



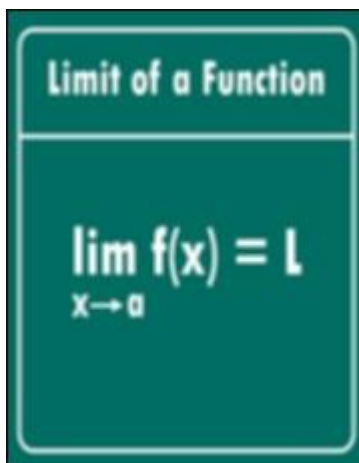
Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΟΡΙΟΥ ΣΤΟ Χ0

ΑΝΑΡΤΗΘΗΚΕ ΑΠΟ:

[ΣΤΕΦΑΝΟΣ ΜΑΚΑΡΙΑΔΗΣ](#)

Ημερομηνία Δημιουργίας:

22/08/2023



ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΣΕΝΑΡΙΟΥ

Τίτλος σεναρίου

Η Έννοια του Ορίου στο x_0

Δημιουργοί / Συντελεστές

Στέφανος Μακαριάδης - συγγραφή σεναρίου @21/08/2023

Συνοπτική περιγραφή

Το προτεινόμενο σενάριο απευθύνεται σε μαθητές της Γ' Λυκείου και αναφέρεται στο Β' Μέρος (Ανάλυση) και στην παράγραφο 1.4

“**Όριο συνάρτησης στο x_0** ”.

Οι μαθητές εμπλέκονται με δραστηριότητες που αφορούν την κατανόηση της έννοιας του ορίου μιας συνάρτησης f σε σημείο x_0 . Επίσης αντιλαμβάνονται την αναγκαιότητα της εισαγωγής των εννοιών των πλευρικών ορίων μιας f σε σημείο x_0 . Η κατανόηση των εννοιών απαιτούν σύνθετες νοητικές λειτουργίες και απαιτούνται πολλές αναπαραστάσεις εννοιών και πρέπει να ενισχυθούν με πρόσθετα εργαλεία διδασκαλίας και τον σωστό καθοδηγητικό ρόλο του διδάσκοντα.

Γνωστικό/ά αντικείμενο/α – γνωστική/ές περιοχή/ές

Μαθηματικά > Ανάλυση > Όριο και συνέχεια συνάρτησης

Γλώσσα (ες) σεναρίου

ελληνικά

Λέξεις-κλειδιά

[Όριο στο \$x_0\$](#) [Πλευρικά όρια](#) [Όρια μορφής \(0/0\)](#) [Αναζήτηση ορίου](#)

ΣΚΕΠΤΙΚΟ

Σκεπτικό του σεναρίου / Αιτιολόγηση των επιλογών

Βασική ιδέα:

Οι μαθητές με τη βοήθεια της ψηφιακής τεχνολογίας θα διερευνήσουν και θα ανακαλύψουν την έννοια του ορίου σε ένα x_0 . Ποιο συγκεκριμένα αξιοποιώντας τη δυνατότητα του λογισμικού Geogebra και με τη δυνατότητα δυναμικής προσέγγισης, οι μαθητές θα προσπαθήσουν να ανακαλύψουν και να διερευνήσουν τον τρόπο με τον οποίο το x πλησιάζει μια τιμή στον άξονα $x'x$ (από αριστερά ή από δεξιά) και τον τρόπο με τον οποίο το y πλησιάζει ή όχι μια τιμή στον άξονα $y'y$ καθώς ένα σημείο κινείται πάνω στην καμπύλη μιας συνάρτησης f . Έτσι οι μαθητές θα ανακαλύψουν την ύπαρξη του $\lim f(x)$ όταν το x τείνει στο x_0 και θα γράφουν $\lim f(x) = l$ ή τη μη ύπαρξη του ορίου αν τα πλευρικά όρια είναι διαφορετικά.

