

2° Φύλλο Εργασίας: Η γραμμική εξίσωση $ax+by=\gamma$

Ονοματεπώνυμο:

Τάξη – Τμήμα:

Ημερομηνία:

Στο φύλλο εργασίας 1 είδαμε ότι μια εξίσωση συγκεκριμένης ευθείας σε πρόβλημα της πορείας του πλοίου είχε την μορφή $ax+by=\gamma$ και πως κάθε σημείο που ανήκε σε αυτήν την επαλήθευε. Στόχος σε αυτό το φύλλο εργασίας 2 είναι να διερευνήσουμε αν η εξίσωση της μορφής $ax+by=\gamma$ καλύπτει κάθε μορφή ευθείας, να θυμηθούμε έτσι τις διάφορες μορφές ευθειών και να διερευνήσουμε τι πρέπει να συμβαίνει όσον αφορά τις συντεταγμένες ενός σημείου ώστε αυτό να ανήκει σε μια ευθεία.

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 1^η

Ανοίξτε το αρχείο geogebra: [2_gramikh_eksiswsh](#) Η επιφάνεια γραφικών δείχνει μια ευθεία με εξίσωση της μορφής $ax+by=\gamma$ και οι αριθμοί a, b, γ να μεταβάλλονται με την βοήθεια [3 δρομέων](#). Έχοντας πατημένο το αριστερό κλικ του ποντικιού σύρετε τους δρομείς και δώστε στα **a, b, γ μη μηδενικές τιμές**. Δείτε τους λόγο $\frac{\gamma}{b}$ και συγκρίνεται

τον με την **τεταγμένη του σημείου τομής B** της ευθείας με τον **άξονα $\psi'\psi$** . Δείτε τους λόγο $\frac{\gamma}{a}$ και συγκρίνεται τον με την **τετμημένη του σημείου τομής E** της ευθείας με τον **άξονα $\chi'\chi$** . Επίσης συγκρίνεται την **κλίση της ευθείας λ** δηλ την εφω όπου ω η γωνία που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $\chi'\chi$ με το **λόγο $-a/b$**

Ερώτηση 1α) Συμπλήρωση κενού

Κάθε εξίσωση της μορφής $ax+by=\gamma$ με $a \neq 0, b \neq 0, \gamma \neq 0$, παριστάνει ευθεία που τέμνει τον άξονα $\psi'\psi$ στο σημείο $B(0, \dots)$ και τον άξονα $\chi'\chi$ στο σημείο $E(\dots, 0)$ Η κλίση της ευθείας λ ισούται με το κλάσμα $\lambda = \dots$

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 2^η

Τσεκάρετε το κουτί: ☒ ΕΜΦΑΝΙΣΗ / ΑΠΟΚΡΥΨΗ ΣΗΜΕΙΟΥ A Στην επιφάνεια γραφικών εμφανίζετε ένα **σημείο A με τις συντεταγμένες του**, ένα κείμενο που δείχνει ανά πάσα στιγμή την **απόσταση d** του σημείου A από την ευθεία και τέλος ένα κείμενο που κάνει αντικατάσταση των αριθμητικών συντεταγμένων του σημείου A στις μεταβλητές x, y της εξίσωσης $ax+by=\gamma$ προκειμένου να ελέγχουμε αν οι αριθμητικές συντεταγμένες του A την επαληθεύουν δηλ αποτελούν λύση της εξίσωσης. **Σύρετε με το ποντίκι το σημείο A πλησιάζοντας το στην ευθεία ε βλέποντας ταυτόχρονα το κείμενο που δείχνει την απόσταση του d από την ευθεία ε. Κάντε πρώτα δοκιμές για $d \neq 0$ και κατόπιν για $d = 0$.**

Ερώτηση 2α) Συμπλήρωση κενού

Ένα σημείο του επιπέδου Α θα ανήκει πάνω στην γραφική παράσταση της ευθείας

$ax+by=y$ με $a \neq 0, b \neq 0 y \neq 0$ αν οι συντεταγμένες τουτην εξίσωση της ευθείας. Οι συντεταγμένες του σημείου Α θα λέγονταιτης εξίσωσης της ευθείας.

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 3^η

Μετακινήστε τους **δρομείς α,β,γ** ώστε το $a \neq 0$ ενώ το $b \neq 0$ και το $y=0$
Προσέξτε το πρόσημο της κλίσης όταν τα α, β είναι ομόσημα και όταν είναι ετερόσημα.

