

3. Τα φωτοαντιγραφικά μηχανήματα

Σύντομη περιγραφή της δραστηριότητας

Τα φωτοαντιγραφικά μηχανήματα είναι ένα πρόβλημα στο οποίο δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να ασχοληθούν με συναρτήσεις της μορφής $y=ax$ και $y=ax+\beta$, προκειμένου να επιλέξουν την πιο συμφέρουσα περίπτωση παραγωγής φωτοαντιγράφων.

Ένταξη στο Αναλυτικό Πρόγραμμα

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να ενταχθεί στο αντίστοιχο κεφάλαιο της Β' Γυμνασίου, το οποίο πραγματεύεται τις συναρτήσεις $y=ax$ και $y=ax+\beta$.

Εκτιμώμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

Διδακτικοί στόχοι

Οι μαθητές:

- > Να αποφανθούν για τον τρόπο με τον οποίο συμμεταβάλλονται δύο μεγέθη και να τον αναπαραστήσουν με αλγεβρικό τύπο, πίνακα τιμών και γραφική παράσταση.
- > Να αντιληφθούν τις έννοιες ανεξάρτητη και εξαρτημένη μεταβλητή.
- > Να μπορούν να απαντήσουν σε συγκεκριμένα ερωτήματα κατόπιν σύγκρισης του συνόλου τιμών και των γραφημάτων δύο συναρτήσεων.
- > Να μπορούν να δώσουν την ερμηνεία του σημείου τομής δύο γραφικών παραστάσεων.

Παρατηρήσεις

1. Στόχος του ερωτήματος 1 είναι οι μαθητές να βρουν μέσω αριθμητικών πράξεων το κόστος των ζητούμενων φωτοαντιγράφων και να παρατηρήσουν ότι άλλοτε τους συμφέρει η παραγωγή φωτοαντιγράφων στο μηχανήμα Α και άλλοτε στο μηχανήμα Β.
2. Στόχος του ερωτήματος 2 είναι μια πρώτη γενίκευση του τρόπου υπολογισμού του κόστους. Επίσης δίνεται η ευκαιρία (με τη δημιουργία του κουμπιού στην 'Αριθμομηχανή') να γίνει συζήτηση για τις έννοιες "ανεξάρτητη" και "εξαρτημένη" μεταβλητή (βλέπε εικόνα 2).
3. Στόχος του ερωτήματος 3 είναι να χρησιμοποιήσουν το παράθυρο 'Πίνακας' και να εκφράσουν το κόστος των φωτοαντιγράφων με τύπο. Επίσης με τον τρόπο αυτό θα διευκολυνθούν, συγκρίνοντας τις τιμές του πίνακα, να αποφανθούν στη συνέχεια για το ερώτημα 4 (βλέπε εικόνα 1). (Μέχρι 11 φωτοαντίγραφα συμφέρει στο μηχανήμα Β, από εκεί και πάνω στο μηχανήμα Α.)
4. Στο ερώτημα 5, προκειμένου οι μαθητές να δουν τα σημεία στο γράφημα, θα πρέπει να κάνουν 'Αλλαγή κλίμακας' από το μενού 'Γράφημα'. Στο σημείο αυτό είναι καλό να γίνει μια συζήτηση για την κατάλληλη επιλογή ρυθμίσεων στην κλίμακα, προκειμένου να φαίνονται τα σημεία και τι σημαίνει αυτό.
5. Στο ερώτημα 5 θα πρέπει να δοθεί έμφαση στη μαθηματική ερμηνεία του σημείου τομής των δύο γραφημάτων (σημεία των δύο γραφημάτων με τις ίδιες συνιστώσες), καθώς επίσης και στο τι αντιπροσωπεύει το σημείο αυτό στο συγκεκριμένο πρόβλημα (ίδιο κόστος παραγωγής φωτοαντιγράφων στο μηχανήμα Α και Β).

6. Η δραστηριότητα είναι δυνατόν να επεκταθεί, ζητώντας από τους μαθητές να πληκτρολογήσουν στο παράθυρο 'Γράφημα' τους κατάλληλους τύπους συναρτήσεων που θα διέρχονται από τα σημεία που έχουν στείλει στο γράφημα και να αποφανθούν για τη διαφορά που υπάρχει μεταξύ των δύο διαφορετικών γραφικών αναπαραστάσεων αλλά και από τι εξαρτάται αυτό.

Πίνακας

Αρχείο Επεξεργασία Αποστολή Παράθυρα Πίνακας

x	y=0.60+0.006x	z=0.06x
Αριθμός φωτοαντιγράφων	Κόστος στο μηχάνημα Α (ευρώ)	
1	0.606	0.06
2	0.612	0.12
3	0.618	0.18
4	0.624	0.24
5	0.63	0.3
6	0.636	0.36
7	0.642	0.42
8	0.648	0.48
9	0.654	0.54
10	0.66	0.6
11	0.666	0.66
12	0.672	0.72
13	0.678	0.78
14	0.684	0.84
15	0.69	0.9
16	0.696	0.96
17	0.702	1.02
18	0.708	1.08
19	0.714	1.14
20	0.72	1.2
21	0.726	1.26
22	0.732	1.32
23	0.738	1.38
24	0.744	1.44

