

§6. Διαίρεση ακεραίων

6.1 Από τον πολλαπλασιασμό στη διαίρεση

ΠΜΑ Α΄ Γυμνασίου

Αρ18. Διαιρούν ακέραιους χρησιμοποιώντας τη διαίρεση ως αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού.

Συμπληρώνουμε τα κενά όπως στο παράδειγμα:

$$(+2) \cdot (+5) = +10 \quad \text{ή} \quad (+10) : (+2) = \underline{\quad\quad} \quad \text{ή} \quad (+10) : (+5) = \underline{\quad\quad}$$

$$(-2) \cdot (-5) = \underline{\quad\quad} \quad \text{ή} \quad (\underline{\quad\quad}) : (-2) = \underline{\quad\quad} \quad \text{ή} \quad (\underline{\quad\quad}) : (-5) = \underline{\quad\quad}$$

$$(+2) \cdot (-5) = \underline{\quad\quad} \quad \text{ή} \quad (\underline{\quad\quad}) : (+2) = \underline{\quad\quad} \quad \text{ή} \quad (\underline{\quad\quad}) : (-5) = \underline{\quad\quad}$$

$$(-2) \cdot (+5) = \underline{\quad\quad} \quad \text{ή} \quad (\underline{\quad\quad}) : (-2) = \underline{\quad\quad} \quad \text{ή} \quad (\underline{\quad\quad}) : (+5) = \underline{\quad\quad}$$

Παρατηρούμε ότι το ηλίκο δύο ομόσημων αριθμών είναι _____ αριθμός

Παρατηρούμε ότι το ηλίκο δύο ετερόσημων αριθμών είναι _____ αριθμός

Γενικεύουμε:

Για να διαιρέσουμε δύο ακέραιους αριθμούς:

- διαιρούμε τις _____ και
- βάζουμε μπροστά το πρόσημο «+» αν είναι _____ ή το πρόσημο «-» αν είναι _____.

6.2 Γράφοντας την πράξη

Συμπληρώνουμε τα κενά όπως στο παράδειγμα.

Ο αριθμός που πολλαπλασιάζεται με το -4 και δίνει γινόμενο -20 είναι ο +5. Πράξη: $(-20) : (-4) = 5$

Ο αριθμός που πολλαπλασιάζεται με το -2 και δίνει γινόμενο 20 είναι ο _____. Πράξη: _____

Ο αριθμός που πολλαπλασιάζεται με το +5 και δίνει γινόμενο -60 είναι ο _____. Πράξη: _____

Ο αριθμός που πολλαπλασιάζεται με το -8 και δίνει γινόμενο 56 είναι ο _____. Πράξη: _____

6.3 Διαιρέσεις

Χρησιμοποιώντας τον κανόνα για το πηλίκο ακεραίων αριθμών υπολογίζουμε τα πηλίκα.

α) Συμπληρώνουμε τον πίνακα

Διαίρεση		Διαιρέτης				
		-3	-2	1	2	3
Διαιρετέος	-18					
	-12					
	-6					
	24					
	30					

Μικροπείραμα από
εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1959>

Παρατηρώντας την 3^η στήλη συμπληρώνουμε το κενό
 $a:1=$ ___

β) Συμπληρώνουμε τα κενά

$$(-21):(+3)=$$

$$(+49):(-7)=$$

$$(-63):(-9)=$$

$$(-75):(+15)=$$

$$(+105):(-15)=$$

$$180:(-6)=$$

$$(-110):10=$$

$$120:(-30)=$$

6.4 Η προτεραιότητα των πράξεων

Να υπολογίσουμε τις παραστάσεις

α) $-3 \cdot (-2) + 4 \cdot (+6) =$

β) $-4 \cdot (+5) - 2 \cdot (-7) + (-14) : (-7) =$

γ) $-15 : (-3) - 4 \cdot (-7) + (-10) : (-5) - (-5) + (-20) : (+5) =$

δ) $(-5)^2 - 2^2 \cdot (-7) + (-16) : (-2)^2 =$

ε) $-2 \cdot (5-3)^3 - 2^2 : (-4) + (-10+12)^2 : (-2) =$

Η προτεραιότητα των πράξεων

Για να υπολογίσουμε μία αριθμητική παράσταση πρώτα υπολογίζουμε τις δυνάμεις, μετά τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις και τέλος τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις. Αν υπάρχουν παρενθέσεις τότε κάνουμε τις πράξεις μέσα σ' αυτές με την ίδια προτεραιότητα.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ – ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ - ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

6.5 Συμπληρώνοντας το μοτίβο

Συμπληρώνουμε τα κενά στα παρακάτω αριθμητικά μοτίβα και στη συνέχεια περιγράφουμε τον κανόνα.

