

7. Επένδυση χρημάτων

Σύντομη Περιγραφή

Δυο φίλοι κατέθεσαν το ίδιο ποσό χρημάτων στην τράπεζα αλλά διαχειρίζονται τους τόκους τους με διαφορετικό τρόπο. Οι μαθητές καλούνται να διερευνήσουν ποιος καταθέτης έχει τα περισσότερα χρήματα μετά από 20 χρόνια και γιατί.

Ένταξη στο Αναλυτικό Πρόγραμμα

Προτείνεται να διδαχθεί στο κεφάλαιο της εκθετικής συνάρτησης στη Β' Λυκείου.

Εκτιμώμενος χρόνος διδασκαλίας: 3 διδακτικές ώρες

Διδακτικοί στόχοι

Οι μαθητές:

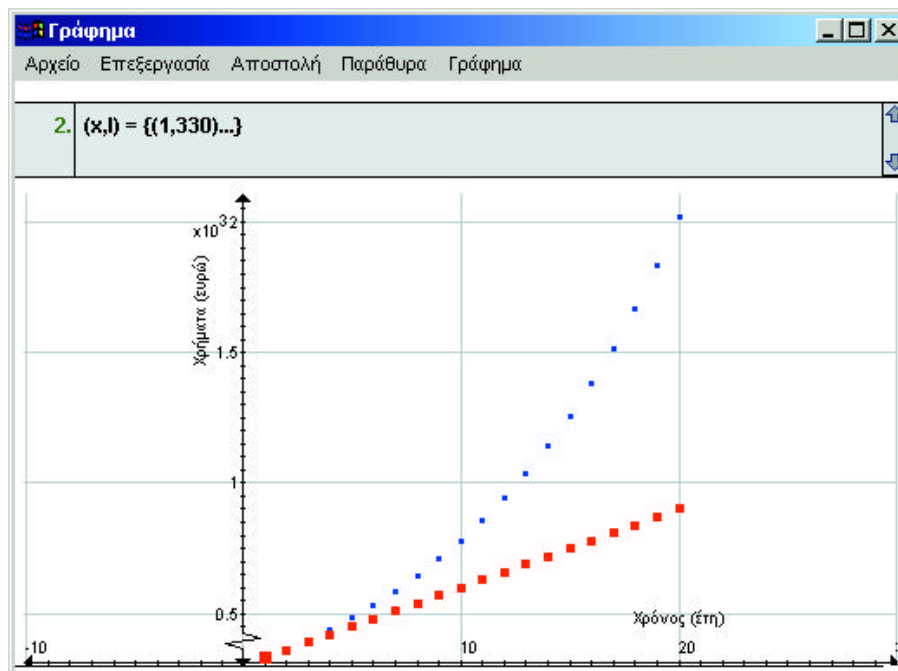
- > Να κατασκευάσουν τον τύπο μιας εκθετικής μεταβολής.
- > Να διακρίνουν τη διαφορά της αύξησης των τιμών ανάμεσα στην εκθετική και γραμμική συνάρτηση.
- > Να βρίσκουν τη λύση ενός προβλήματος από τη γραφική παράσταση.

Παρατηρήσεις

1. Τα δυο πρώτα υποερωτήματα θα απαντηθούν στο τετράδιο. Οι μαθητές μπορούν να βοηθηθούν στις πράξεις τους από την 'Αριθμομηχανή'. Να προσεχτεί ιδιαίτερα ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζονται τα χρήματα των δυο καταθετών. Στον πρώτο καταθέτη τα χρήματα υπολογίζονται από μια εκθετική συνάρτηση ($k=300 \cdot (1.1)^x$) ενώ στο δεύτερο καταθέτη από τη γραμμική ($y=300+30x$).
2. Στο ερώτημα 2 να χρησιμοποιηθεί η δυνατότητα κατασκευής εξαρτημένων στηλών στο παράθυρο 'Πίνακας' (βλέπε εικόνα 1).
3. Στο παράθυρο 'Γράφημα' να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στα δυο γραφήματα. Στην εκθετική συνάρτηση οι τιμές αυξάνονται πιο απότομα από ότι στη γραμμική (βλέπε εικόνα 2).
4. Στο ερώτημα 4 οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν με βάση τη γραφική παράσταση. Καλούνται να βρουν αν αληθεύει η εικασία αυτή με το εργαλείο που δίνει τις συντεταγμένες σημείων, δηλαδή το εικονίδιο δείκτη σημείου.
5. Στην τελευταία ερώτηση η απόκλιση των ποσών οφείλεται στους διαφορετικούς τύπους που ακολουθούν τα ποσά των δυο καταθετών. Να δειχτεί και γραφικά η διαφορά των δυο ποσών τη χρονιά αυτή (ποιο τμήμα στη γραφική παράσταση την παριστάνει).

