

## Το θεώρημα του Ναπολέοντα

Ονοματεπώνυμο(α): \_\_\_\_\_

Ο Γάλλος αυτοκράτορας Ναπολέον Βοναπάρτης θεωρούσε τον εαυτό του ως έναν ερασιτέχνη γεωμέτρη και αρεσκόταν στη συναναστροφή με μαθηματικούς. Το θεώρημα που θα εξετάσετε σε αυτή τη δραστηριότητα αποδίδεται σε αυτόν.

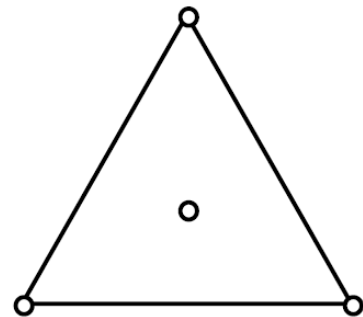
### Σχέδιο και έρευνα

Στον φάκελο εγκατάστασης του Sketchpad ανοίξτε τον φάκελο **Δραστηριότητες**, επιλέξτε το αρχείο **Ναπολεόντειο θεώρημα.gsp** και χρησιμοποιήστε το Προσαρμοσμένο εργαλείο **Τρίγωνο (από πλευρά)**.

Ένας τρόπος κατασκευής του κέντρου είναι να κατασκευάσετε δύο διαμέσους και το σημείο τομής τους.

Επιλέξτε ολόκληρο το σχήμα. Κατόπιν επιλέξτε την εντολή **Δημιουργία νέου εργαλείου...** από τα **Προσαρμοσμένα εργαλεία** στην Εργαλειοθήκη.

1. Κατασκευάστε ένα ισόπλευρο τρίγωνο. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε ένα Προσαρμοσμένο εργαλείο ή να κατασκευάσετε το τρίγωνο εξαρχής. Βεβαιωθείτε πως το τρίγωνο ελέγχεται από δύο κορυφές (όχι το κέντρο). Εάν χρησιμοποιήσετε ένα Προσαρμοσμένο εργαλείο, επιλέξτε ένα τρίγωνο από πλευρά και προχωρήστε σε διαγραφή του εσωτερικού, εφόσον είναι απαραίτητο.

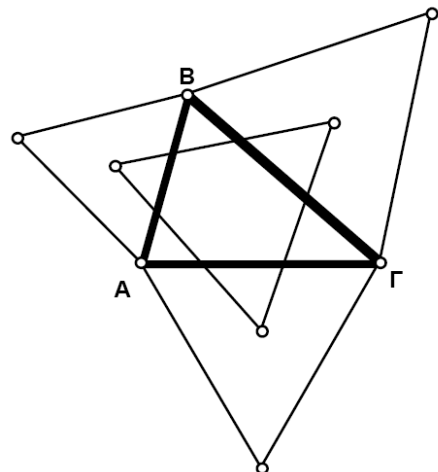


2. Κατασκευάστε το κέντρο του τριγώνου.
3. Αποκρύψτε τα μη απαραίτητα κατασκευασμένα στοιχεία, ώστε να απομείνει ένα τρίγωνο όπως στο σχήμα.

4. Δημιουργήστε ένα Προσαρμοσμένο εργαλείο με βάση την κατασκευή σας. Μπορείτε να του δώσετε ένα σχετικό όνομα, όπως **Κέντρο ισόπλευρου τριγώνου**.

Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσετε το Προσαρμοσμένο εργαλείο για την κατασκευή ισόπλευρων τριγώνων στις πλευρές ενός τυχαίου τριγώνου.

5. Ανοίξτε νέο σχέδιο.
6. Κατασκευάστε το τρίγωνο ΑΒΓ.