α) -32, -16, _____, -4, -2, _____ Κανόνας:

β) 128, _____, 32, -16, _____, -4 Κανόνας:

γ) -243, _____, -27, 9, _____, _____ Κανόνας:

6.6 Εκτιμώντας από την αριθμογραμμή

Παρατηρούμε τη θέση των α και β στην αριθμογραμμή και βρίσκουμε τα πρόσημα των αριθμών:



α) $\alpha\beta$

β) $\alpha-\beta$

γ) $\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}$

6.7 Διαίρεση με το 0

Υπάρχει ακέραιος αριθμός α που να επαληθεύει την πράξη $\alpha \cdot 0 = 4$; Μπορούμε να βγάλουμε κάποιο συμπέρασμα για την πράξη $4:0$.

Συζητάμε με την ομάδα μας και αφού καταλήξουμε σε συμφωνία καταθέτουμε τα συμπεράσματά μας στην ολομέλεια της τάξης.

6.8 Επιλύοντας εξισώσεις

Λύνουμε τις εξισώσεις χρησιμοποιώντας αντίστροφες πράξεις

α) $-2 \cdot \chi = 10$

β) $5 \cdot \chi = -15$

γ) $-9 \cdot \chi = -36$

Μικροπείραμα από
εμπλουτισμένα σχολικά
βιβλία:
[http://photodentro.edu.gr
/v/item/ds/8521/1961](http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1961)

6.9 Υπολογίζοντας αλγεβρικές παραστάσεις

Να υπολογίσουμε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω αλγεβρικών παραστάσεων για τις τιμές που δίνονται.

α) $A = -6 \cdot \chi + 1$ για $\chi = -2$

A =

β) $B = -5 \cdot \chi + 3 \cdot \psi$ για $\chi = -1$ και $\psi = -3$

B =

γ) $\Gamma = -\alpha + (\alpha - \beta)^2 \cdot (\beta - 3)$ για $\alpha = 7$ και $\beta = 2$

$\Gamma =$

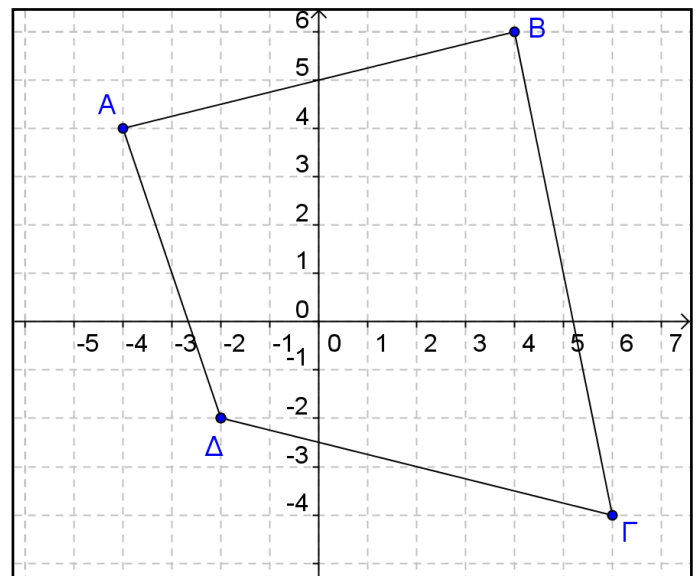
6.10 Μετασχηματίζοντας ένα τετράπλευρο

Θα σχεδιάσουμε ένα νέο τετράπλευρο $A'B'\Gamma\Delta'$ μετασχηματίζοντας τις κορυφές του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος. Χρησιμοποιούμε τον εξής κανόνα για κάθε νέο σημείο (χ', ψ') :

$$\chi' = \chi \cdot (-2) \text{ και } \psi' = \psi \cdot (-2),$$

όπου (χ, ψ) οι συντεταγμένες των κορυφών του $AB\Gamma\Delta$.

