

Ομάδα Ε: Άλλες Συναρτήσεις

18. Μετασχηματισμοί στη συνάρτηση της απόλυτης τιμής

Α' Μέρος: Γραφική αναπαράσταση μερικών σημείων της συνάρτησης 'Απόλυτη τιμή'

- Στο παράθυρο 'Πίνακας' του Function Probe κατασκεύασε μια στήλη με τιμές του 'x' από -12 έως 12. Να κατασκευάσεις μια δεύτερη στήλη εισάγοντας $y = \text{abs}(x)$. Περιγραψε τις συσχετίσεις που βλέπεις σε αυτή τη στήλη. Χρησιμοποίησε τις εντολές 'Διαφορά' και 'Λόγος', για να ανακαλύψεις και άλλες σχέσεις.

- Επίλεξε την εντολή 'Σημεία σε Γράφημα' από το μενού 'Αποστολή' και άνοιξε το παράθυρο 'Γράφημα', για να δεις τη σχέση ανάμεσα στα x και y. (Έχει το παράθυρο ανοιχτό σε πλήρες μέγεθος για αυτή την άσκηση). Κάνε μια περιγραφή του διαγράμματος, συμπεριλαμβάνοντας τη θέση του κατώτατου σημείου και τη γωνία που σχηματίζει γραφική παράσταση με τον άξονα των x. Πώς φαίνονται στο διάγραμμα οι σχέσεις που βρήκες στον πίνακα;

Β' Μέρος: Μετατοπίσεις

- Στο παράθυρο 'Γράφημα' μετάφερε τα σημεία στη γραφική παράσταση της $y = \text{abs}(x)$ κατά έξι μονάδες, κατακόρυφα. Για να το πετύχεις αυτό, κάνε κλικ στο εικονίδιο μετατόπισης και από το παράθυρο διαλόγου επίλεξε το βέλος της κατακόρυφης μετατόπισης. Στη συνέχεια, σύρε τα σημεία της $y = \text{abs}(x)$, κατά έξι μονάδες κατακόρυφα. Περιγραψε το νέο διάγραμμα: Τι έχει αλλάξει; Τι έμεινε ίδιο;

- Να προβλέψεις τι επίδραση έχει η μετατόπιση στον πίνακα με τις τιμές (που έχεις κατασκευάσει) και στη συνέχεια να στείλεις τα νέα σημεία στο παράθυρο 'Πίνακας', επιλέγοντας την εντολή 'Σημεία σε Πίνακα' από το μενού 'Αποστολή'. (Θα εμφανιστούν δύο μηνύματα τα οποία θα σε προειδοποιούν ότι οι αρχικές στήλες για τα x και y θα

απενεργοποιηθούν. Κάθε φορά θα κάνεις κλικ στο κουμπί ‘OK’ για να συνεχίσεις.) Δύο νέες στήλες θα εμφανιστούν στην οθόνη και θα αντιπροσωπεύουν τα μετατοπισμένα σημεία.
Επαληθεύουν τα νέα σημεία τις προβλέψεις σου; Τι επίδραση έχει μια κατακόρυφη μετατόπιση στο παράθυρο ‘Πίνακας’;

3. Να προβλέψεις την επίδραση που έχει η μετατόπιση στον τύπο της $y = \text{abs}(x)$. Για να επαληθεύσεις την πρόβλεψή σου, γράψε τον τύπο σου στο παράθυρο ‘Γράφημα’, ως συνάρτηση προς σχεδίαση. Διέρχεται από τα νέα σημεία; Για να επαληθεύσεις την πρόβλεψή σου στο παράθυρο ‘Πίνακας’, μπορείς να στείλεις τον τύπο σου από το παράθυρο ‘Γράφημα’, επιλέγοντας την εντολή ‘Ορισμός αντικειμένου’ στο παράθυρο ‘Γράφημα’ και γράφοντας ‘ $z = g1(x)$ ’ στο παράθυρο ‘Πίνακας’. Τα σημεία από τη $g1(x)$ ταυτίζονται με τα μετατοπισμένα σημεία; Ποια είναι η επίδραση μιας κατακόρυφης μετατόπισης στον τύπο;
-
-
-