Ερώτηση 3α) Συμπλήρωση κενού

Κάθε εξίσωση της μορφής $ax+by=y$ με $a \neq 0, b \neq 0 y=0$, παριστάνει που περνά από την.....Αν α ,β ομόσημα τότε η κλίση της είναι αριθμός και η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα χ'χ είναι Αν α, β ετερόσημα τότε η κλίση της είναι αριθμός και η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα χ'χ είναι

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 4^η

Μετακινήστε τους **δρομείς α,β,γ** ώστε το $a \neq 0$ ενώ το $b \neq 0$ και το $y=0$ Δώστε στα **α** και **β** πρώτα **ίσες** και μετά **αντίθετες τιμές** . Προσέξτε την **τιμή** της **κλίσης** σε κάθε περίπτωση. Στην περίπτωση που τα **α** και **β** έχουν **αντίθετες τιμές**,

1) στην εξίσωση της ευθείας να μεταφέρεται τα χ και γ σε διαφορετικά μέλη,
2)**σύρετε με το ποντίκι το σημείο Α πλησιάζοντας το στην ευθεία ε ώστε η απόσταση του d από την ευθεία ε να γίνει d=0. Να το επαναλάβετε για περισσότερα του ενός σημεία και να παρατηρήσετε τις συντεταγμένες τους.**

Ερώτηση 4α) Συμπλήρωση κενού

Κάθε εξίσωση της μορφής $ax+by=y$ με $a \neq 0, b \neq 0 y=0$, με $a=b$ παριστάνει που περνά από την..... Η κλίση της ισούται με..... και η γωνία που σχηματίζει με τον χ'χ ισούται με.....

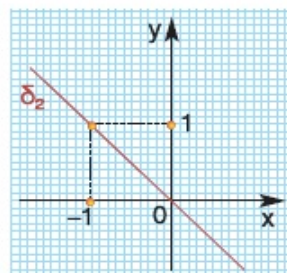
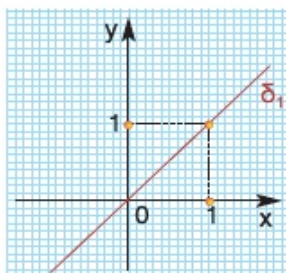
Ερώτηση 4β) Συμπλήρωση κενού

Κάθε εξίσωση της μορφής $ax+by=y$ με $a \neq 0, b \neq 0 y=0$, με **α, β αντίθετους** παριστάνει που περνά από την..... Η κλίση της ισούται με..... και η γωνία που σχηματίζει με τον χ'χ ισούται με.....

Μεταφερόμενα τα χ και γ σε διαφορετικά μέλη η εξίσωση της παίρνει την μορφή:.....η κλίση της ισούται μεενώ η γωνία που σχηματίζει με τον χ'χ ισούται με..... Άρα η παραπάνω ευθεία είναιτης γωνίας του 1^{ου} και 3^{ου} τεταρτημορίου. Οι συντεταγμένες των σημείων που ανήκουν σε αυτήν είναι..... μεταξύ τους.

Ερώτηση 4β) (Πολλαπλής επιλογής)

Οι ευθείες δ_1 , δ_2 διχοτομούν τις γωνίες των αξόνων. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.



i) Η εξίσωση της δ_1 είναι:

α) $x = 1$ β) $y = 1$ γ) $y = x$ δ) $y = -x$

ii) Η εξίσωση της δ_2 είναι:

α) $x = -1$ β) $y = -1$ γ) $y = x$ δ) $y = -x$

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 5^η

Μετακινήστε τον **δρομέα α** ώστε το **$\alpha = 0$** ενώ το **$\beta \neq 0$** και το **$\gamma \neq 0$**

Παρατηρείστε τον λόγο $\frac{\gamma}{\beta}$ και την τεταγμένη **σημείου τομής B** της ευθείας που δημιουργείται με τον **άξονα $\psi' \psi$** και την μορφή που παίρνει η **εξίσωση της σε σχέση με τον λόγο $\frac{\gamma}{\beta}$** . Προκειμένου να ελέγξετε την παραλληλία της ϵ με τον $\chi' \chi$ τσεκάρτε το κουτί ☒ Έλεγχος παραλληλίας της ευθείας $\psi = k$ με τον άξονα $\chi' \chi$ η αλλιώς δείτε την κλίση **λ**

Ερώτηση 5α) Συμπλήρωση κενού

Κάθε εξίσωση της μορφής **$\alpha x + \beta y = \gamma$** με **$\alpha = 0$, $\beta \neq 0$, $\gamma \neq 0$** , παριστάνει που τέμνει τον άξονα $\psi' \psi$ στο σημείο $H(0, \dots)$. Η ευθεία είναι παράλληλη με τον άξονα, και η εξίσωση της παίρνει την μορφή $y = \dots$. Η κλίση της $\lambda = \dots$

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 6^η

Σύρετε με το ποντίκι το σημείο A πλησιάζοντας το στην ευθεία ϵ ώστε η απόσταση του d από την ευθεία ϵ να γίνει $d = 0$. Με την χρήση του αριστερού και δεξιού βέλους του πληκτρολογίου μετακινείτε το σημείο A πάνω στην ϵ και παρατηρείστε τις συντεταγμένες τους.

