



## 6.2 Ποσά αντιστρόφως ανάλογα

i) Συμπληρώνουμε τον πίνακα ώστε τα ποσά  $\chi$  και  $\psi$  να είναι αντιστρόφως ανάλογα

$\chi$	1	1,5	2	3	4	6	12
$\psi$	12						

ii) Τα παρακάτω ποσά είναι ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα;

α) \_\_\_\_\_

β) \_\_\_\_\_

γ) \_\_\_\_\_

$\chi$	4	2	2,5
$\psi$	5	10	8

$\chi$	2	5	8
$\psi$	4	10	16

$\chi$	3	2	1
$\psi$	5/3	5/2	5

## 6.3 Πραγματικοί αριθμοί με σταθερό γινόμενο

Δύο αριθμοί  $\chi$  και  $\psi$  έχουν γινόμενο 6. Άρα  $\chi\psi = \underline{\hspace{2cm}}$  ή αλλιώς  $\psi = \underline{\hspace{2cm}}$

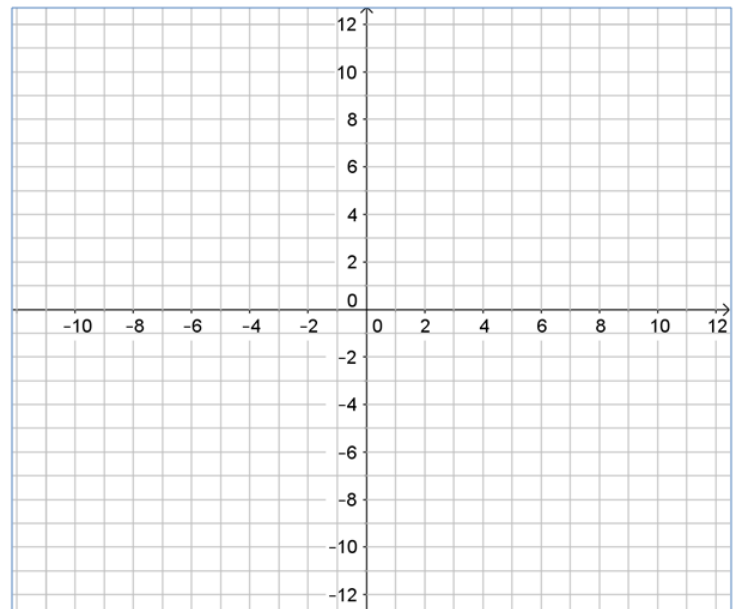
α) Να συμπληρώσουμε τον πίνακα και να κάνουμε τη γραφική παράσταση της υπερβολής

$\chi$	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
$\psi$								

β) Από τη γραφική παράσταση να εκτιμηθούν:

Αν το  $\psi$  είναι 4 τότε το  $\chi$  είναι :

Αν το  $\chi$  είναι  $-1,5$  το  $\psi$  είναι:



## Συμπεράσματα

1. Αν τα ποσά  $\chi$  και  $\psi$  είναι αντιστρόφως ανάλογα τότε  $\chi\psi = \alpha$  ή αλλιώς  $\psi = \frac{\alpha}{\chi}$ . Η γραφική παράσταση αυτής της συνάρτησης ονομάζεται **υπερβολή**.

2. Η γραφική της παράσταση αποτελείται από δύο σκέλη τα οποία πλησιάζουν συνεχώς, χωρίς όμως ποτέ να τέμνουν τους άξονες  $\chi'$  και  $\psi'$ .

### 6.4 Κάνοντας τη γραφική παράσταση μιας υπερβολής

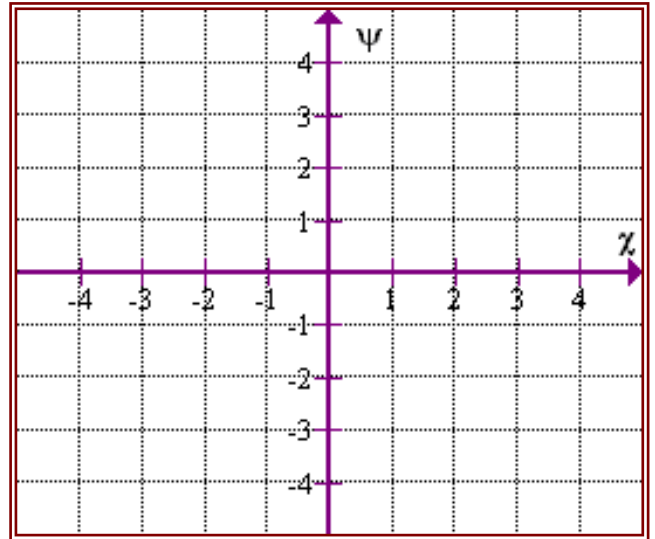
Να κάνουμε στο ίδιο σύστημα αξόνων τη γραφική παράσταση δύο υπερβολών. Αφού πλέον γνωρίζουμε τη μορφή αυτών των συναρτήσεων μπορούμε να βρούμε 4 σημεία, δύο σε κάθε σκέλος της υπερβολής