4. Τι επίδραση θα είχε μια κατακόρυφη μετατόπιση 11 μονάδων προς τα κάτω, στον πίνακα, στο διάγραμμα και στον τύπο;
-
-
-

5. Πραγματοποίησε τώρα αντίστοιχες οριζόντιες μετατοπίσεις στην αρχική συνάρτηση $y = \text{abs}(x)$:
α) Ποια είναι η επίδραση μιας οριζόντιας μετατόπισης προς τα δεξιά, στις τιμές του πίνακα; β) Ποια είναι η επίδραση μιας οριζόντιας μετατόπισης προς τα δεξιά, στον τύπο; γ) Ποια θα ήταν η επίδραση, αν η μετατόπιση γινόταν προς τα αριστερά;
-
-
-

Γ' Μέρος: Αυξομειώσεις

1. Καθάρισε τον πίνακα από όλες τις στήλες, εκτός της αρχικής x ($-12 < x < 12$) και της $y = \text{abs}(x)$. Καθάρισε το παράθυρο ‘Γράφημα’ από όλα τα διαγράμματα, εκτός από τα σημεία της $y = \text{abs}(x)$. Άνοιξε τη γραφική παράσταση κατακόρυφα με συντελεστή 2, χρησιμοποιώντας το εργαλείο αυξομειώσης. (Κάνε κλικ στο εικονίδιο αυξομείωσης και επίλεξε την κατακόρυφη αυξομείωση). Πάτησε το πλήκτρο ‘Enter’, για να τοποθετήσεις τη Γραμμή Άγκυρας στο $y = 0$. Σύρε το διάγραμμα κατακόρυφα, μέχρι να διαβάζεις στο συντελεστή για το άνοιγμα το ‘2’. Να

συγκρίνεις τα παλιά με τα νέα σημεία. Τι έχει αλλάξει; Τι έχει παραμείνει το ίδιο;

2. α) Να προβλέψεις την επίδραση μιας κατακόρυφης αυξομείωσης στον πίνακα τιμών: Πώς θα αλλάξει κάθε σημείο; Στη συνέχεια στείλε τα νέα σημεία στο παράθυρο ‘Πίνακας’. β) Ήταν σωστή η πρόβλεψη σου; γ) Ποια είναι η επίδραση ενός ανοίγματος με συντελεστή το 2 στις τιμές του πίνακα;
-
-
-

3. Να προβλέψεις την επίδραση μιας κατακόρυφης αυξομείωσης στον τύπο της $y = \text{abs}(x)$. Να επαληθεύσεις την πρόβλεψή σου χρησιμοποιώντας είτε το παράθυρο ‘Γράφημα’ είτε το παράθυρο Πίνακας. Ποια είναι η επίδραση μιας κατακόρυφης αυξομείωσης με συντελεστή το 2 στον τύπο της συνάρτησης;
-
-
-

4. Να επαναλάβεις την ίδια διαδικασία για μια κατακόρυφη αυξομείωση με συντελεστή το $\frac{1}{2}$ (γνωστό και ως συρρίκνωση). Ποια είναι η επίδραση μιας αυξομείωσης με συντελεστή το $\frac{1}{2}$ στις τιμές του πίνακα; Ποια είναι η επίδραση μιας κατακόρυφης αυξομείωσης με παράγοντα το $\frac{1}{2}$ στον τύπο της συνάρτησης;
-
-
-

5. Να επαναλάβεις την ίδια διαδικασία τώρα για μια οριζόντια αυξομείωση.
 α) Ποια είναι η επίδραση μιας οριζόντιας αυξομείωσης με συντελεστή το 2 στις τιμές του πίνακα;
 β) Ποια είναι η επίδραση μιας οριζόντιας αυξομείωσης με παράγοντα το $\frac{1}{2}$ στις τιμές του πίνακα;
 γ) Ποια είναι η επίδραση μιας οριζόντιας αυξομείωσης με παράγοντα το 2 στον τύπο της συνάρτησης;
 δ) Ποια είναι η επίδραση μιας οριζόντιας αυξομείωσης με παράγοντα το $\frac{1}{2}$ στον τύπο της συνάρτησης;
-
-
-

