

3^ο Φύλλο Εργασίας: Η γραφική επίλυση συστήματος 2 γραμμικών εξισώσεων.

Ονοματεπώνυμο:

Τάξη – Τμήμα:

Ημερομηνία:

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 1^η

Ανοίξτε το αρχείο geogebra: 3_grafikh_epilysh_systhm Η επιφάνεια γραφικών δείχνει 2 ευθείες της μορφής $ax+by=\gamma$ και $kx+\lambda y=\mu$ και οι αριθμοί a, b, γ να μεταβάλλονται με την βοήθεια 3 δρομέων ενώ οι αριθμοί k, λ, μ να μεταβάλλονται με την βοήθεια άλλων 3 δρομέων. Με την χρήση του ποντικιού μεταβάλλεται τις τιμές τόσο των αριθμών a, b, γ όσο και των αριθμών k, λ, μ . Δείτε πως αλλάζουν οι γραφικές παραστάσεις των δύο ευθειών ϵ και ζ και πως αλλάζουν και οι εξισώσεις τους που φαίνονται στην πάνω αριστερά γωνία της επιφάνειας των γραφικών.

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 2^η

Τσεκάρετε το κουτί: ☒ ΕΜΦΑΝΙΣΗ / ΑΠΟΚΡΥΨΗ ΣΗΜΕΙΟΥ A Στην επιφάνεια γραφικών εμφανίζετε ένα σημείο A με τις συντεταγμένες του, δύο κείμενα που δείχνουν ανά πάσα στιγμή τις αποστάσεις d_1 του σημείου A από την ευθεία ϵ και d_2 του σημείου A από την ευθεία ζ και κάνουν αντικατάσταση των αριθμητικών συντεταγμένων του σημείου A στις μεταβλητές x, y της εξίσωσης της ευθείας ϵ : $ax+by=\gamma$ και στην εξίσωση της ευθείας ζ : $kx+\lambda y=\mu$ προκειμένου να ελέγχουμε αν οι αριθμητικές συντεταγμένες του A την επαληθεύουν δηλ αποτελούν λύση των παραπάνω εξισώσεων. **Σύρετε με το ποντίκι το σημείο A πλησιάζοντας το στις ευθείες ϵ και ζ βλέποντας ταυτόχρονα τα κείμενα που δείχνουν τις αποστάσεις d_1, d_2 από τις ευθείες ϵ και ζ .**

Ερώτηση 2α) Συμπλήρωση κενού

Αν $d_1 \neq 0$ και $d_2 \neq 0$ τότε το σημείο A δεν.....σε καμία από τις ευθείες ϵ και ζ . Το ζεύγος των συντεταγμένων του σημείου A δεν.....καμία από τις δύο εξισώσεις των δύο ευθειών Οι συντεταγμένες του σημείου A δεν θα είναι.....ούτε της εξίσωσης της ευθείας ϵ ούτε της εξίσωσης της ευθείας ζ .

Ερώτηση 2β) Συμπλήρωση κενού

Αν $d_1=0$ και $d_2 \neq 0$ τότε το σημείο Aστην ευθεία ϵ και δεν.....στην ευθεία ζ . Το ζεύγος των συντεταγμένων του σημείου Aτην εξίσωση της ευθείας ϵ και δεντην εξίσωση της ευθείας ζ . Οι συντεταγμένες του σημείου A θα είναι..... της εξίσωσης της ευθείας ϵ και δεν θα είναιτης εξίσωσης της ευθείας ζ .

Ερώτηση 2γ) Συμπλήρωση κενού

Αν $d_1 \neq 0$ και $d_2=0$ τότε το σημείο A δεν.....στην ευθεία ϵ καιστην ευθεία ζ . Το ζεύγος των συντεταγμένων του σημείου A δεν.....την εξίσωση της ευθείας ϵ καιτην εξίσωση της

ευθείας ζ . Οι συντεταγμένες του σημείου A δεν θα είναι..... της εξίσωσης της ευθείας ϵ και θα είναιτης εξίσωσης της ευθείας ζ .

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 3^η

Σύρετε με το ποντίκι το σημείο A προς το σημείο Δ που φαίνεται στην επιφάνεια των γραφικών βλέποντας ταυτόχρονα τα κείμενα που δείχνουν τις αποστάσεις d_1 , d_2 από τις ευθείες ϵ και ζ . Σταματήστε όταν $d_1=0$ και $d_2=0$.