$$\alpha) \psi = \frac{3}{\chi}$$

$\chi$				
$\psi$				

$$\beta) \psi = -\frac{2}{\chi}$$

$\chi$				
$\psi$				



### 6.5 Βρίσκοντας τον τύπο από τη γραφική παράσταση

i) Δίνεται η διπλανή γραφική παράσταση μιας υπερβολής

Παρατηρούμε ότι κάποια από τα σημεία που περνάει είναι:

(\_\_\_\_, \_\_\_\_), (\_\_\_\_, \_\_\_\_), (\_\_\_\_, \_\_\_\_)

Ξέρουμε ότι ο τύπος της υπερβολής είναι ο  $\psi = \alpha/\chi$ , άρα αν χρησιμοποιήσουμε ένα από τα σημεία που βρήκαμε πριν, μπορούμε να βρούμε το  $\alpha$ .

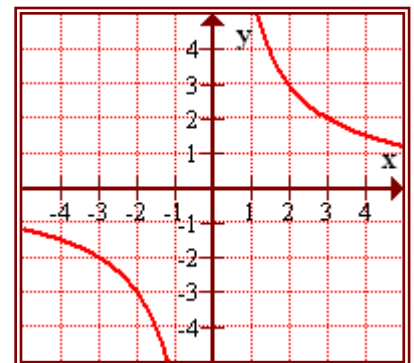
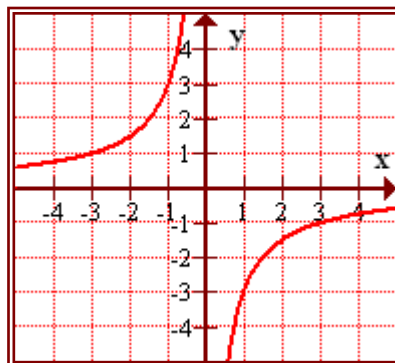
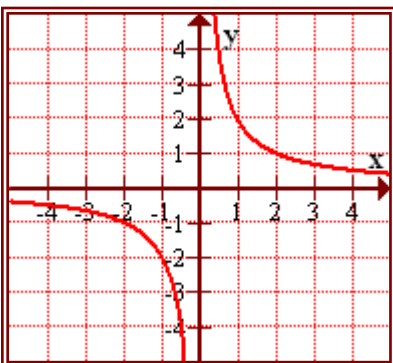


ii) Από τη γραφική παράσταση να βρούμε τον τύπο της υπερβολής (Προσοχή: Ισχύει ότι  $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ )

α)  $\psi =$

β)  $\psi =$

γ)  $\psi =$



Μικροπείραμα από εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία

[http://photodentro.edu.gr/photodentro/b\\_gym\\_kefa3\\_5\\_drastiriota\\_2\\_pidx007982/kefa3\\_5\\_drastiriota\\_2.ggb](http://photodentro.edu.gr/photodentro/b_gym_kefa3_5_drastiriota_2_pidx007982/kefa3_5_drastiriota_2.ggb)

### 6.6 Ο ρόλος του $\alpha$ στην $\psi = \alpha/\chi$

Ανοίγουμε το παραπάνω μικροπείραμα.