Δ' Μέρος: Πρόβλεψη γραφημάτων από τους τύπους των συναρτήσεων

1. Να προβλέψεις τη μορφή της γραφικής παράστασης του $y = \text{abs}(2x+8)$. Να επαληθεύσεις την πρόβλεψή σου, δημιουργώντας τη γραφική παράσταση της συνάρτησης. Ποιες είναι οι μεταφορές και/ή οι αυξομεώσεις που σχετίζονται με αυτή την συνάρτηση; Να σχεδιάσεις την $y = 2\text{abs}(x+4)$. Ποια είναι η σχέση της με τη γραφική παράσταση της $y = \text{abs}(2x+8)$;

2. Τι μπορείς να πεις για τη θέση του κατώτερου σημείου και την κλίση των κλάδων στη γραφική παράσταση της $y = A^* \text{abs}(Bx + \Gamma) + \Delta$;

3. Για κάθε έναν από τους παρακάτω τύπους σχεδίασε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης σε χαρτί και έλεγχε τα σχέδιά σου δημιουργώντας τα αντίστοιχα διαγράμματα με το Function Probe. Να αναφέρεις τους μετασχηματισμούς (κατακόρυφη ή οριζόντια μετατόπιση, κατακόρυφη ή οριζόντια αυξομείωση, συμμετρική) που μπορούν να πραγματοποιηθούν στην $y = \text{abs}(x)$, για να προκύψουν τα νέα διαγράμματα. Έλεγχε το στο Function Probe.

$$y = \text{abs}(x)-5$$

$$y = -2\text{abs}(x) - 5$$

$$y = \text{abs}(x+8)$$

$$y = \text{abs}(2x+8)$$

$$y = -\text{abs}(2x + 8)$$

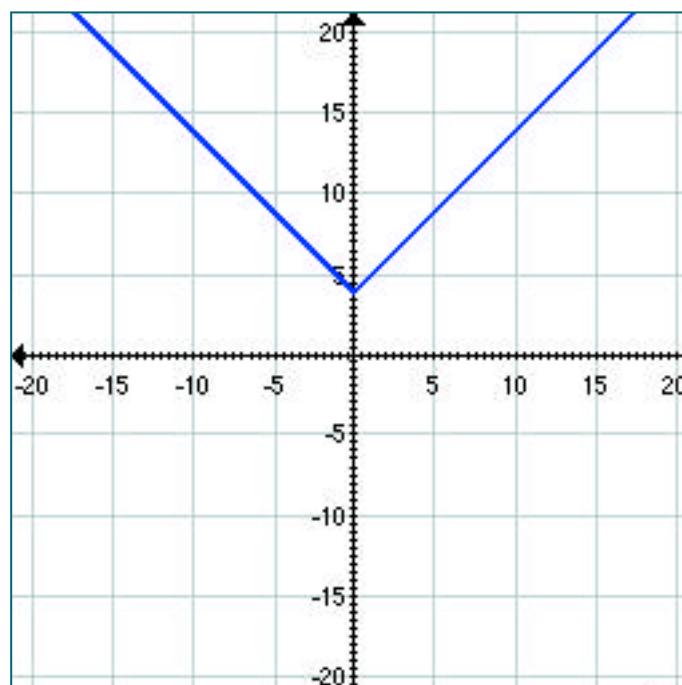
$$y = -2\text{abs}(2x + 8) - 5$$

Ε' Μέρος: Περιγραφή μετασχηματισμών από τις γραφικές αναπαραστάσεις τους.