Ερώτηση 3α) Συμπλήρωση κενού

Αν $d_1=0$ και $d_2=0$ τότε το σημείο Aστην ευθεία ϵ και στην ευθεία ζ . Το ζεύγος των συντεταγμένων του σημείου Aτην εξίσωση της ευθείας ϵ καιτην εξίσωση της ευθείας ζ . Οι συντεταγμένες του σημείου A θα είναι..... της εξίσωσης της ευθείας ϵ και θα είναιτης εξίσωσης της ευθείας ζ .

Το παραπάνω σημείο A (κοινό σημείο η σημείο τομής) των δύο ευθειών λέγεται **γραφική λύση** του γραμμικού συστήματος

$$\begin{cases} ax + by = \gamma \\ \kappa x + \lambda y = \mu \end{cases}$$

των δύο ευθειών ϵ και ζ ενώ το **ζεύγος** των αριθμητικών

συντεταγμένων του σημείου A αποτελεί την **αλγεβρική λύση** του παραπάνω συστήματος.

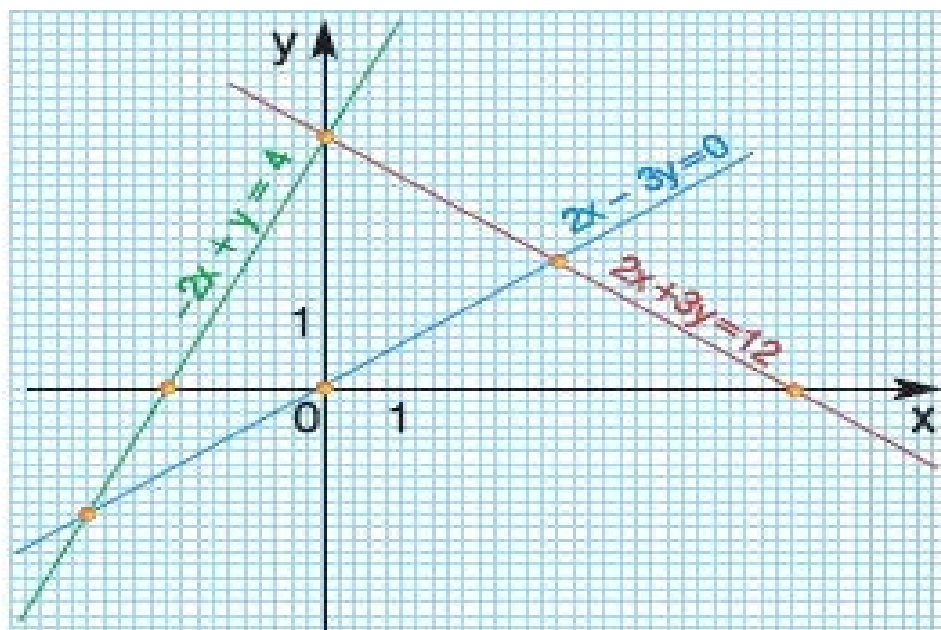
Ας προσπαθήσουμε να μαζέψουμε **τα συμπεράσματα μας**.

Ερώτηση 3β) Συμπλήρωση κενού

Γραφική λύση ενός συστήματος δύο ευθειών ϵ και ζ είναι ένα σημείο A το οποίοταυτόχρονα και στις δύο ευθείες, άρα είναι το σημείο..... των δύο ευθειών. Το ζεύγος των συντεταγμένων του σημείου Aκαι τις δύο εξισώσεις των ευθειών και ονομάζεται.....του παραπάνω συστήματος.

Ερώτηση 3γ)

Με την βοήθεια του παρακάτω σχήματος να βρείτε την λύση των συστημάτων των εξισώσεων που δίνονται.



$$\alpha) \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ -2x + y = 4 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} y = 0 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \quad \delta) \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

ΣΥΣΤΗΜΑ	ΛΥΣΗ ζεύγος αριθμών.
α)	
β)	
γ)	
δ)	

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 4^η

Μετακινήστε τους δρομείς α,β,γ και δώστε τυχαίες μη μηδενικές τιμές. Μετακινήστε τους δρομείς κ,λ,μ και δώστε στα κ και λ μόνο τιμές ανάλογες των τιμών που δώσατε στα α και β. Δηλαδή τα κ και λ να είναι ίσα με τα α και β ή τα κ και λ να είναι διπλάσια, τριπλάσια και ούτω καθεξής των α και β.

1) Παρατηρείστε τους λόγους $\frac{\kappa}{\alpha}$ και $\frac{\lambda}{\beta}$.

2) Τσεκάρετε το κουτί ☐ κλίση ευθειών και κατόπιν να το ξετσεκάρεται.

