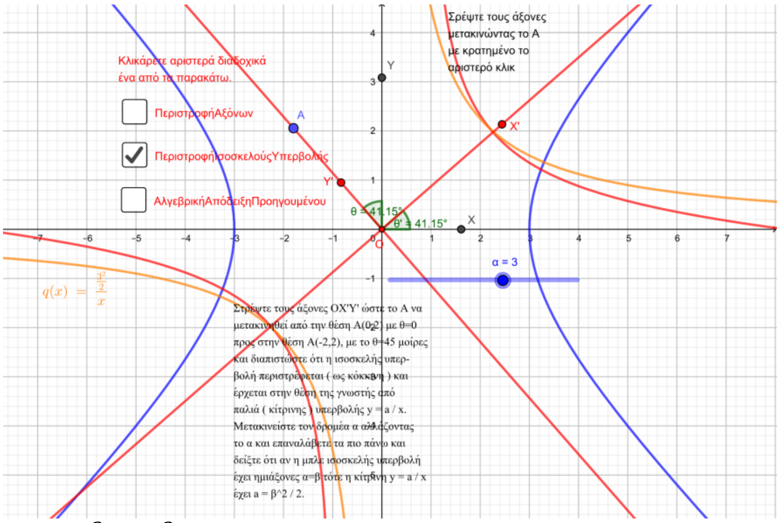
ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΗΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ ΤΗΣ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΥΠΕΡΒΟΛΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΑΥΤΙΣΗΣ ΤΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΓΝΩΣΤΉ ΑΠΛΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΥΠΕΡΒΟΛΗΣ f(x) = a / x .

Η ισοσκελής υπερβολή $x^2 - y^2 = \beta^2$ *(αφού α=β), όταν περιστραφεί κατά θ=45^o κατά την θετική φορά με κέντρο το Ο(0,0) μετατρέπεται στην γραφική παράσταση της συνάρτησης* $y = \frac{a}{x}$ *, με* $a = \frac{\beta^2}{2}$



ΑΠΟΔΕΙΞΗ:

Η περιστρεφόμενη κόκκινη υπερβολή έχει ως προς τους περιστρεφόμενους (κόκκινους) άξονες Οx΄y΄, συντεταγμένες x'= x συνθ + y ημθ και y'= y συνθ – x ημθ, (οπότε αν θ=0^o το x'=x και το y'=y). Άρα έχει εξίσωση $x'^2 - y'^2 = \beta^2$, *δηλαδή*

$(x\ \sigma\upsilon\nu\theta\ +\ y\ \eta\mu\theta)^2 - (y\ \sigma\upsilon\nu\theta - x\ \eta\mu\theta)^2 = \beta^2$, *σε συντεταγμένες (x,y) του Oxy.*

Οπότε για στροφή θ=45^o παίρνουμε:

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}}\right)^2 = \beta^2$, *άρα* $\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{2} = \beta^2$, *άρα (x+y+x-y)(x+y-x+y)=2*β^2,

άρα 2x2y=2β^2, *άρα 2xy=*β^2, *άρα x≠0 και* $\boxed{y = \frac{\frac{\beta^2}{2}}{x}}$.