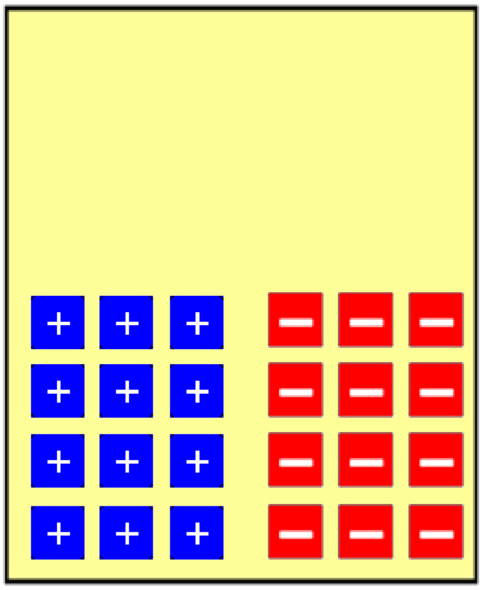
§5. Πολλαπλασιασμός ακεραίων

ΠΜΑ Α΄ Γυμνασίου

Αρ17. Πολλαπλασιάζουν ακέραιους χρησιμοποιώντας στην αρχή μοντέλα-μεταφορές και καταλήγουν στον ορισμό του πολλαπλασιασμού ακεραίων.

5.1 Από τις κάρτες στον πολλαπλασιασμό

Στο παιχνίδι με τις κάρτες μία ομάδα έχει τις παρακάτω κάρτες. Συζητάμε την ομάδα μας και αφού καταλήξουμε σε συμφωνία συμπληρώνουμε τα κενά.



α) Η βαθμολογία της ομάδας είναι : ____

β) Αν προσθέσουμε 2 γραμμές των 3 θετικών καρτών τότε η βαθμολογία θα γίνει: _____. Δηλαδή 0 + 2 · (+3)= ___

γ) Αν προσθέσουμε (όταν η βαθμολογία είναι 0) 2 γραμμές των 3 αρνητικών καρτών τότε η βαθμολογία θα γίνει: ___ . Δηλαδή 0 + 2 · (___)= ___

δ) Αν αφαιρέσουμε (όταν η βαθμολογία είναι 0) 2 γραμμές των 3 θετικών καρτών τότε η βαθμολογία θα γίνει: ___

Δηλαδή 0 - 2 · (___)= ____

ε) Αν αφαιρέσουμε (όταν η βαθμολογία είναι 0) 2 γραμμές των 3 αρνητικών καρτών τότε η βαθμολογία θα γίνει: ___

Δηλαδή 0 - 2 · (___)= ____

5.2 Από τον πολλαπλασιασμό στις κάρτες

Η ομάδα της Μαρίας στο παιχνίδι γνώσεων έχει βαθμολογία 0. Τι περιγράφουν οι παρακάτω πράξεις; Συμπληρώνουμε τη σωστή απάντηση.

α) Η παράσταση 0 + 3·(+5) δηλώνει ότι _________ 3 γραμμές των 5 ________ καρτών. Βαθμολογία: _____

β) Η παράσταση 0+ 3·(-5) δηλώνει ότι __________ 3 γραμμές των 5 ________ καρτών. Βαθμολογία: _____

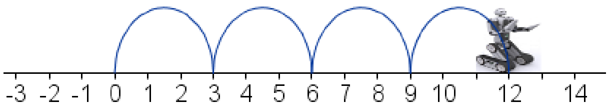
γ) Η παράσταση 0-3·(+5) δηλώνει ότι _________ 3 γραμμές των 5 ________ καρτών. Βαθμολογία: _____

δ) Η παράσταση 0- 3·(-5) δηλώνει ότι _________ 3 γραμμές των 5 ________ καρτών. Βαθμολογία: _____

