

Τάσος Ανθουλιάς

Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Με τη γλώσσα LOGO

Η εισαγωγή της Πληροφορικής στην εκπαίδευση δεν είναι ένα θέμα «τεχνικό» ή «τεχνοκρατικό» - είναι ένα θέμα κατεξοχήν παιδαγωγικό. Το πρόβλημά μας δεν είναι αν θα εισάγουμε κάποιους υπολογιστές στα σχολεία μας. Το πρόβλημα είναι πώς θα χρησιμοποιήσουμε τους υπολογιστές ως παιδαγωγικά εργαλεία, με τη βοήθεια των οποίων θα αναβαθμίσουμε την εκπαίδευσή μας, δίνοντας τη δυνατότητα στα παιδιά να ανακαλύψουν τη γνώση.



Μπορείτε να δείτε τα αναλυτικά συμπεράσματα της έρευνας
στις σελίδες 65 – 70

ΧΕΛΙΔΟΝΙ 2023

Δύο από τα μεγαλύτερα προβλήματα της ελληνικής εκπαίδευσης είναι η διδακτική των Μαθηματικών και η έλλειψη συνεργασίας μεταξύ των παιδιών. Η έρευνα που παρουσιάζεται σ' αυτό το e-Book αποδεικνύει πως ο υπολογιστής μπορεί να βοηθήσει σημαντικά και προς τις δύο αυτές κατευθύνσεις. Ταυτόχρονα προσφέρει ένα συγκεκριμένο πρόγραμμα για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας στο Δημοτικό σχολείο.



ΠΛΑΤΩΝ:
ἀγεωμέτρητος
μηδεὶς
εἰσίτω

Ας πούμε, όμως, πρώτα δύο λόγια για το παρελθόν. Στην αρχαία και κλασική Ελλάδα η Γεωμετρία (λέξη που περιλάμβανε τότε όλα τα Μαθηματικά) αναγνωριζόταν ως η βάση της μάθησης.

Ο Σωκράτης σαν παράδειγμα της Μαιευτικής του μεθόδου διδασκαλίας χρησιμοποιεί την έννοια του διπλασιασμού ενός δοθέντος τετραγώνου. Αλλά και η (μεταγενέστερη) λέξη Μαθηματικά προέρχεται από τη λέξη μάθημα (μανθάνω).

Η Αναγέννηση στην Ευρώπη στηρίχτηκε, σε μεγάλο βαθμό, στην αναγέννηση των Μαθηματικών. Η έναρξή της σηματοδοτείται από την ανακάλυψη της σχετικής κίνησης της γης γύρω από τον ήλιο (Γαλιλαίος).

Και δεν υπήρξε κανένα «ασυμβίβαστο» μεταξύ της ιδιότητας του καλλιτέχνη ή του φιλόσοφου και του Μαθηματικού (Ντα Βίντσι, Λάιμπνιτς, Ντεκάρτ κλπ.).

Η βιομηχανική επανάσταση, εκτός από τον καταμερισμό της εργασίας, έφερε και τον καταμερισμό της γνώσης. Για πρώτη φορά χωρίστηκε η γνώση σε θεωρητική (humanities) και σε θετική (science) και μάλιστα σε αντιδιαστολή η μία από την άλλη.

Όπως έγραφε ο Seymour Papert το 1980, ο σχιζοφρενικός διαχωρισμός του πολιτισμού μας έχει ενσωματωθεί στη γλώσσα μας, στον τρόπο που βλέπουμε τον κόσμο, στην κοινωνική μας οργάνωση και στο εκπαιδευτικό μας σύστημα.

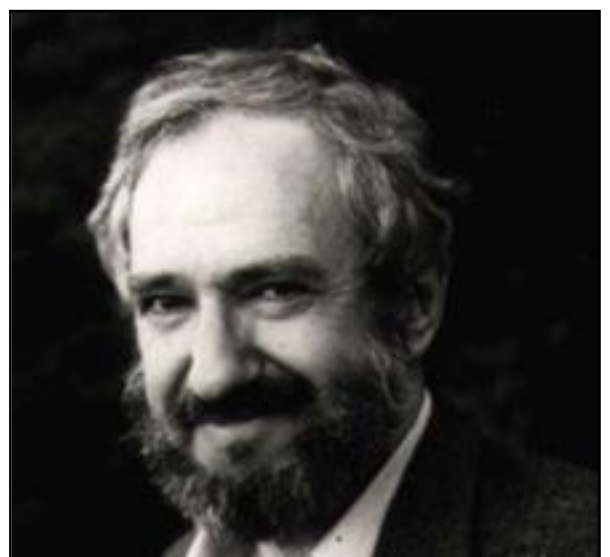
Και όπως είχε γράψει ο Μπέρτραν Ράσελ το 1963, ακραία συνέπεια αυτής της αντίληψης ήταν ο διαχωρισμός και η σύγκρουση ανάμεσα στη θεωρία και στην πράξη.

Ο Πιαζέ, το 1969, κατέληγε πως η Παιδαγωγική ακολούθησε τη μοίρα των λεγόμενων «θεωρητικών επιστημών», με άλλα λόγια δεν ήταν επιστήμη.