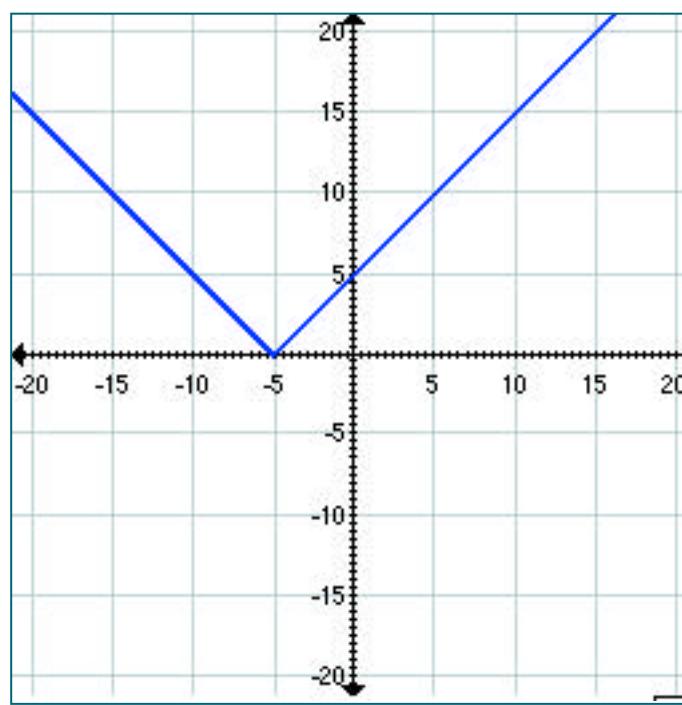
Για κάθε διάγραμμα της επόμενης σελίδας:

- i. Να αναφέρεις με ποιον τρόπο η γραφική παράσταση της $y = \text{abs}(x)$ μετασχηματίστηκε στο δοθέν διάγραμμα.

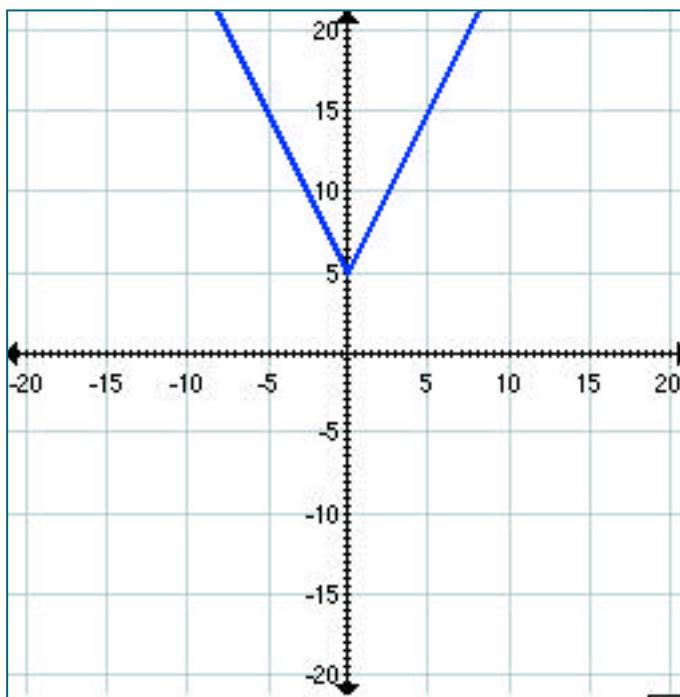
- ii. Να γράψεις τον τύπο της συνάρτησης, στην οποία αντιστοιχεί το διάγραμμα χρησιμοποιώντας το Function Probe, για να ελέγξεις την απάντησή σου.



