζουμε τους φυσικούς αριθμούς που ξέραμε μέχρι τώρα θα τους συμβολίζουμε, βάζοντας μπροστά το σύμβολο «+». Για παράδειγμα μπορούμε να γράφουμε +2,+65,+509 αντί 2, 65, 509. Αυτούς τους αριθμούς θα τους λέμε **θετικούς**. Αν ένας θετικός αριθμός δεν έχει άλλον αριθμό πριν απ' αυτόν μπορούμε **να αγνοούμε** το πρόσημο, δηλ. αντί +5 μπορούμε να γράφουμε 5.
- Το μηδέν δεν το θεωρούμε ούτε θετικό ούτε αρνητικό αριθμό.
- Τα σύμβολα «-», «+» τα λέμε **πρόσημα**.
- Τους φυσικούς μαζί με τους αρνητικούς αριθμούς τους ονομάζουμε **ακέραιους αριθμούς**.

1.2 Η ευθεία των ακεραίων

Αν περιστρέψουμε την ευθεία των φυσικών αριθμών κατά 180° , τότε παίρνουμε την ευθεία των ακεραίων αριθμών. Κάθε θετικός φυσικός αριθμός αντιστοιχεί σε έναν αρνητικό αριθμό που αντί έχει μπροστά το πρόσημο «-». Συμπληρώνουμε στην ευθεία των ακεραίων, τους αριθμούς που λείπουν.



1.3 Γράφουμε κάτω από κάθε φωτογραφία τη θερμοκρασία που δείχνει το κάθε θερμόμετρο.



Μικροπείραμα από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία
<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2215>

1.4 Ομόσημοι και ετερόσημοι ακέραιοι αριθμοί

Δυο αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο λέγονται **ομόσημοι** (π.χ. +3 με +5 ή -2 με -76), ενώ αν έχουν διαφορετικό πρόσημο λέγονται **ετερόσημοι** (π.χ. -4 με +6 ή +7 με -6).

Συμπληρώνουμε τα κενά

α) Γράφουμε 4 θετικούς αριθμούς _____, _____, _____, _____

β) Γράφουμε 4 αρνητικούς αριθμούς _____, _____, _____, _____

γ) Γράφουμε 3 ζευγάρια ομόσημων αριθμών _____, _____, _____, _____

δ) Γράφουμε 3 ζευγάρια ετερόσημων αριθμών _____, _____, _____, _____

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ – ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ – ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

1.5 Οι ομάδες των ακεραίων

Χωρίζουμε σε τρεις ομάδες τους αριθμούς:

-4 +8 -7 +107 -67 908 0 -2099 +3 +54 -1 +3 +59 -54

Θετικοί αριθμοί:

Αρνητικοί αριθμοί:

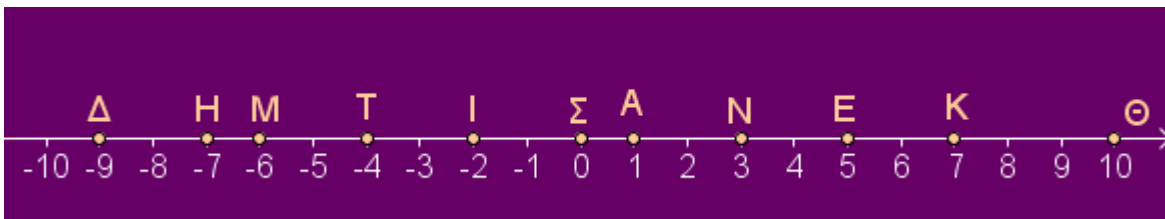
Ούτε θετικοί, ούτε αρνητικοί:

Η ιστορία των αρνητικών αριθμών
<http://nrich.maths.org/5961>

1.6 Η αποκωδικοποίηση

Αν πάνω στην ευθεία βρίσκεται ένα σημείο A τότε ο αριθμός που αντιστοιχεί στο σημείο αυτό, λέγεται **τετμημένη** του σημείου.

Ο μαθηματικός βρήκε στο πάτωμα της τάξης πεταμένο ένα χαρτί που είχε την εξής ακολουθία αριθμών: «-4, 1/-6, 1, 10, -7, -6, 1, -4, -2, 7, 1/ 5, -2, 3, 1,-2/ -9, -2, 1, 0, 7, 5, -9, 1, 0, -4, -2, 7, 1». Σκέφτηκε ότι κάποιοι μαθητές χρησιμοποιούν κώδικα για να επικοινωνούν την ώρα του μαθήματος. Μετά από πολλές ώρες προσπάθειας κατάφερε κι έσπασε τον κώδικα. Προσπάθησε να αποκωδικοποιήσει το μήνυμα με την αντιστοιχία αριθμών-γραμμάτων που βρήκε ο καθηγητής συμπληρώνοντας τα κενά με το σωστό γράμμα.