Σχεδιάζουμε το νέο τετράπλευρο $A'B'\Gamma\Delta'$



6.11 Άθροισμα ακεραίων με σταθερό πηλίκο

α) Βρίσκουμε ζεύγη ακεραίων που δίνουν πηλίκο 16: $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}, \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}, \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}, \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}, \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}, \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}, \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}, \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}, \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$. Πόσα ζεύγη ακεραίων υπάρχουν;

β) Ποιο από αυτά τα ζεύγη α, β δίνει το μεγαλύτερο δυνατό άθροισμα αν $\alpha + \beta < 0$;

γ) Βρίσκουμε το μεγαλύτερο άθροισμα δύο ακεραίων αριθμών α, β αν: $\alpha : \beta = -10$ και $\alpha + \beta > 0$

Συζητάμε με την ομάδα μας αναπτύσσοντας ο καθένας την άποψή του με επιχειρήματα και αφού καταλήξουμε σε συμφωνία καταθέτουμε τα συμπεράσματά μας στην ολομέλεια της τάξης.

6.12 Η μέση τιμή

Το ταμείο μιας εταιρείας για την εβδομάδα που πέρασε (σε εκατοντάδες ευρώ) ήταν: 12, -4, 5, -14, 20, -4, -1 (οι αρνητικοί αριθμοί δηλώνουν ότι εκείνη την ημέρα η εταιρία είχε ζημία). Να υπολογίσουμε τη μέση τιμή του ταμείου της εταιρείας την εβδομάδα αυτή.

6.13 Η συχνότητα των παρατηρήσεων

Οι μέσες θερμοκρασίες για τον μήνα Ιανουάριο 2011 στη Φλώρινα δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Κυρ	Δευτ	Τρι	Τετ	Πεμπ	Παρ	Σαβ
				-1	-6	0
2	-3	-5	-1	10	3	13
7	0	-6	10	3	-1	0
2	3	-3	-2	-6	-3	-2
-3	-2	2	5	7	5	

Ο Διονύσης και η Χριστίνα θέλουν να υπολογίσουν τη μέση θερμοκρασία του μήνα. Η Χριστίνα ξεκινά προσθέτοντας όλες τις θερμοκρασίες με τη σειρά.

α) Υπολογίζουμε τη μέση τιμή των θερμοκρασιών με τη μέθοδο της Χριστίνας

β) Ο Διονύσης παρατηρεί ότι επαναλαμβάνονται συνεχώς οι ίδιες θερμοκρασίες, έτσι χρησιμοποιεί άλλη μέθοδο:

1^{ον} : Γράφει πρώτα όλες τις παρατηρηθείσες διαφορετικές θερμοκρασίες από τον πίνακα.

2^{ον} : Κάτω από κάθε μία σημειώνει με γραμμές πόσες φορές εμφανίζεται.

Ο Διονύσης σημείωσε ήδη τις θερμοκρασίες της πρώτης εβδομάδας. Να συνεχίσουμε να σημειώνουμε για όλες τις ημέρες του μήνα, μετράμε πόσες φορές εμφανίζεται ο κάθε αριθμός και τέλος συμπληρώνουμε την τελευταία γραμμή του πίνακα.

Θερμοκρασία	-6	-3	-2	-1	0	2	3	5	7	10	13
Μέτρηση											

γ) Πως πρέπει να συνεχίσει ο Διονύσης ώστε να υπολογίσει τη μέση θερμοκρασία του μήνα; Συζητάμε με τη ομάδα μας και αφού καταλήξουμε σε συμφωνία την υπολογίζουμε.

6.14 Καταγράψαμε τις ελάχιστες θερμοκρασίες δύο εβδομάδων του Φεβρουαρίου. Τις πέντε ημέρες ήταν -7, τρεις ημέρες ήταν -4, μία μέρα ήταν 0, τρεις ημέρες +2 και δύο ημέρες ήταν -1. Να υπολογίσουμε τη μέση θερμοκρασία των δύο εβδομάδων.