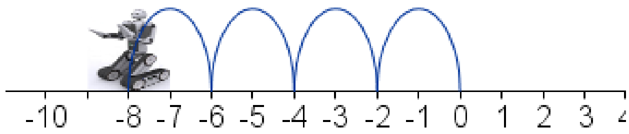
ε) Αν προσθέτουμε γραμμές θετικών καρτών, τότε το αποτέλεσμα είναι ______________ (θετικός ή αρνητικός)
Αν προσθέτουμε γραμμές αρνητικών καρτών, τότε το αποτέλεσμα είναι ______________
Αν αφαιρούμε γραμμές θετικών καρτών, τότε το αποτέλεσμα είναι ______________
Αν αφαιρούμε γραμμές αρνητικών καρτών, τότε το αποτέλεσμα είναι ______________

5.3 Η κίνηση στην αριθμογραμμή

Οι μαθητές που έφτιαξαν το ρομπότ στο μάθημα της τεχνολογίας, προβληματίστηκαν σχετικά με το πώς θα μπορούσαν να κινήσουν το ρομπότ ώστε να ερμηνεύσουν την πράξη 0+4·(+3). Μία ομάδα μαθητών σκέφτηκε μία λύση. Πρότεινε: «Το ρομπότ ξεκινά από το 0. Αν ακολουθεί πρόσθεση το ρομπότ κοιτάει στους θετικούς, αν ακολουθεί αφαίρεση, γυρίζει προς τους αρνητικούς. Ο πρώτος αριθμός δείχνει τον αριθμό επαναλήψεων. Ο δεύτερος αριθμός δείχνει αν θα κινηθεί προς τα μπροστά ή προς τα πίσω και πόσα βήματα θα κάνει κάθε φορά (π.χ. το +3 σημαίνει ότι θα κινείται 3 βήματα κάθε φορά προς τα μπροστά ενώ το -4 ότι θα κινείται 4 βήματα κάθε φορά προς τα πίσω". Έτσι για το 0+4·(+3) το ρομπότ κοιτάει προς τους θετικούς (το +), επαναλαμβάνει 4 φορές την κίνηση 3 βημάτων προς τα μπροστά.



Για το γινόμενο 0-4·(+2), το ρομπότ κοιτάει προς τους αρνητικούς και επαναλαμβάνει 4 φορές την κίνηση 2 βημάτων προς τα μπροστά.



Σύμφωνα με αυτούς τους κανόνες κίνησης του ρομπότ, σημειώνουμε πάνω στην αριθμογραμμή την τελική του θέση για κάθε μία από τις παρακάτω πράξεις :

α) 0+3·(+5)=

Το 0+3·(+5)
σημαίνει: ξεκινά από το ___, κοιτάει προς τους _________ (θετικούς ή αρνητικούς) , θα κάνει ______ φορές ___ βήματα προς τα _____ (μπροστά ή πίσω)

β) 0-6·(+2)=

Το 0-6·(+2) σημαίνει: ξεκινά από το ___, κοιτάει προς τους _________ (θετικούς ή αρνητικούς) , θα κάνει ______ φορές ___ βήματα προς τα _____ (μπροστά ή πίσω)

γ) 0-4·(+3)=

δ) 0-5·(-4)=

ε) Στην προηγούμενη δραστηριότητα καταλήξαμε σε κάποια συμπεράσματα. Ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα και εδώ;
Με βάση τα δύο μοντέλα που είδαμε συζητούμε για να βρούμε έναν κανόνα για τον πολλαπλασιασμό ακεραίων:
Τι πρόσημο θα έχει το αποτέλεσμα;
Τι αριθμός θα ακολουθεί;

5.4 Γενικεύοντας

α) Να συμπληρώσουμε τον πίνακα σύμφωνα με τα αποτελέσματα που βρήκαμε πριν.