| Πίνακας | | |
|--|------------------------------|------------------------------|
| Αρχείο Επεξεργασία Αποστολή Παράθυρο Πίνακας | | |
| x | $k=300 \cdot (1.1)^x$ | $l=300+30x$ |
| | Χρήματα Α καταθέτη (ευρώ) | Χρήματα Β καταθέτη (ευρώ) |
| 1 | 330 | 330 |
| 2 | 363 | 360 |
| 3 | 399.3 | 390 |
| 4 | 439.23 | 420 |
| 5 | 483.15 | 450 |
| 6 | 531.47 | 480 |
| 7 | 584.62 | 510 |
| 8 | 643.08 | 540 |
| 9 | 707.38 | 570 |
| 10 | 778.12 | 600 |
| 11 | 855.94 | 630 |
| 12 | 941.53 | 660 |
| 13 | 1035.68 | 690 |
| 14 | 1139.25 | 720 |
| 15 | 1253.17 | 750 |
| 16 | 1378.49 | 780 |
| 17 | 1516.34 | 810 |
| 18 | 1667.98 | 840 |
| 19 | 1834.77 | 870 |
| 20 | 2018.25 | 900 |

εικόνα 1



εικόνα 2

Φύλλο εργασίας για το μαθητή

Κάποιος κατέθεσε στην τράπεζα 300 ευρώ με ετήσιο επιτόκιο 10% και μην έχοντας οικονομικές ανάγκες δεν έκανε καμία κίνηση των χρημάτων αυτών για 20 χρόνια. Ένας φίλος του όμως, ενώ κατέθεσε και εκείνος το ίδιο ποσό με το ίδιο επιτόκιο, έπαιρνε στο τέλος κάθε χρόνου τον τόκο που του έδινε η τράπεζα χωρίς να μετακινήσει το αρχικό του ποσό.

- α) Ποιος ήταν ο τόκος που έδινε η τράπεζα μετά από 1, 2, 3, 4 χρόνια στον κάθε ένα από τους δυο παραπάνω καταθέτες; β) Να υπολογίσεις τα χρήματα του καθενός καταθέτη τα παραπάνω χρόνια. Υπόθεσε ότι ο δεύτερος καταθέτης κρατάει τους τόκους που παίρνει κάθε χρόνο από την τράπεζα και έτσι συνυπολόγισέ τους στα χρήματά του. Μπορείς να χρησιμοποιήσεις την 'Αριθμομηχανή' για να κάνεις τους υπολογισμούς σου.

| Καταθέτης Α (ευρώ) | | | Καταθέτης Β (ευρώ) | |
|--------------------|-------|---------|--------------------|---------|
| Χρόνια | Τόκος | Χρήματα | Τόκος | Χρήματα |
| 1 | 30 | 330 | 30 | 330 |
| 2 | 33 | 363 | 30 | 360 |
| 3 | 36,3 | 399,3 | 30 | 390 |
| 4 | 39,93 | 439,23 | 30 | 420 |

- Να κατασκευάσεις τρεις στήλες στο παράθυρο 'Πίνακας' που να αναπαριστούν τα χρήματα και των δυο καταθετών σε 20 χρόνια συναρτήσει του χρόνου με τη βοήθεια των κατάλληλων τύπων. Η μια στήλη θα είναι ο χρόνος σε χρόνια και οι άλλες δύο τα χρήματα των δύο καταθετών συναρτήσει του χρόνου.
- Στείλε τις παραπάνω στήλες στο παράθυρο 'Γράφημα'. Τι παρατηρείς;
Απάντηση: Η μία συνάρτηση είναι γραμμική και η άλλη εκθετική.
- Ένας άλλος φίλος τους ισχυρίζεται ότι με το ρυθμό που αυξάνεται το ποσό, σύντομα τα χρήματα του πρώτου καταθέτη θα ξεπεράσουν τα 1500 ευρώ. Έλεγξε από τη γραφική παράσταση την εικασία αυτή. Ποια χρονιά θα συμβεί αυτό;
Απάντηση: Τη 17η χρονιά.
- Ποια θα είναι τα χρήματα του δεύτερου καταθέτη τη χρονιά αυτή; Πού οφείλεται η μεγάλη απόκλιση των ποσών;
Απάντηση: Τη χρονιά εκείνη τα χρήματα του δεύτερου καταθέτη θα είναι 810 ευρώ. Η μεγάλη απόκλιση οφείλεται στο γεγονός ότι ο ρυθμός αύξησης στην εκθετική συνάρτηση είναι πολύ μεγαλύτερος από το ρυθμό αύξησης στη γραμμική συνάρτηση.