1.7 Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων

Ένας τρόπος για να καθορίσουμε τη θέση των σημείων πάνω σε ένα επίπεδο είναι το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

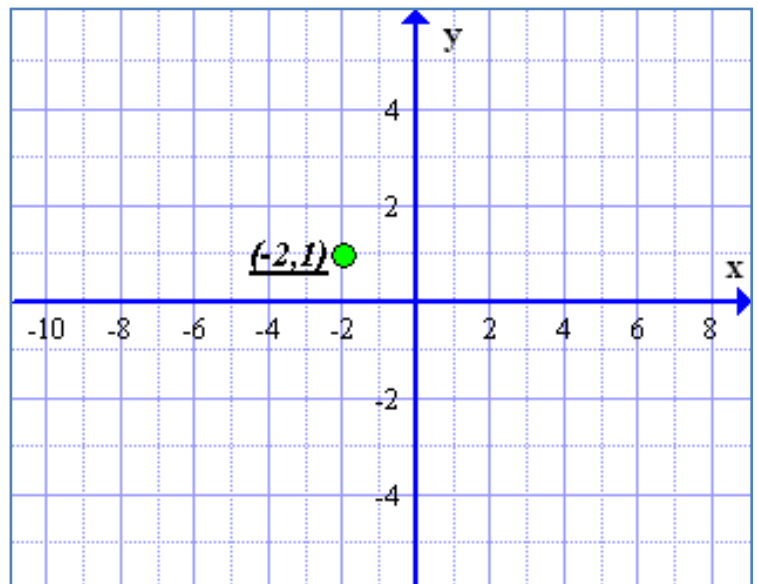
Πάνω σε ένα επίπεδο σχεδιάζουμε δύο κάθετους άξονες $x'x$ και $\psi'\psi$ με κοινή αρχή ένα σημείο O . Από αυτούς ο οριζόντιος $x'x$ λέγεται **άξονας των τετμημένων ή άξονας του x** , ενώ ο κατακόρυφος $\psi'\psi$ λέγεται **άξονας των τεταγμένων ή άξονας του ψ** .

Για το σημείο που φαίνεται στο σχήμα λέμε ότι οι **συντεταγμένες** του είναι $(-2,1)$. Ειδικότερα ο -2 λέγεται **τετμημένη**, ενώ ο 1 λέγεται **τεταγμένη** του σημείου.

Αποτυπώνουμε στο καρτεσιανό σύστημα τα σημεία:

$(-4,-2)$, $(4,4)$, $(-8,2)$, $(4,-1)$,

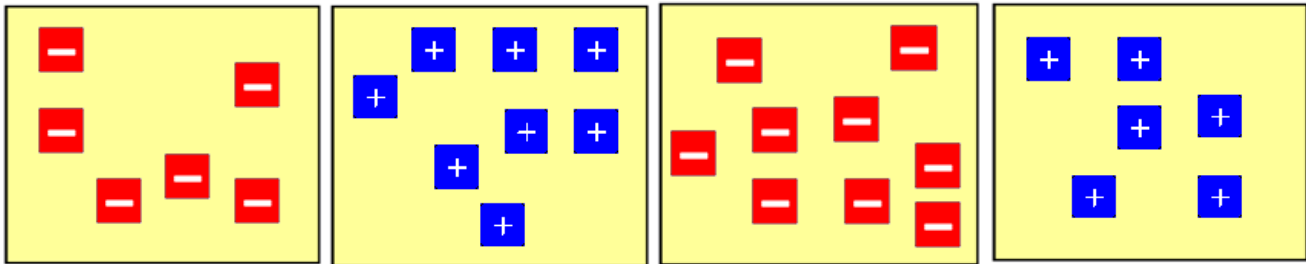
$(7,-3)$, $(0,0)$, $(2,0)$, $(-3,0)$



1.8 Το παιχνίδι με τις κάρτες

Σε μία τάξη οι μαθητές έχουν χωριστεί σε ομάδες και παίζουν ένα παιχνίδι ερωτήσεων. Για κάθε σωστή απάντηση ο καθηγητής δίνει στην ομάδα μία κάρτα «+» και για κάθε λάθος απάντηση δίνει μία κάρτα «-».

Κάποιες ομάδες που απάντησαν σε όλες τις ερωτήσεις σωστά ή λάθος, είχαν αυτές τις κάρτες. Συζητάμε στη ομάδα μας και αφού καταλήξουμε σε συμφωνία συμπληρώνουμε τους πόντους της κάθε ομάδας



Πόντοι: _____

1.9 Ανακεφαλαιώνοντας

Να χαρακτηρίσουμε με Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος) την κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις:

α/α	Πρόταση	Σωστό	Λάθος
1	Οι αριθμοί +15, -7, +7 είναι θετικοί αριθμοί		
2	Οι ακέραιοι αριθμοί που έχουν πρόσημο "-" λέγονται θετικοί		
3	Ο αριθμός 0 είναι ακέραιος αριθμός		
4	Οι αριθμοί με διαφορετικό πρόσημο λέγονται ομόσημοι		
5	Οι αριθμοί -3, -12, -7, -64 είναι αρνητικοί αριθμοί		
6	Ο αριθμός 0 είναι θετικός αριθμός		
7	Οι αριθμοί -9, -4 είναι ομόσημοι		
8	Ο δεκαδικός 1,2 είναι ακέραιος αριθμός		
9	Όλοι οι φυσικοί είναι ακέραιοι αριθμοί		
10	Όλοι οι ακέραιοι αριθμοί είναι φυσικοί		