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Γινόμενο</td><td colspan="2">Πολλαπλασιαστής</td></tr>
<tr><td>Θετικός</td><td>Αρνητικός</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Πολλαπλασιαστέος</td><td>Θετικός</td><td>(+2)·(+4)= ____
(+3)·(+5)= ____</td><td>(+2)·(-4)= ____
(+3)·(-4)= ____</td></tr>
<tr><td>Αρνητικός</td><td>(-4)·(+3)= ____
(-6)·(+2)= ____</td><td>(-3)·(-4)= ____
(-2)·(-4)= ____</td></tr>
</table>

β) Παρατηρώντας τον προηγούμενο πίνακα ας προσπαθήσουμε να βρούμε το πρόσημο του γινομένου δύο αριθμών, ξέροντας το πρόσημό τους. Συμπληρώνουμε με τη σωστή απάντηση.

Θετικός · Θετικό = _____________ αριθμός   Θετικός · Αρνητικό = _____________ αριθμός

Αρνητικός · Θετικό = _____________ αριθμός   Αρνητικός · Αρνητικό = _____________ αριθμός

γ) Μπορούμε να βγάλουμε ένα συμπέρασμα για το πρόσημο του γινομένου ομόσημων ή ετερόσημων αριθμών;

Το γινόμενο ομόσημων αριθμών είναι αριθμός __________

Το γινόμενο ετερόσημων αριθμών είναι αριθμός __________

δ) Διατυπώνουμε έναν κανόνα για τον πολλαπλασιασμό ακέραιων αριθμών

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ακέραιους αριθμούς:

- πολλαπλασιάζουμε τις ___________________ και
- βάζουμε μπροστά το πρόσημο «+» αν είναι ___________ ή το πρόσημο «-» αν είναι ______________.

5.5 Εφαρμόζοντας τον κανόνα

α) Χρησιμοποιώντας τον κανόνα για το γινόμενο ακέραιων αριθμών υπολογίζουμε τα γινόμενα και συμπληρώνουμε τα κενά.

(-7)·(+3)=____   (+4)·(+8)= ____   (-11)·(-3)= ____   (-8)·(+6)= ____

(+10)·(-5)= ____   7·(-6)= ____   (-11)·10=____   12·(-30)= ____

Μικροπείραμα από εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2148

β) Συμπληρώνουμε τον πίνακα

Πολλ/σμος	**-7**	**-5**	**1**	**2**	**6**
-4					
-3					
0					
5					
8					

Μικροπείραμα από εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1957

Αν α ακέραιος, τότε ποιο είναι το γινόμενο α·1; α·1=____

Αν α ακέραιος, τότε ποιο είναι το γινόμενο α·0; α·0=____

5.6 Τι πρόσημο έχει το γινόμενο πολλών παραγόντων;

Υπάρχει τρόπος να βρίσκουμε το πρόσημο ενός γινομένου με πολλούς παράγοντες χωρίς να πολλαπλασιάζουμε ανά δύο τους αριθμούς; Για παράδειγμα ποιο είναι το πρόσημο των γινομένων -(-3)· 108 ·(+4) ·(-15) ·(-341) ή του

$(-1)^{2011}$;

α) Συμπληρώνουμε τα κενά

(-1)·(-1)=_____ (-1)·(-1) ·(-1)= _____

(-1) ·(-1)·(-1)·(-1)= _____ (-1)· (-1)·(-1)·(-1)·(-1)= _____

$\underbrace{(-1)\cdot(-1)\cdot\ldots\cdot(-1)}_{10\ \varphi o\rho \acute{\varepsilon} \varsigma}=$_____ $\underbrace{(-1)\cdot(-1)\cdot\ldots\cdot(-1)}_{11\ \varphi o\rho \acute{\varepsilon} \varsigma}=$_____

(β) Παρατηρούμε τα προηγούμενα γινόμενα και συμπληρώνουμε τα κενά.