Ερώτηση 6α) Συμπλήρωση κενού

Όλα τα σημεία που βρίσκονται σε μια ευθεία ϵ παράλληλη με τον άξονα $\chi' \chi$ με εξίσωση $y = k$ όπου k ένας αριθμός έχουν την ίδια η οποία ισούται με.....

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 7^η

Ξετσεκάρτε το κουτί ☒ Έλεγχος παραλληλίας της ευθείας $\psi = k$ με τον άξονα $\chi' \chi$.

Μετακινήστε τον **δρομέα β** ώστε το **β** να πάρει την τιμή **0** ενώ το **$\alpha \neq 0$** και το **$\gamma \neq 0$**

Παρατηρείστε τον λόγο $\frac{Y}{a}$ και την τεττημημένη του **σημείου τομής Ε** της ευθείας που δημιουργείται με τον άξονα $X'X$ και την μορφή που παίρνει η **εξίσωση της σε σχέση με τον λόγο $\frac{Y}{a}$** . Προκειμένου να ελέγξετε την παραλληλία της ϵ με τον $\Psi' \Psi$ τσεκάρτε το κουτί ☐ Έλεγχος παραλληλίας της ευθείας $\chi=k$ με τον άξονα $\gamma\gamma$

Ερώτηση 7α) Συμπλήρωση κενού

Κάθε εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y = \gamma$ με $\alpha \neq 0, \beta = 0, \gamma \neq 0$, παριστάνει που τέμνει τον άξονα $\chi' \chi$ στο σημείο $E(0, \dots)$. Η ευθεία είναι παράλληλη με τον άξονα, και η εξίσωση της παίρνει την μορφή $\chi = \dots$. Η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα $\chi' \chi$ ισούται με άρα η κλίση της δεν

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 8^η

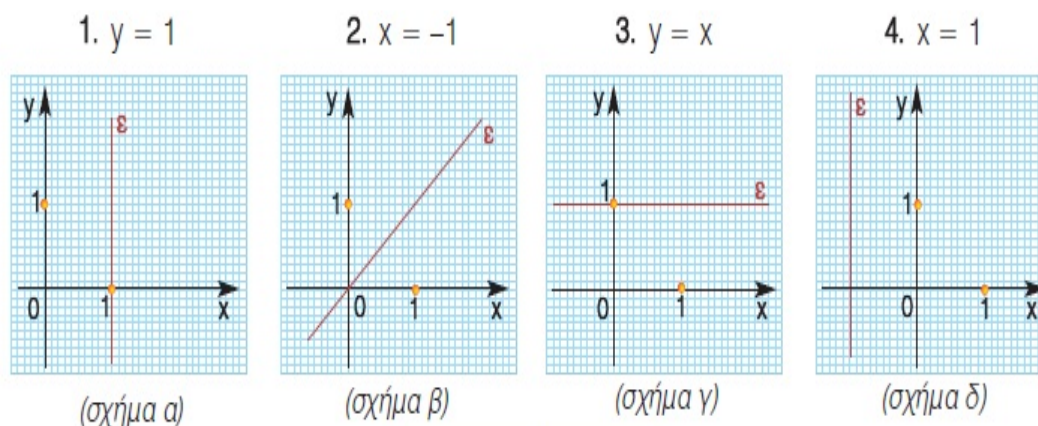
Σύρετε με το ποντίκι το σημείο Α πλησιάζοντας το στην ευθεία ϵ ώστε η απόσταση του d από την ευθεία ϵ να γίνει $d = 0$. Με την χρήση του πάνω και κάτω βέλους του πληκτρολογίου μετακινείτε το σημείο Α πάνω στην ϵ και παρατηρείστε τις συντεταγμένες τους.

Ερώτηση 8α) Συμπλήρωση κενού

Όλα τα σημεία που βρίσκονται σε μια ευθεία ϵ παράλληλη με τον άξονα $\psi' \psi$ με εξίσωση $\chi = k$ όπου k ένας αριθμός έχουν την ίδια η οποία ισούται με

Ερώτηση 8β) (αντιστοιχισής)

Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ευθεία ϵ των παρακάτω σχημάτων μία από τις εξισώσεις:



α	β	γ	δ

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 9^η

Ξετσεκάρτε το κουτί ☐ Έλεγχος παραλληλίας της ευθείας $\chi=k$ με τον άξονα $\gamma\gamma$.

Μετακινήστε τους **δρομείς α, β, γ** ώστε το $\alpha \neq 0, \beta = \gamma = 0$ και παρατηρείστε την εξίσωση της ευθείας που δημιουργείται και με ποιόν άξονα ταυτίζεται.