Οι κινήσεις αυτές είναι δυνατόν να οπτικοποιηθούν και να γίνουν δυναμικές αν η διδασκαλία υποστηριχτεί στο λογισμικό Geogebra με ένα παράθυρο C.A.S και ένα υπολογιστικό φύλο.

Παιδαγωγική προσέγγιση και στρατηγικές

Το προτεινόμενο εκπαιδευτικό σενάριο φιλοδοξεί να συμβάλει στην αλλαγή - βελτίωση της στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά και στη διαδικασία προσέγγισής τους.

Οι μαθητές αναμένεται να συνειδητοποιήσουν ότι τα Μαθηματικά μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενο διερεύνησης και μάλιστα κάθε μαθητής μπορεί να δοκιμάσει στο πλαίσιο αυτό τις δικές του ιδέες και να καταλήξει στα δικά του συμπεράσματα τα οποία πρέπει να έχουν την ανάλογη κοινωνική αποδοχή (στο πλαίσιο της τάξης) και την επιστημονική τεκμηρίωση. Η χρήση των τεχνολογικών εργαλείων αναμένεται να διευκολύνει σημαντικά προς αυτή τη κατεύθυνση.

Η εργασία των μαθητών σε ομάδες και η στενή, συνεχής και συγκροτημένη συνεργασία μεταξύ των μαθητών της κάθε ομάδας προφανώς θα συμβάλει στην αλλαγή της στάσης τους απέναντι στη μάθηση.

ΠΛΑΙΣΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ - ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΕΝΑΡΙΟΥ

Στοχευόμενο κοινό (ομάδα-στόχος ή σε ποιους απευθύνεται)

Το σενάριο απευθύνεται σε μαθητές της Γ' Λυκείου και αναφέρεται στο Β' Μέρος (Ανάλυση) και στην παράγραφο 1.4

“Όριο συνάρτησης στο x_0 ”.

Βαθμίδα Εκπαίδευσης

γενικό λύκειο

Τάξη

Γ' Λυκείου

Ηλικιακή ομάδα

Από 17 Έως 18

Γλώσσα στοχευόμενου κοινού

ελληνικά

Εκτιμώμενος χρόνος υλοποίησης σεναρίου (διάρκεια)

μικρή διάρκεια: έως 3 ώρες

Για την εφαρμογή του σεναρίου εκτιμάται ότι απαιτούνται 3 διδακτικές ώρες. Εναλλακτικά μπορεί να διατεθεί 2 διδακτικές ώρες για την υλοποίηση μέρους του σεναρίου και 1 ώρα δραστηριότητες να δοθούν ως εργασία στον ελεύθερο χρόνο των μαθητών.

Χώρος υλοποίησης

Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ' ολοκλήρου στο εργαστήριο υπολογιστών ή το υπόλοιπο να δοθεί υπό τη μορφή εργασίας στον ελεύθερο χρόνο των μαθητών.

Ενορχήστρωση τάξης

Οι μαθητές τις 2 πρώτες ώρες εργαζόμενοι σε δυάδες και καθοδηγούμενοι από τον εκπαιδευτικό θα αναπτύξουν τις δραστηριότητες που θα οδηγήσουν στη σταδιακή ανακάλυψη της νέας γνώσης. Την τρίτη ώρα οι μαθητές θα εργαστούν σε ομάδες των τεσσάρων ατόμων με φύλλο εργασίας, καλούνται να εξερευνήσουν συγκεκριμένα σχήματα και να απαντήσουν σε συγκεκριμένες ερωτήσεις. Επομένως η διερεύνηση αυτή θα γίνει συνεργατικά. Για να υπάρχει κοινός στόχος και καλή συνεργασία οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν ένα κοινό φύλλο εργασίας που περιέχει ερωτήσεις σχετικές με το θέμα.