Παρατηρούμε ότι όταν ο αριθμός των παραγόντων του (-1) είναι _______, το αποτέλεσμα είναι ______________
Παρατηρούμε ότι όταν ο αριθμός των παραγόντων του (-1) είναι _______, το αποτέλεσμα είναι ______________

(γ) Ο Κώστας ισχυρίζεται ότι η παράσταση $(+1)\cdot\underbrace{(-1)\cdot(-1)\cdot\ldots\cdot(-1)}_{100\ \varphi o\rho \acute{\varepsilon} \varsigma}$ είναι αρνητική αφού έχει 101 παράγοντες. Ο Μανώλης υποστηρίζει ότι η παράσταση είναι θετική γιατί αυτό που μας ενδιαφέρει είναι ο αριθμός των αρνητικών αριθμών που εδώ είναι 100. Ποιος έχει δίκιο;

(δ) Συμπληρώνουμε τη σωστή απάντηση στον παρακάτω κανόνα.

Το γινόμενο πολλών παραγόντων, μη μηδενικών είναι:

- θετικός αριθμός, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι ___________ αριθμός.
- αρνητικός αριθμός, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι __________ αριθμός.

Συζητάμε με την ομάδα μας, καταλήγουμε σε συμφωνία και καταθέτουμε τα συμπεράσματά μας στην ολομέλεια της τάξης.

ε) Συμπληρώνουμε τις παραστάσεις

$(-1)^{2012}$= ______ $(+1)\cdot(-1)^{2011}$= ______ $(-1)\cdot(+1)\cdot(-1)\cdot(-1)^{5404}$= ______

ζ) Στα παρακάτω γινόμενα επιλέγουμε τη σωστή απάντηση.

α/α	Ερώτηση	Α	Β	Γ	Δ
1	Το γινόμενο (-3)(+2)(-1)(+4) είναι	+5	-11	-24	+24
2	Το γινόμενο (-4)(-5)(-1) είναι	-20	+20	+1	-9
3	Το γινόμενο (-7)(-2)(-3)(-1) είναι	-42	+42	+13	-1
4	Το γινόμενο (+7)(-5)(-2) είναι	0	-70	+70	+14
5	Το γινόμενο (-4)(-2)(-3) είναι	-24	+24	-9	+9
6	Το γινόμενο (+7)(-1)(-6)(-2) είναι	-16	-2	-84	+84
7	Το γινόμενο (-4)(-6)0(+23) είναι	0	+1	-12	552

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ – ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ - ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

5.7 Έχουν την ίδια δομή;

Υπάρχουν άλλα φυσικά ή μαθηματικά μοντέλα που διατηρούν παρόμοια δομή με τον πολλαπλασιασμό των ακεραίων; Διαλέγουμε τη σωστή απάντηση σε κάθε κενό διαβάζοντας πρώτα το κείμενο, μετά την αντίστοιχη στήλη και στη συνέχεια την αντίστοιχη γραμμή.

α) Συμπληρώνουμε τον πίνακα με τις λέξεις “συμπαίκτης” ή “αντίπαλος”

Αν παίζεις σε μια ομάδα τότε τι είναι για σένα ο	**συμπαίχτης**	**αντίπαλος**
του συμπαίχτη;		
του αντίπαλου;		

β) Συμπληρώνουμε τον πίνακα με τις λέξεις “καλό” ή “κακό”.

Υπάρχει κάποια σχέση αυτών των δομών με το πρόσημο του γινομένου ακέραιων αριθμών;

Τι είναι για την ομάδα όταν	**έρχεται**	**αποχωρεί**
ένας καλός παίχτης;		
ένας κακός παίχτης;		

5.8 Διατηρώντας την κανονικότητα

Συμπληρώνουμε τα κενά(ανά στήλη). Παρατηρούμε κάποια κανονικότητα σε κάθε στήλη;

(α)

(+2)·(+3)=6

(+2)·(+2)=4

(+2)·(+1)=____

(+2)·0=____

(+2)·(-1)= ____

(+2)·(-2)= ____

(+2)·(-3)= ____

(+2)·(-4)= ____

(β)

(+2)·(-4)=-8

(+1)·(-4)=-4

0·(-4)= ____

(-1)·(-4)= ____

(-2)·(-4)= ____

(-3)·(-4)= ____

(-4)·(-4)= ____

(-5)·(-4)= ____

(γ)