Ερώτηση 9α) Συμπλήρωση κενού

Κάθε εξίσωση της μορφής $ax+by=y$ με $a \neq 0, b=0, y=0$, παριστάνει
Η εξίσωση της παίρνει την μορφή $x=.....$, και ταυτίζεται με τον άξονα.....

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 10^η

Μετακινήστε τους **δρομείς** a, b, y ώστε το $a=0, b \neq 0, y=0$ και παρατηρήστε την εξίσωση της ευθείας που δημιουργείται και με ποιόν άξονα ταυτίζεται.

Ερώτηση 10α) Συμπλήρωση κενού

Κάθε εξίσωση της μορφής $ax+by=y$ με $a=0, b \neq 0, y=0$ παριστάνει
Η εξίσωση της παίρνει την μορφή $y=.....$, και ταυτίζεται με τον άξονα.....

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 11^η

Μετακινήστε τους **δρομείς** a, b, y ώστε το $a=0, b=0, y \neq 0$ και παρατηρήστε αν στην επιφάνεια των γραφικών αν εμφανίζεται η ευθεία ε. Σύρεται το σημείο A σε οποιαδήποτε θέση θέλετε.

Ερώτηση 11α)

Να γράψετε την μορφή που παίρνει η εξίσωση $ax+by=y$ βάζοντας όπου $a=b=0$ και y έναν οπουδήποτε αριθμό $\neq 0$. Αν στην θέση των x, y βάλετε τις συντεταγμένες οποιουδήποτε σημείου A το πρώτο μέλος της εξίσωσης τι αποτέλεσμα θα δίνει; Το δεύτερο μέλος της ισούται με 0; Οι συντεταγμένες των σημείων επαληθεύουν την εξίσωση; Η εξίσωση έχει καμία λύση; Πώς λέγεται μια τέτοια εξίσωση; Αν υποθέταμε ότι υπάρχει μια τέτοια ευθεία θα είχε σημεία; Υπάρχει λοιπόν ευθεία της μορφής $ax+by=y$ $a=b=0$ και $y \neq 0$;
Απάντηση.....
.....
.....
.....

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 12^η

Μετακινήστε τους **δρομείς** a, b, y ώστε το $a=0, b=0, y=0$ και παρατηρήστε αν στην επιφάνεια των γραφικών αν εμφανίζεται η ευθεία ε. Σύρεται το σημείο A σε οποιαδήποτε θέση θέλετε.

Ερώτηση 12α)

Να γράψετε την μορφή που παίρνει η εξίσωση $ax+by=y$ βάζοντας όπου $a=b=y=0$. Αν στην θέση των x, y βάλετε τις συντεταγμένες οποιουδήποτε σημείου A το πρώτο μέλος της εξίσωσης τι αποτέλεσμα θα δίνει; Το δεύτερο μέλος της ισούται με 0; Οι συντεταγμένες των σημείων επαληθεύουν την εξίσωση; Πόσες λύσεις έχει μια τέτοια εξίσωση Πώς λέγεται μια τέτοια εξίσωση; Αν υποθέταμε ότι υπάρχει μια τέτοια ευθεία θα έπρεπε όλα τα σημεία που πήρατε σέρνοντας τον δείκτη να ανήκουν πάνω σε αυτήν; Οπτικά σας φαίνεται λογικό να ανήκουν σε μια ευθεία. Υπάρχει λοιπόν ευθεία της μορφής $ax+by=y$ $a=b=y=0$

Απάντηση.....
.....
.....
.....

Ας προσπαθήσουμε να μαζέψουμε τις γνώσεις που αποκτήσαμε:

Ερώτηση 12β) Συμπλήρωση κενού

Κάθε εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y = \gamma$ παριστάνει μόνο όταν ένας τουλάχιστον από τους συντελεστές **α και β** είναι.....Για να ανήκει ένα σημείο πάνω στην ευθεία θα πρέπει οι συντεταγμένες του να την εξίσωση της ευθείας. Το ζεύγος των συντεταγμένων λέγεται.....της εξίσωσης.

Αν $\alpha=0$, $\beta \neq 0$, $\gamma \neq 0$ η ευθεία είναιστον $\chi' \chi$

Αν $\alpha \neq 0$, $\beta=0$, $\gamma \neq 0$ η ευθεία είναιστον $\psi' \psi$

Αν $\alpha=0$, $\beta=0$, $\gamma \neq 0$ τότε η εξίσωση είναι.....

Αν $\alpha=0$, $\beta=0$, $\gamma=0$ τότε η εξίσωση είναι.....

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 13^η

Κλείστε χωρίς αποθήκευση το αρχείο geogebra:

2_gramikh_eksiswsh