εικόνα 1

Αριθμομηχανή

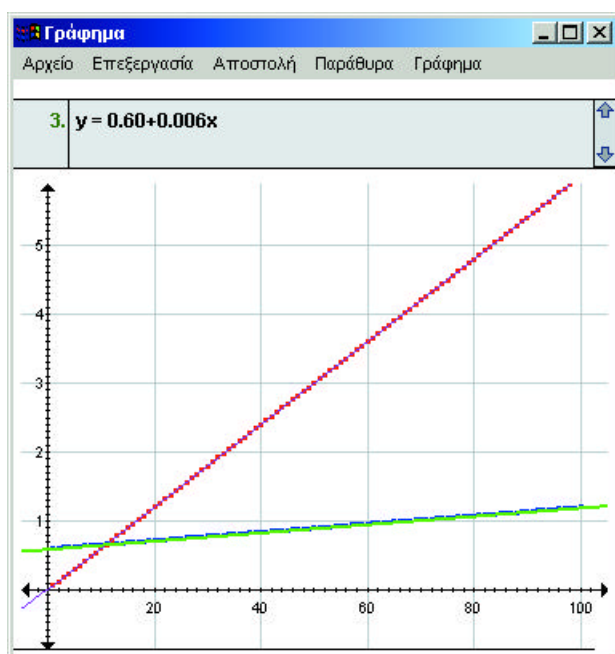
Αρχείο Επεξεργασία Αποστολή Παράθυρα Αριθμομηχανή

0.603

CE (7 8 9 /
 C/r) 4 5 6 *
 π e 1 2 3 -
 INV 1/x 0 . = +
 sin,x cos,x tan,x a^x x^a
 1/x abs x AMηχόνημ BMηχόνημ

BMηχόνημ: * 0.06 = B2
 AMηχόνημ: 0.60 + * 0.006 = B1
 20 * 0.06 = 1.2
 0.60 + 20 * 0.006 = 0.72
 13 * 0.06 = 0.78
 0.60 + 13 * 0.006 = 0.678
 13 * 0.06 = 0.78
 0.60 + 13 * 0.006 = 0.678
 8 * 0.06 = 0.48
 0.60 + 8 * 0.006 = 0.648
 5 * 0.06 = 0.3
 0.6 + 5 * 0.006 = 0.63

εικόνα 2



εικόνα 3

Ιστορικό Γραφήματος

Αρχείο Παράθυρα

1. $(x,y) = \{...,(75,1.05),...\}$
2. $(x,z) = \{...,(81,4.86),...\}$
3. $y = 0.60 + 0.006x$
4. $z = 0.06x$

εικόνα 4

Φύλλο εργασίας για το μαθητή

Έχεις να επιλέξεις ανάμεσα σε δύο τύπους φωτοαντιγραφικών μηχανημάτων, για να βγάλεις αντίγραφα ενός μεγάλου εγγράφου. Το πρώτο μηχάνημα (Α) απαιτεί τη δημιουργία ενός πρωτοτύπου, το οποίο κοστίζει 60 λεπτά, ενώ κάθε επόμενο αντίγραφο κοστίζει 0,6 λεπτά. Αν χρησιμοποιήσεις το δεύτερο μηχάνημα (Β), θα πληρώσεις 6 λεπτά για κάθε αντίγραφο που θα βγάλεις. Χρησιμοποίησε το Function Probe, για να απαντήσεις στα παρακάτω:

1. Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα. (Μπορείς να χρησιμοποιήσεις το παράθυρο 'Αριθμομηχανή', για να κάνεις τις πράξεις.)

Αριθμός φωτοαντιγράφων	Κόστος στο μηχάνημα Α (ευρώ)	Κόστος στο μηχάνημα Β (ευρώ)	Σε ποιο μηχάνημα σε συμφέρει να βγάλεις τα φωτοαντίγραφα;
5	0.63	0.3	B
8	0.648	0.48	B
13	0.678	0.78	A
20	0.72	1.2	A

Τι παρατηρείς;

2. Δημιούργησε δύο κουμπιά στην 'Αριθμομηχανή' που το ένα θα σου δίνει το κόστος των φωτοαντιγράφων με το μηχάνημα Α και το άλλο με το μηχάνημα Β. Με τη βοήθεια αυτών των κουμπιών συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός φωτοαντιγράφων	Κόστος στο μηχάνημα Α (ευρώ)	Κόστος στο μηχάνημα Β (ευρώ)
7	0.642	0.42
11	0.666	0.66
23	0.738	1.38
32	0.792	1.92
47	0.882	2.82
51	0.906	3.06
72	1.032	4.32

3. Ο ιδιοκτήτης των μηχανημάτων θα ήθελε να έχει έναν πίνακα, στον οποίο να φαίνεται πόσα χρήματα θα εισπράξει κάθε φορά, αν βγάλει από 1 μέχρι και 100 αντίγραφα, τόσο στο μηχάνημα Α, όσο και στο Β. Μπορείς να του φτιάξεις εσύ έναν τέτοιο πίνακα; (Θα σε διευκόλυνε πολύ για τη δουλειά αυτή να χρησιμοποιήσεις το παράθυρο 'Πίνακας'.)
4. Παρατήρησε τον πίνακα που έφτιαξες και απάντησε στην ερώτηση: Πότε σε συμφέρει να χρησιμοποιήσεις (για την παραγωγή φωτοαντιγράφων) το μηχάνημα Α και πότε το Β;
5. Να κατασκευάσεις τις γραφικές παραστάσεις 'Αριθμός φωτοαντιγράφων-Κόστος με το μηχάνημα Α' και 'Αριθμός φωτοαντιγράφων-Κόστος με το μηχάνημα Β' στέλνοντας τα αντίστοιχα σημεία στο παράθυρο 'Γράφημα'. Τέμνονται αυτές οι γραφικές παραστάσεις; Αν

ναι, σε ποιο σημείο; Γιατί συμβαίνει αυτό; Παρατηρώντας τις γραφικές παραστάσεις μπορείς να αποφανθείς για το πότε σε συμφέρει η παραγωγή αντιγράφων στο μηχάνημα Α και πότε στο μηχάνημα Β;