Στη διάρκεια της υλοποίησης του σεναρίου ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να ελέγχει τα συμπεράσματα των μαθητών, να συνεργάζεται μαζί τους, να τους καθοδηγεί ώστε να αντιλαμβάνονται καλύτερα τα αποτελέσματά τους και να τους ενθαρρύνει να συνεχίσουν την διερεύνηση.

Η επικοινωνία όλων των μαθητών της τάξης με τις εργασίες των συμμαθητών τους και η συλλογική διερεύνηση κρίσιμων παραμέτρων της διερεύνησης μπορεί επίσης ενισχυθεί με κατάλληλη χρήση του διαδραστικού πίνακα σε διαφορετικές πτυχές της εφαρμογής των δραστηριοτήτων του σεναρίου.

Απαιτήσεις εφαρμογής σεναρίου

Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών

Οι μαθητές πρέπει να αναγνωρίζουν:

- τον υπολογισμό του πεδίου ορισμού της συνάρτησης
 - τις συναρτήσεις πολλαπλού τύπου
 - τις γραφικές παραστάσεις των βασικών συναρτήσεων
 - την παραγοντοποίηση των αλγεβρικών παραστάσεων και
 - την απλοποίηση των κλασματικών παραστάσεων.
- Στοιχειώδη χειρισμό του προγράμματος Geogebra

Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία

Στους μαθητές θα δοθεί κατάλληλο φύλλο εργασίας που θα εκπονήσει ο διδάσκοντας και αναλυτικές οδηγίες (προφορικά ή γραπτά) για την υλοποίηση του σεναρίου.

ΣΤΟΧΟΙ & ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Από την εφαρμογή του συγκεκριμένου σεναρίου οι μαθητές θα μάθουν να ανακαλύπτουν τη γνώση συνεργατικά, να πειραματίζονται, να παρατηρούν, να ανταλλάσσουν απόψεις και να διατυπώνουν εικασίες.

Επίσης με τη βοήθεια των προτεινόμενων εργαλείων δυναμικού χειρισμού (δρομείς) και των μετακινούμενων σημείων στην γραφική παράσταση θα κατανοήσουν την έννοια του ορίου μιας συνάρτησης f στο x_0 , προκειμένου να προκύψουν σωστά εποπτικά συμπεράσματα.

Πιο συγκεκριμένα οι μαθητές μετά την ολοκλήρωση αυτής της διδασκαλίας:

1. Να έχουν ανακαλύψει την έννοια του ορίου $\lim f(x)$ όταν το x τείνει στο x_0 .
2. Να έχουν διερευνήσει πότε έχει νόημα η μελέτη του ορίου $\lim f(x)$ όταν το x τείνει στο x_0 όταν:
 - ο f πρέπει να ορίζεται όσο θέλουμε "κοντά στο x_0 ", δηλαδή η f να είναι ορισμένη σ' ένα σύνολο της μορφής (α, x_0) ένωση (x_0, β) , (α, x_0) , (x_0, β)
 - Το x_0 μπορεί να ανήκει στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης ή να μην ανήκει σ' αυτό.
 - Η τιμή της f στο x_0 , όταν υπάρχει, μπορεί να είναι ίση με το όριο της στο x_0 ή διαφορετική από αυτό.
3. Θα έχουν διερευνήσει την έννοια και τη σημασία της χρήσης των πλευρικών ορίων της f σε ένα σημείο x_0 .
4. Θα έχουν κατανοήσει το κριτήριο ύπαρξης ορίου και να καταλήξουν στη διατύπωση του κανόνα :

Αν μια συνάρτηση f είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής (α, x_0) ένωση (x_0, β) , τότε ισχύει η ισοδυναμία:

$\lim f(x)$ όταν το x τείνει στο $x_0 = l \Leftrightarrow \lim f(x)$ όταν το x τείνει στο $x_0^- = \lim f(x)$ όταν το x τείνει στο $x_0^+ = l$

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ: ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ & ΜΑΘΗΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1η διδακτική ώρα

Ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων:

Αρχικά θα δοθούν κάποιες οδηγίες για τη χρήση του λογισμικού. Επίσης οδηγίες για τη χρήση δρομέων ή "σύρσιμο" του ποντικιού ή αυτόματη κίνηση ώστε οι μαθητές να διερευνήσουν τις δυναμικές κινήσεις των x και y , καθώς ένα σημείο κινείται πάνω στην καμπύλη μιας συνάρτησης f .