3) Τσεκάρετε το κουτί ☐ Έλεγχος παραλληλίας ευθειών και κατόπιν να το ξετσεκάρεται και να παρακολουθήσετε την μετατόπιση της ευθείας ε πάνω στην ευθεία ζ..

Ερώτηση 4α) Συμπλήρωση κενού

Αν σε ένα σύστημα 2 γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους της

$$\text{μορφής} \begin{cases} ax + by = \gamma \\ \kappa x + \lambda y = \mu \end{cases} \quad \text{οι λόγοι των συντελεστών των } x \text{ και } y: \frac{\kappa}{\alpha} \text{ και } \frac{\lambda}{\beta}$$

είναι....., οι 2 ευθείες που παριστάνουν οι 2 παραπάνω εξισώσεις είναι....., οπότε δεν έχουν κανένα..... σημείο οπότε το παραπάνω σύστημα δεν έχει.....

Μιας τέτοιας μορφής σύστημα λέγεται **αδύνατο**.

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 5^η

Μετακινήστε τους δρομείς α,β,γ και δώστε τυχαίες μη μηδενικές τιμές. Μετακινήστε τους δρομείς κ,λ,μ και δώστε στα κ και λ και μ τιμές ανάλογες των τιμών που δώσατε στα α και β και γ. Δηλαδή τα κ, λ και μ να είναι ίσα με τα α, β, γ ή τα κ, λ και μ να είναι διπλάσια, τριπλάσια και ούτω καθεξής των α, β και γ.

1) Παρατηρείστε τους λόγους $\frac{\kappa}{\alpha}, \frac{\lambda}{\beta}, \frac{\mu}{\gamma}$ και το τι συμβαίνει στις δύο ευθείες. 2)

2) Σύρετε το σημείο A ώστε οι αποστάσεις του $d_1=0$ και $d_2=0$. Δείτε αν οι συντεταγμένες αυτού σε διαφορετικές θέσεις του, (όταν όμως $d_1=0$ και $d_2=0$), επαληθεύουν τις εξισώσεις και των 2 ευθειών.

Ερώτηση 5α) Συμπλήρωση κενού

Αν σε ένα σύστημα 2 γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους της

μορφής
$$\begin{cases} ax + \beta y = \gamma \\ \kappa x + \lambda y = \mu \end{cases}$$
 οι λόγοι των συντελεστών των x και y και των σταθερών

όρων: $\frac{\kappa}{a}, \frac{\lambda}{\beta}, \frac{\mu}{\gamma}$ είναι....., οι 2 ευθείες που παριστάνουν οι 2

παραπάνω εξισώσεις, οπότε έχουν κοινά σημεία. οπότε το παραπάνω σύστημα έχει.....λύσεις

Μιας τέτοιας μορφής σύστημα λέγεται **αόριστο**.

Ερώτηση 5γ) Αντιστοίχισης.

Αν οι εξισώσεις ενός γραμμικού συστήματος παριστάνονται με τις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 , να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ζεύγος ευθειών της στήλης A, το σωστό συμπέρασμα από τη στήλη B.

Στήλη A	Στήλη B
α. Οι ευθείες ϵ_1, ϵ_2 τέμνονται.	1. Το σύστημα είναι αόριστο.
β. Οι ευθείες ϵ_1, ϵ_2 είναι παράλληλες	2. Το σύστημα έχει μία μόνο λύση.
γ. Οι ευθείες ϵ_1, ϵ_2 συμπίπτουν.	3. Το σύστημα είναι αδύνατο.

α	β	γ

Ερώτηση 5δ) Συμπερασματική συμπλήρωσης κενού

Σε ένα σύστημα 2 γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους της

μορφής
$$\begin{cases} ax + \beta y = \gamma \\ \kappa x + \lambda y = \mu \end{cases}$$
 μπορεί να συμβαίνουν οι εξής τρεις παρακάτω

περιπτώσεις:

1) Αν $\frac{\kappa}{a} \neq \frac{\lambda}{\beta} \neq \frac{\mu}{\gamma}$ τότε το σύστημα έχει.....λύση.

2) $\frac{\kappa}{a} \neq \frac{\lambda}{\beta}$ τότε το σύστημαλύση και λέγεται.....

3) Αν $\frac{\kappa}{a} = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{\mu}{\gamma}$ τότε το σύστημα έχειλύσεις και λέγεται.....

ΕΝΕΡΓΕΙΑ 5^η Να ξετσεκάρετε όλα τα κουτιά και να κλείσετε χωρίς αποθήκευση
το αρχείο **3_grafikh_epilysh_systhm**