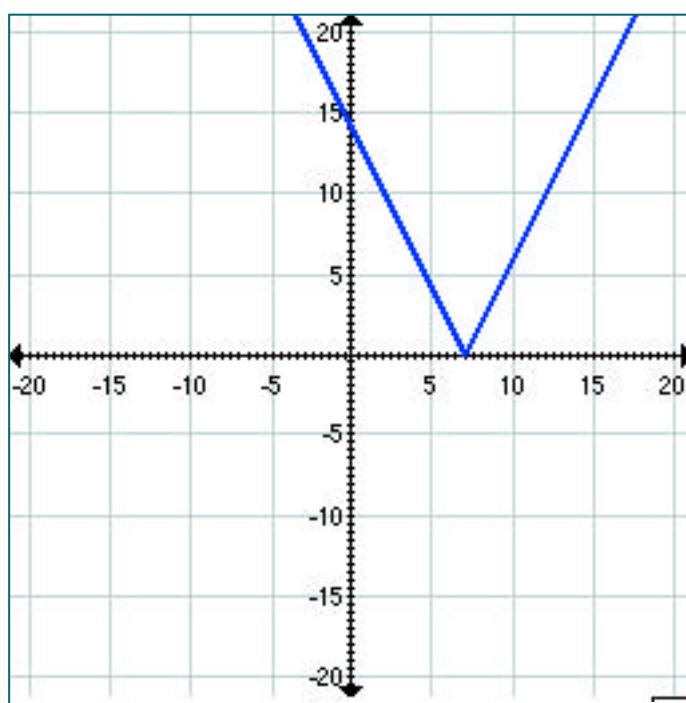
διάγραμμα 1



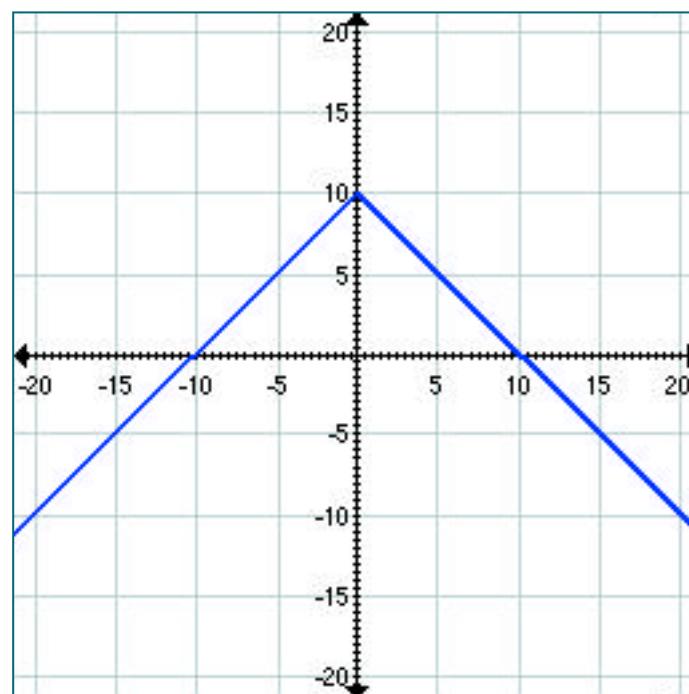
διάγραμμα 2



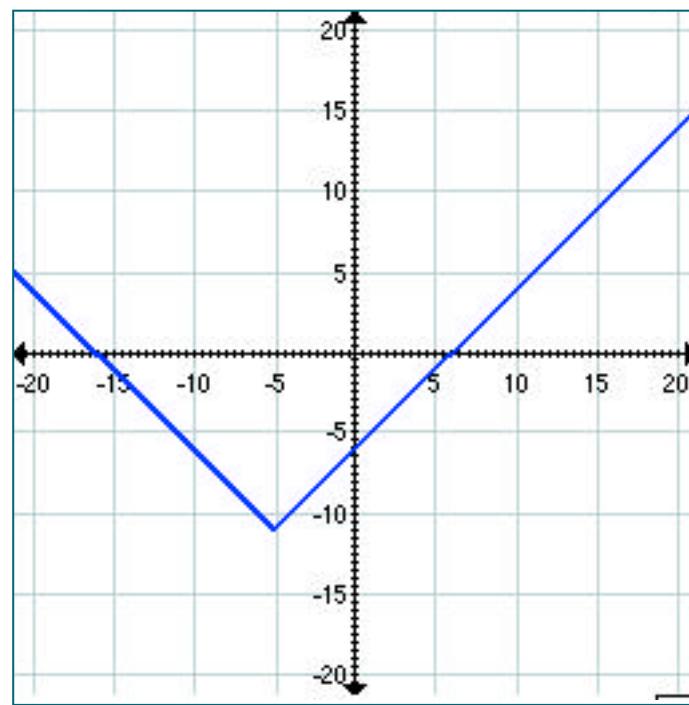
διάγραμμα 3



διάγραμμα 4



διάγραμμα 5



διάγραμμα 6