Τα διαδραστικά εργαλεία και οι δυναμικές μεταβολές βοηθούν σε πολύ μεγάλο βαθμό τους μαθητές που έχουν μαθησιακές δυσκολίες στην κατανόηση των εννοιών στο μάθημα των Μαθηματικών. Με τη βοήθεια του προτεινόμενου λογισμικού, των διαδραστικών και δυναμικών εργαλείων και του ποντικιού, θα μπορούν

να συμμετέχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία και θα μπορούν μόνοι τους να παρατηρήσουν και να κατανοήσουν τις έννοιες των ορίων και πλευρικών ορίων.

Οι μαθητές κατά την εκτέλεση αυτού του σεναρίου θα εμπλακούν στις παρακάτω δραστηριότητες:

Στη φάση αυτή καλούνται οι μαθητές να εργαστούν με δύο μικροπειράματα με στόχο να εξηγήσει ο εκπαιδευτικός την έννοια και την ύπαρξη του $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ σε ένα σημείο x_0 όπου το x_0 μπορεί να ανήκει ή όχι στο πεδίο ορισμού της f .

Επίσης όταν ορίζεται η αριθμητική τιμή της συνάρτησης $f(x_0)$, μπορεί να είναι ίσο ή διαφορετικό από το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ σε ένα σημείο x_0 .

Ζητείται από τους μαθητές να ανοίξουν το αρχείο με όνομα «Limit1.ggb» που βρίσκεται στο μάθημα Μαθηματικά Γ Λυκείου στο e-class.

Δραστηριότητα 1

Τίτλος δραστηριότητας

1η διδακτική ώρα

Φάση 1η :

“ Η έννοια του ορίου μιας συνάρτησης f σε x_0 ”

Δραστηριότητα 2

Τίτλος δραστηριότητας

2η διδακτική ώρα

Φάση 2η :

“ Πλευρικά όρια και συναρτήσεις πολλαπλού τύπου ”

Δραστηριότητα 3

Τίτλος δραστηριότητας

3η διδακτική ώρα

Φάση 3η :

" Αξιολόγηση "

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ & ΑΝΤΙΚΤΥΠΟΣ

3η διδακτική ώρα

(Παρουσίαση της θεωρίας και των ιδιοτήτων των ορίων με το λογισμικό Smarttools, ερωτήσεις θεωρίας σε φόρμα Google και Φύλλο εργασίας με ασκήσεις)

Οι εικασίες που θα κάνουν οι μαθητές στα παραπάνω θέματα θα δώσουν την αφορμή να παρουσιαστούν διεξοδικά στην τάξη οι ορισμοί, οι αποδείξεις των σχετικών προτάσεων και φυσικά ο ρόλος της απόδειξης στα Μαθηματικά.

Κατόπιν οι μαθητές θα συνδεθούν στην ιστοσελίδα του παρακάτω συνδέσμου

<https://forms.gle/FYMUX25sEc7ELAo47>

όπου θα απαντήσουν 5 ερωτήσεις θεωρίας.

Στη συνέχεια στην τάξη χωρίζονται οι μαθητές σε ομάδες των 4 ατόμων και τους δίνεται το φύλλο εργασίας 3 όπου θα απαντήσουν.

Το σενάριο βασίζεται στο template «[Εξειδικευμένο Template για εκπαιδευτικά σενάρια Μαθηματικών \(Socio-Constructionist Learning\)](#)».