### Το θεώρημα του Ναπολέοντα (συνέχεια)

Βεβαιωθείτε για τη σύνδεση κάθε ισόπλευρου τριγώνου με ένα ζεύγος κορυφών του τριγώνου ΑΒΓ. Εάν το ισόπλευρο τριγώνό σας δεν είναι σωστό (επικαλύπτει το εσωτερικό του τριγώνου ΑΒΓ) ή δε συνδέεται κατάλληλα με τις κορυφές, αναιρέστε την ενέργεια και προσπαθήστε εκ νέου.

7. Χρησιμοποιήστε το νέο Προσαρμοσμένο εργαλείο που δημιουργήσατε για την κατασκευή ισόπλευρων τριγώνων σε κάθε πλευρά του τριγώνου ΑΒΓ.
8. Σύρτε το σχήμα ώστε να βεβαιωθείτε πως κάθε ισόπλευρο τρίγωνο έχει συνδεθεί κατάλληλα με κάθε πλευρά.
9. Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα που συνδέουν τα κέντρα των ισόπλευρων τριγώνων.
10. Σύρτε τις κορυφές του αρχικού τριγώνου και παρατηρήστε το τρίγωνο που σχηματίζεται από τα κέντρα των ισόπλευρων τριγώνων. Το τρίγωνο αυτό ονομάζεται εξωτερικό ναπολεόντειο τρίγωνο του τριγώνου ΑΒΓ.

Ε1. Ποιο είναι, κατά τη γνώμη σας, το θεώρημα του Ναπολέοντα;



#### Περαιτέρω εξερεύνηση

Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα που συνδέουν κάθε κορυφή του αρχικού τριγώνου με την πλέον απόμακρη κορυφή του ισόπλευρου τριγώνου στην απέναντι πλευρά. Τι μπορείτε να συμπεράνετε γι' αυτά τα τρία ευθύγραμμα τμήματα;

## **Το θεώρημα του Ναπολέοντα (σ. 11)**

**Προαπαιτούμενα:** Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν τις έννοιες *ισόπλευρο τρίγωνο*, *μέσο*, *διάμεσος* και *κέντρο βάρους*.

**Χρόνος στην τάξη:** 30-45 λεπτά.

**Παράδειγμα σχεδίου:** *Δραστηριότητες\Ναπολέοντειο θεώρημα.gsp* (η σελίδα *Θεώρημα του Ναπολέοντα*).

### **Σχέδιο και έρευνα**

Το βιβλίο συνοδεύεται από το αρχείο *Ναπολέοντειο θεώρημα.gsp* στο οποίο περιέχεται το Προσαρμοσμένο εργαλείο *Τρίγωνο (από πλευρά)* για την κατασκευή ισόπλευρου τριγώνου.

- E1. Τα ευθύγραμμα τμήματα που συνδέουν τα κέντρα βάρους των ισοπλεύρων τριγώνων που κατασκευάζονται στις πλευρές τυχαίου τριγώνου σχηματίζουν ένα άλλο ισόπλευρο τρίγωνο.

### **Περαιτέρω εξερεύνηση**

1. Τα τμήματα που συνδέουν μια κορυφή του αρχικού τριγώνου με την πιο απόμακρη κορυφή του ισόπλευρου τριγώνου στην απέναντι πλευρά είναι όμοια.
2. Η διαφορά μεταξύ των εμβαδών των εσωτερικών και εξωτερικών ναπολεόντειων τριγώνων ισούται με το εμβαδόν του αρχικού τριγώνου.
3. Στο βιβλίο του Howard Eves *An Introduction to the History of Mathematics* υπάρχουν ενδιαφέρουσες αναφορές στον Ναπολέοντα και στο ενδιαφέρον του για τα μαθηματικά και τους μαθηματικούς. Στο βιβλίο του H. S. M. Coxeter *Geometry Revisited* αναφέρεται ότι ο Laplace είπε κάποτε στον Ναπολέοντα: «Στρατηγέ, το τελευταίο πράγμα που χρειαζόμαστε από εσάς είναι ένα μάθημα γεωμετρίας».