(-4)·(-4)=16

(-4)·(-3)=12

(-4)·(-2)= ____

(-4)·(-1)= ____

(-4)·0=____

(-4)·(+1)= ____

(-4)·(+2)= ____

(-4)·(+3)= ____

5.9 Υπολογίζοντας τη θέση

Μία φώκια βρίσκεται σε βάθος -20 m (θεωρούμε την επιφάνεια της θάλασσας ως το 0 της νοητής αριθμογραμμής). Αν ένα δελφίνι βρίσκεται σε 8-πλάσιο βάθος ποια είναι η θέση του δελφινιού;

5.10 Συμπληρώνοντας το μοτίβο

Συμπληρώνουμε τα κενά στα παρακάτω αριθμητικά μοτίβα και στη συνέχεια περιγράφουμε τον κανόνα.

α) -2, -4, ______, -16, -32, ______

β) 5, ______, 5, -5, ______, -5

γ) -3, ______, -12, 24, _____, ______

5.11 Ανακαλύπτοντας τον κωδικό

Ένας καθηγητής παίζει ένα παιχνίδι με τους μαθητές όπου χρειάζεται ένας κωδικός. Γράφει στον πίνακα δύο επιτρεπτούς κωδικούς:-2 (-30) και 5·12 με σκοπό να βοηθήσεις τους μαθητές να καταλάβουν τη λογική του κωδικού. Μπορούμε να τους βοηθήσουμε;

Περιγράφουμε τη λογική του κωδικού και γράφουμε τουλάχιστον δύο τέτοιους κωδικούς: _________ , __________

5.12 Γινόμενο πολλών παραγόντων και μεγάλες δυνάμεις αρνητικών αριθμών

Αντιστοιχίζουμε κάθε παράσταση στο πρόσημο του γινομένου του και συμπληρώνουμε τον πίνακα.

	Παράσταση	Πρόσημο	
1	$(-43)\cdot(+32)\cdot(-2)\cdot(-6)\cdot(+90)\cdot 100$	α	+
2	$-(-3)\cdot 108\cdot(+4)\cdot(-15)\cdot(-341)$	β	-
3	$(-40)\cdot(-132)\cdot(+2)\cdot(-65)\cdot(-1)^{200}$		
4	$(-2)^{201}$		
5	$(-43)^{43}\cdot(-25)^{25}$		
6	$(-21)^{109}\cdot(-145)^{34}\cdot(+1)\cdot(-1)$		

1	2	3	4	5	6

5.13 Επιλύοντας εξισώσεις

Χρησιμοποιώντας αντίστροφες πράξεις βρίσκουμε τις λύσεις των εξισώσεων

α) χ:(-2)=3

β) χ:(+15)=-5

γ) χ:(+5)=+10

δ) χ:(-500)=-20

5.14 Επιμεριστική ιδιότητα

Η **επιμεριστική ιδιότητα** ισχύει στους ακέραιους αριθμούς ακριβώς όπως στους φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς. Συμπληρώνουμε τα κενά.

Ως προς την πρόσθεση: α(β+γ)=__________ ή (β+γ)α=__________

Ως προς την αφαίρεση: α(β-γ)= __________ ή (β-γ)α=__________

Συμβολισμοί

- Σε γινόμενο αριθμού με μεταβλητή δεν χρειάζεται να γράφουμε ανάμεσά τους το σύμβολο του πολλαπλασιασμού, π.χ. γράφουμε 2χ κι όχι 2·χ
- Όμοια σε γινόμενο αριθμού με παρένθεση, π.χ. γράφουμε -5(2+3)χ κι όχι -5·(2+3)χ.

α) Ο Δημήτρης έγραψε 5·(4-χ)=20-χ. Η Ελένη πιστεύει ότι το έχει κάνει λάθος. Ποιος μαθητής έχει δίκιο; Αν έχει δίκιο η Ελένη γράφουμε τη σωστή απάντηση.

β) Στις παρακάτω παραστάσεις απαλείφουμε τις παρενθέσεις χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα. Συμπληρώνουμε τα κενά.

