

## ΕΞΕΡΕΥΝΩ ΚΑΙ ΜΑΘΑΙΝΩ: Η ΔΙΑΙΡΕΣΗ

### 1. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

#### 1.1. Η ιδέα της δραστηριότητας

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές της Ε' Δημοτικού καλούνται να κάνουν τη διαίρεση  $418 : 32$  στο πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο», να μεταφέρουν την κατάσταση στο πλαίσιο «Διαίρεση» και να ερμηνεύσουν την κατάσταση που εμφανίζεται εκεί. Με τον τρόπο αυτό κατανοούν ότι οι τέσσερις αριθμοί, που χαρακτηρίζουν μία διαίρεση, διατάσσονται με έναν ορισμένο τρόπο στο πλαίσιο «Διαίρεση», η οποία είναι σωστή όταν επαληθεύεται η ισότητα της διαίρεσης. Επιπλέον, μπορούν να μεταφέρουν την κατάσταση στα πλαίσια «Διαίρεση με αφαίρεση» και «Ισότητα της διαίρεσης», όπου θα έχουν την ευκαιρία να δουν την επιλογή τους να αναπαρίσταται ως ένα πλήθος διαδοχικών αφαιρέσεων ή ως μία ισότητα, την οποία εύκολα μπορούν να επαληθεύσουν.

#### 1.2. Στόχοι της διερεύνησης

Οι μαθητές θα πρέπει:

- Να αντιληφθούν τη διαίρεση ως χωρισμό ενός πλήθους τετραγωνιδίων σε ομάδες ίσου πλήθους.
- Να αντιληφθούν, επίσης, τη διαίρεση ως διαδικασία συμπλήρωσης του σχήματος της κάθετης διαίρεσης, όπου το πηλίκο και το υπόλοιπο θα επαληθεύουν την ισότητα:  $\Delta = \delta \times \Pi + \upsilon$ .
- Να αναγνωρίσουν τη σχέση «μονάδα – σύνολο» και τη σχέση «σύστημα», καθώς οι πράξεις της αφαίρεσης και της διαίρεσης δύο αριθμών εμφανίζονται συνδεδεμένες η μία με την άλλη.

#### 1.3. Οργάνωση της τάξης

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τους μαθητές σε ολιγομελείς ομάδες (αποτελούμενες από δύο με τρία άτομα) και τους ενθαρρύνει να συζητούν μεταξύ τους και να αναλαμβάνουν εναλλασσόμενους ρόλους κατά τη διερεύνηση. Σε κάθε ομάδα οι μαθητές συμμετέχουν ισότιμα και έχουν την ευκαιρία να εκφράσουν τις ιδέες τους. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός θέτει ερωτήματα που κατευθύνουν τους μαθητές στον πειραματισμό και στην εξέταση των πειραμάτων που διεξήγαγαν.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να διεξαχθεί σε μία φάση. Οι μαθητές θα πρέπει να υπολογίσουν το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης  $418 : 32$  και στη συνέχεια, επιλέγοντας «Μεταφορά» στο πλαίσιο «Διαίρεση», να ερμηνεύσουν την κατάσταση που δημιουργείται.

Οι μαθητές πειραματίζονται πάνω στον υπολογισμό του πηλίκου και το υπολοίπου της διαίρεσης  $418 : 32$  μέσω του πλήθους των στηλών που ορίζονται, καθώς και των τετραγωνιδίων που μένουν ως υπόλοιπο, όταν σε κάθε στήλη υπάρχει ένα ορισμένο πλήθος τετραγωνιδίων. Στη συνέχεια μεταφέρουν την κατάσταση αυτή στο πλαίσιο «Διαίρεση» και ερμηνεύουν τη διάταξη των τεσσάρων αριθμών. Η διάταξη αυτή, που είναι χρήσιμη στον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου μιας διαίρεσης, στην πραγματικότητα αποτελεί μία άλλη διάταξη της ισότητας της Ευκλείδειας διαίρεσης. Η διαδικασία αυτή μπορεί να ερμηνευτεί στο πρόγραμμα, αν οι μαθητές μεταφέρουν σε ένα από τα άλλα πλαίσια την κατάσταση που δημιουργείται. Δηλαδή:

**Διαίρεση ορθογωνίου**

418

32

Χ

13

Μεταφορά Έλεγχος Πίνακας

**Διαίρεση με αφαίρεση**

Επόμενη αφαίρεση Κεθερισμός

418 - 32 = 386  
 386 - 32 = 354  
 354 - 32 = 322  
 322 - 32 = 290  
 290 - 32 = 258  
 258 - 32 = 226  
 226 - 32 = 194  
 194 - 32 = 162  
 162 - 32 = 130  
 130 - 32 = 98  
 98 - 32 = 66  
 66 - 32 = 34  
 34 - 32 = 2

10  
3

= 2 Πλήθος αφαιρέσεων 13

Μεταφορά Έλεγχος Πίνακας

**Ισότητα της διαίρεσης**

Διαιρετέος = Διαιρέτης Χ Πηλίκο + Υπόλοιπο

418 = 32 Χ 13 + 2

Μεταφορά Έλεγχος Πίνακας

**Διαίρεση**

418 : 32 = 13

2

Μεταφορά Έλεγχος Πίνακας

Στο πλαίσιο «Διαίρεση ορθογωνίου» χρωματίζονται 418 τετραγωνίδια, χωρισμένα σε 32δες. Από αυτές, οι δεκατρείς 32δες είναι χρωματισμένες με κίτρινο χρώμα, ενώ τα 2 τετραγωνίδια που περισσεύουν έχουν κόκκινο χρώμα. Στο πλαίσιο «Διαίρεση με αφαίρεση» έχουμε δεκατρείς διαδοχικές αφαιρέσεις του 32 και υπόλοιπο 2 μονάδες.

Ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να κάνουν και άλλες διαιρέσεις και να ερμηνεύσουν τη διαδικασία και το αποτέλεσμα της στα διάφορα πλαίσια. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στα εξής:

- Το υπόλοιπο είναι πάντοτε μικρότερο από το πλήθος των τετραγωνιδίων των στηλών.
- Για κάθε διαίρεση δίνονται δύο αριθμοί –ο διαιρετέος και ο διαιρέτης– και απαιτείται να προσδιοριστούν δύο άλλοι αριθμοί – το πηλίκο και το υπόλοιπο.

Το λογισμικό «Διαίρεση» δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κάνουν πειράματα για τον υπολογισμό του υπολοίπου μιας διαίρεσης, επιλέγοντας και συνδέοντας κάθε φορά το πλήθος των στηλών με την ισότητα της διαίρεσης –κατά τη μεταφορά από το πλαίσιο «Διαίρεση στο ορθογώνιο» στο πλαίσιο «Διαίρεση»–, και κατόπιν να επιβεβαιώνουν ένα σχετικό κανόνα με τον υπολογισμό του πηλίκου και του υπολοίπου μιας διαίρεσης. Η συμβολική αναπαράσταση στο πλέγμα τους χρησιμεύει στο να συνδέσουν τη διαδικασία της διαίρεσης με τον παραδοσιακό τρόπο ως διαίρεση ενός πλήθους σε ομάδες, των οποίων το πλήθος ισούται με το διαιρέτη, ενώ το υπόλοιπο θα πρέπει απαραίτητως να είναι μικρότερο του διαιρέτη.

#### 1.4. Τα μαθηματικά της διερεύνησης

Στη διερεύνηση οι μαθητές διαπραγματεύονται τον παραδοσιακό αλγόριθμο της διαίρεσης μέσω των αναπαραστάσεων της διαδικασίας αυτής στα υπόλοιπα πλαίσια του προγράμματος. Έτσι, ανεξάρτητα από τον αλγόριθμο, ο υπολογισμός του πηλίκου και του υπολοίπου μιας διαίρεσης αποτελεί μία διαδικασία εύρεσης δύο αριθμών, οι οποίοι είναι μέλη μιας ισότητας και όπου το υπόλοιπο θα πρέπει να είναι μικρότερο του διαιρέτη. Η αξία αυτής της άποψης μπορεί να γίνει αντιληπτή κατά το συσχετισμό του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης ως αντίστροφες πράξεις.

## Η ΔΙΑΙΡΕΣΗ

### 2. Φύλλο εργασίας

Ονοματεπώνυμο μαθητών:

---



---



---

Ποιο είναι το πηλίκο και ποιο το υπόλοιπο στη διαίρεση  $418 : 32$ ;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Διαίρεση»;

Μπορείτε να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο πλαίσιο «Ισότητα της διαίρεσης»;

Σημειώστε την απάντησή σας εδώ:

---



---



---



---



---



---

## Η ΔΙΑΙΡΕΣΗ

### 3. Οδηγίες για τη δραστηριότητα

Στο πλαίσιο «Διαίρεση» επιλέξτε «Μεταφορά».

Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να περιγράψετε με λόγια τι παριστάνουν οι τέσσερις αριθμοί;

Δείτε την παρακάτω εικόνα.

**Διαίρεση ορθογωνίου**

418

Μεταφορά
Έλεγχος
Πίνακας

**Διαίρεση με αφαίρεση**

Επόμενη αφαίρεση
Καθαρισμός

0 - 0

= 0
Πλήθος αφαιρέσεων 0

Μεταφορά
Έλεγχος
Πίνακας

**Ισότητα της διαίρεσης**

Διαιρετέος	=	Διαιρέτης	×	Πηλίκο	+	Υπόλοιπο
<span style="background-color: green; color: black; padding: 5px 10px;">0</span>	=	<span style="background-color: blue; color: black; padding: 5px 10px;">0</span>	×	<span style="background-color: yellow; color: black; padding: 5px 10px;">0</span>	+	<span style="background-color: red; color: black; padding: 5px 10px;">0</span>

Μεταφορά
Έλεγχος
Πίνακας

**Διαίρεση**

<span style="background-color: green; color: black; padding: 5px 10px;">418</span>	<span style="background-color: blue; color: black; padding: 5px 10px;">32</span>
<span style="background-color: red; color: black; padding: 5px 10px;">2</span>	<span style="background-color: yellow; color: black; padding: 5px 10px;">13</span>

Μεταφορά
Έλεγχος
Πίνακας