Παρατηρούμε τη γραφική παράσταση καθώς μεταβάλλουμε τις τιμές του  $\alpha$  και συμπληρώνουμε τα κενά:

- Αν  $\alpha > 0$  η γραφική παράσταση βρίσκεται στο \_\_\_\_\_ και \_\_\_\_\_ τεταρτημόριο.  
Όσο το  $\chi$  μεγαλώνει μέχρι το 0, το  $\psi$  \_\_\_\_\_ (μικραίνει-μεγαλώνει), άρα η συνάρτηση είναι γν. \_\_\_\_\_ (αύξουσα-φθίνουσα), ενώ όσο το  $\chi$  μεγαλώνει από το 0 και πάνω, το  $\psi$  \_\_\_\_\_ (μικραίνει-μεγαλώνει) άρα η συνάρτηση είναι γν. \_\_\_\_\_ (αύξουσα-φθίνουσα).
- Αν  $\alpha < 0$  η γραφική παράσταση βρίσκεται στο \_\_\_\_\_ και \_\_\_\_\_ τεταρτημόριο.  
Όσο το  $\chi$  μεγαλώνει μέχρι το 0, το  $\psi$  \_\_\_\_\_ (μικραίνει-μεγαλώνει), άρα η συνάρτηση είναι γν. \_\_\_\_\_ (αύξουσα-φθίνουσα), ενώ όσο το  $\chi$  μεγαλώνει από το 0 και πάνω, το  $\psi$  \_\_\_\_\_ (μικραίνει-μεγαλώνει) άρα η συνάρτηση είναι γν. \_\_\_\_\_ (αύξουσα-φθίνουσα).

### 6.7 Οι συμμετρίες της $\psi = \alpha/\chi$

Ανοίγουμε το μικροπείραμα από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:

[http://photodentro.edu.gr/photodentro/b\\_gym\\_kefa3\\_5\\_efarmogi\\_1\\_pidx007983/kefa3\\_5\\_efarmogi\\_1.ggb](http://photodentro.edu.gr/photodentro/b_gym_kefa3_5_efarmogi_1_pidx007983/kefa3_5_efarmogi_1.ggb)

Μετακινώντας το σημείο A στη γραφική παράσταση της  $y = \alpha/\chi$ , μετακινούνται και τα σημεία:

B: το συμμετρικό του A προς τον άξονα των  $\chi'$

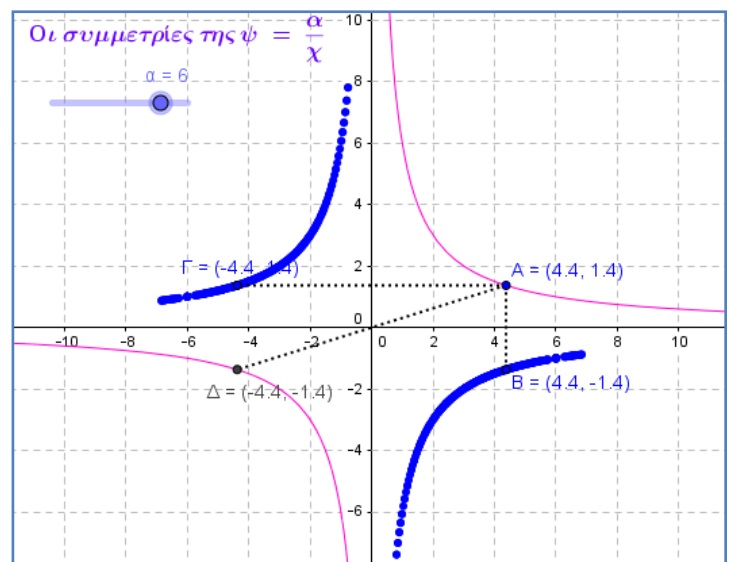
Γ: το συμμετρικό του A ως προς τον άξονα των  $\psi'$

Δ: το συμμετρικό του A ως προς την αρχή των αξόνων.

**α)** Ποια είναι η συμμετρική καμπύλη της  $y = 6/\chi$  ως προς την αρχή των αξόνων;

**β)** Ποια είναι η συμμετρική καμπύλη της  $y = 6/\chi$  ως προς τον άξονα των  $\chi'$ ;

**γ)** Ποια είναι η συμμετρική καμπύλη της  $y = 6/\chi$  ως προς τον άξονα των  $\psi'$ ;



Μικροπείραμα από εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία

[http://photodentro.edu.gr/photodentro/b\\_gym\\_kefa3\\_5\\_askisi\\_2\\_pidx007979/kefa3\\_5\\_askisi\\_2.ggb](http://photodentro.edu.gr/photodentro/b_gym_kefa3_5_askisi_2_pidx007979/kefa3_5_askisi_2.ggb)