-2(α+3)=_____·α +(__)·3=_________

-5(2-4χ)=________

8(-α+2β)=________

(-3-2χ)(-5)=__________

γ) Στις παρακάτω παραστάσεις βγάζουμε κοινό παράγοντα χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα. Συμπληρώνουμε τα κενά.

2χ+2ψ=__________

-9α-9·2= __________

-5·α+20=-5α-5(_____)= __________

Αν εφαρμόζουμε την επιμεριστική ιδιότητα από το 1^{ο} προς το 2^{ο} μέλος, λέμε ότι κάνουμε **απαλοιφή παρενθέσεων**

Αν εφαρμόζουμε την ιδιότητα από το 2^{ο} προς το 1^{ο} μέλος, λέμε ότι **βγάζουμε κοινό παράγοντα**.

5.15 Απαλείφοντας δύο παρενθέσεις

Να συνεχίσουμε την απαλοιφή των παρενθέσεων στην παράσταση (α+β)·(γ+δ)=α·(γ+δ)+β·(γ+δ)=

Τελικά κάθε όρος της πρώτης παρένθεσης ____________________ με κάθε όρο της δεύτερης παρένθεσης. Εφαρμόζουμε το συμπέρασμά μας στα παρακάτω γινόμενα απαλείφοντας τις παρενθέσεις.

α) (3+α)·(β+2)=

β) (β-1)·(α+3)=

γ) (γ-2)·(-3-δ)=

5.16 Πότε είναι αρνητικός
Αν α και β είναι ακέραιοι αριθμοί, το γινόμενο –αβ είναι πάντα αρνητικό; Αν όχι, βρίσκουμε πότε είναι αρνητικό. Συζητάμε στην ομάδα μας και καταθέτουμε τα συμπεράσματά μας στην ολομέλεια της τάξης.

5.17 Ελάχιστο άθροισμα με σταθερό γινόμενο
Ποιο είναι το ελάχιστο άθροισμα δύο ακεραίων με γινόμενο:
α) 16

β) -32

5.18 Το μικρότερο και το μεγαλύτερο γινόμενο

Ένας διψήφιος αρνητικός αριθμός και ένας τριψήφιος θετικός αριθμός σχηματίζονται με τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5 (το κάθε ψηφίο χρησιμοποιείται μόνο μια φορά). Με ποιους αριθμούς έχουμε το μικρότερο δυνατό γινόμενο των δύο αριθμών; Το μεγαλύτερο;

Συζητάμε στην ομάδα μας και καταθέτουμε τα συμπεράσματά μας στην ολομέλεια της τάξης.

5.19 Αναγνωρίζοντας την αριθμητική παράσταση

α) Αν το χαρτζιλίκι του Δημήτρη είναι 70 € το μήνα και κάθε βδομάδα ξοδεύει 12 € τη βδομάδα, ποια αριθμητική παράσταση εκφράζει τα χρήματα που θα έχει στο τέλος του μήνα; Επιλέγουμε τη σωστή απάντηση.

i) 70-4(+12) ii) 70-4(-12) iii)-70-4(-12) iv) -70+4(+12)

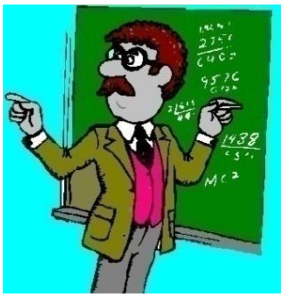
β) Περιγράφουμε μια πραγματική κατάσταση που μοντελοποιεί ένα πρόβλημα 7 ημερών με -2 μονάδων την ημέρα και γράφουμε την αντίστοιχη αριθμητική παράσταση.

5.20 Ποιος απαντά στην τύχη; *(πρόβλημα στην αριθμητική παράσταση)*

Ο καθηγητής δίνει στους μαθητές ένα διαγώνισμα πολλαπλής επιλογής. Επειδή δεν θέλει να επιλέγουν στην τύχη, αφαιρεί μονάδες στις λάθος απαντήσεις:

Για σωστή απάντηση: **+4** μονάδες

για λάθος απάντηση: **-2** μονάδες



Το διαγώνισμα έχει 20 ερωτήσεις που πρέπει να απαντηθούν όλες.

α) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός μονάδων που μπορεί να πάρει ένας μαθητής;

β) Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός μονάδων που μπορεί να πάρει ένας μαθητής;

γ) Πόσες μονάδες θα πάρει ένα μαθητής αν απαντήσει 10 ερωτήσεις σωστά και 10 λάθος;

δ) Η Κατερίνα απάντησε λάθος σε 7 ερωτήσεις ενώ οι υπόλοιπες ήταν σωστές. Πόσες μονάδες πήρε η Κατερίνα;

ε) Ο καθηγητής αφού διόρθωσε τα διαγωνίσματα, έκανε ένα έλεγχο για τυχόν λάθη και διαπίστωσε ότι στο διαγώνισμα του Χρίστου είχε κάνει λάθος. Δύο λάθος απαντήσεις τις βαθμολόγησε ως σωστές. Έκανε τη διόρθωση γράφοντας δίπλα στο βαθμό -2·4+2·(-2). Να εξηγήσετε γιατί ο καθηγητής έγραψε αυτή την παράσταση.

Πόσο άλλαξε η βαθμολογία του Χρίστου;

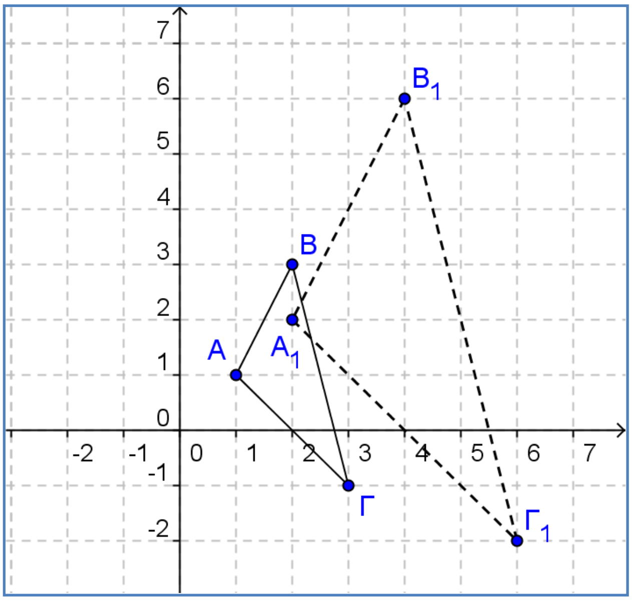
ζ) Στη συνέχεια ο καθηγητής αφού έγραψε τις σωστές απαντήσεις στον πίνακα ζήτησε από όλα τα παιδιά να ελέγξουν τις απαντήσεις τους. Η Χρύσα βρήκε κι αυτή λάθος και φώναξε τον καθηγητή να το δει. Αυτός είπε στην τάξη: *«Έχω σημειώσει στο διαγώνισμα της Κατερίνας 7 λάθος απαντήσεις και τις υπόλοιπες σωστές. Όμως τρεις από τις σωστές απαντήσεις της, βαθμολογήθηκαν ως λανθασμένες.»*

Τι βαθμό πήρε η Χρύσα;

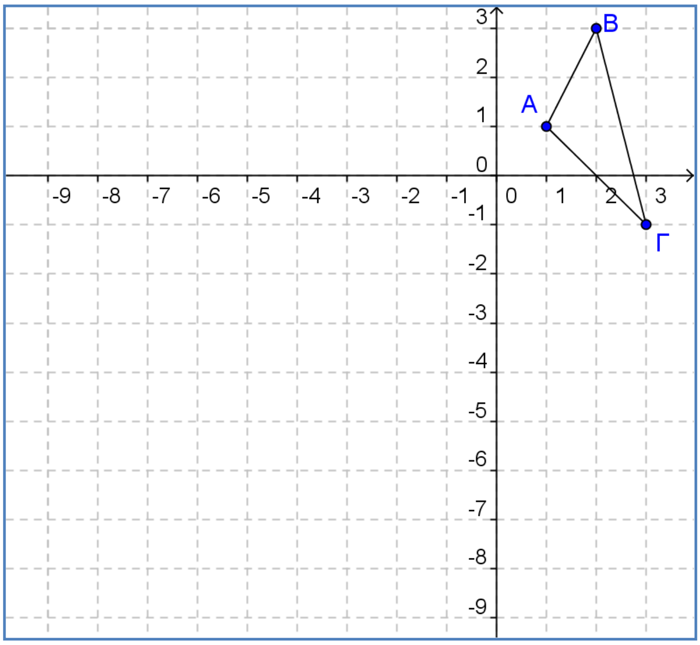
Να γράψουμε μια παράσταση που να διορθώνει τη βαθμολογία. Ποιος είναι ο τελικός βαθμός της Χρύσας;

η) Να διατυπώσουμε ένα ανάλογο πρόβλημα για την παράσταση **45 +4·(-2)-3·(+4)-1·(+1)** και να την υπολογίσουμε.

5.21 Μετασχηματισμός ομοιοθεσίας



α) Ένας μαθητής κατασκεύασε το τρίγωνο $Α_1Β_1Γ_1$ από το τρίγωνο ΑΒΓ. Αφού γράψουμε τις συντεταγμένες όλων των σημείων, μπορούμε να βρούμε πως σκέφτηκε ο μαθητής; Περιγράφουμε τον κανόνα.



β) Αν η λογική μετασχηματισμού είναι η ίδια και το αριθμός που χρησιμοποιεί ο μαθητής είναι το -1, σχεδιάζουμε το $Α_1Β_1Γ_1$. Τα δύο τρίγωνα έχουν κάποια σχέση συμμετρίας;

γ) Με την ίδια λογική μετασχηματισμού σχεδιάζουμε το τρίγωνο $Α_2Β_2Γ_2$ χρησιμοποιώντας τον αριθμό -3.

5.22 Αλγεβρική παράσταση και αριθμητική τιμή

Να υπολογίσουμε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω αλγεβρικών παραστάσεων για τις τιμές που δίνονται.

α) Α=-3χ+6 για χ=-2

Α=-3(___)+6=_________

β) Β=-3χ-5ψ για χ=-4 και ψ=-6

Β=-3χ-5ψ=-3(___)-5(___)=_______

γ) Γ=-5α(β-3) για α=11 και β=-10

Γ=-5α(β-3)=-5·____·(___-3)= ________

δ) Α=(χ-2)(χ-1)(χ+3) για χ=-1.

Α=

Αλγεβρική παράσταση

Αλγεβρική παράσταση ονομάζουμε την παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ γραμμάτων και αριθμών.

Αριθμητική τιμή

Όταν σε μια αλγεβρική παράσταση αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές με αριθμούς τότε το αποτέλεσμα που παίρνουμε λέγεται αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης.

5.23 Σχέση δύο μεταβλητών

Τι σχέση έχουν οι αριθμοί χ και ψ; Περιγράφουμε λεκτικά τη σχέση των δύο μεταβλητών και στη συνέχεια γράφουμε τη μεταβλητή ψ σε σχέση με τη μεταβλητή χ.

χ	0	1	2	3	4
ψ	0	-5	-10	-15	-20

Ψ=_____

Ποια είναι η τιμή του ψ αν χ=-1, -2 και -3;

5.24 Απόλυτη τιμή γινομένου

Ισχύει η σχέση $|\alpha\cdot\beta|=|\alpha|\cdot|\beta|$; Ελέγχουμε τις υποθέσεις μας δίνοντας διάφορους συνδυασμούς ακέραιων τιμών στους αριθμούς α και β.

Συζητάμε στην ομάδα μας και καταλήγουμε σε συμφωνία. Στη συνέχεια καταθέτουμε τις απόψεις μας στην ολομέλεια της τάξης.