Τα παιδιά μας μεγαλώνουν μέσα σ' έναν πολιτισμό διαποτισμένο από την ιδέα ότι υπάρχουν άνθρωποι που είναι «καλοί στα Μαθηματικά» και άλλοι που «δεν μπορούν να καταλάβουν τα Μαθηματικά».

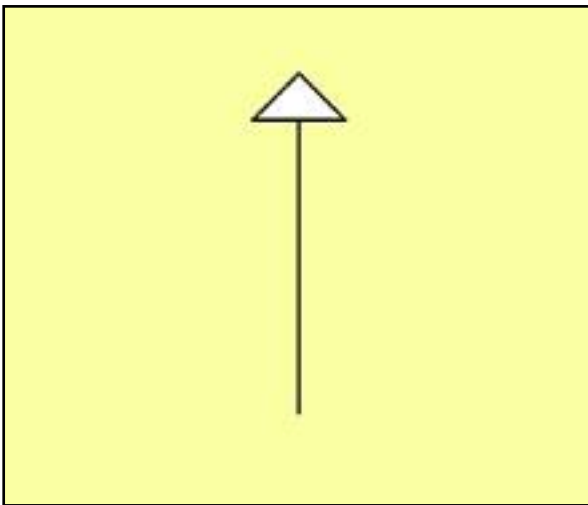
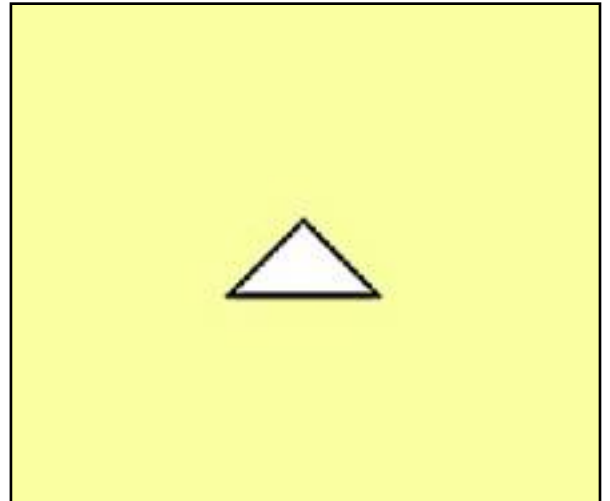
Μέσα σε αυτό το πλαίσιο, ο Seymour Papert, συνεργάτης από το 1958 ως το 1964 του Πιαζέ και, στη συνέχεια, καθηγητής των Μαθηματικών και της εκπαίδευσης στο MIT και επικεφαλής του Εργαστηρίου Τεχνητής Νοημοσύνης, δημιούργησε τη γλώσσα LOGO.





Η χελώνα ξεκίνησε σαν ένα μηχανικό τηλεχειριζόμενο παιχνίδι συμβολίζοντας μια χελώνα. Καθώς προχωρούσε πάνω στο πάτωμα, υπακούοντας στις «εντολές» του παιδιού, η χελώνα άφηνε πίσω της μια γραμμή. Έτσι το παιδί μπορούσε να ζωγραφίσει διάφορα σχέδια.

Το 1970 προστέθηκαν στη γλώσσα προγραμματισμού LOGO τα γραφικά της χελώνας (turtle graphics). Η χελώνα παριστάνεται σαν ένα μικρό ισοσκελές τρίγωνο πάνω στην οθόνη του υπολογιστή. Η κορυφή του είναι το κεφάλι της χελώνας.

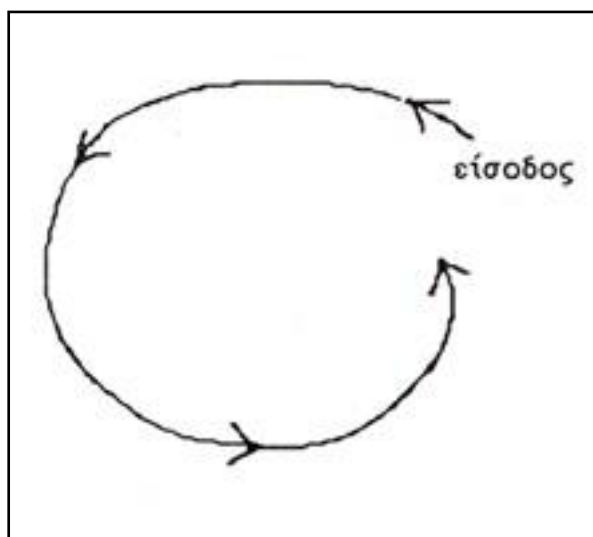


Καθώς το τρίγωνο αυτό προχωρεί πάνω στην οθόνη, σύμφωνα με τις εντολές που δίνει ο χειριστής, αφήνει πίσω του μια γραμμή.

Τα πειράματα με τα γραφικά της χελώνας επεκτάθηκαν μετά το 1977, οπότε παρουσιάστηκε ο πρώτος ολοκληρωμένος μικροϋπολογιστής, ο Apple II.

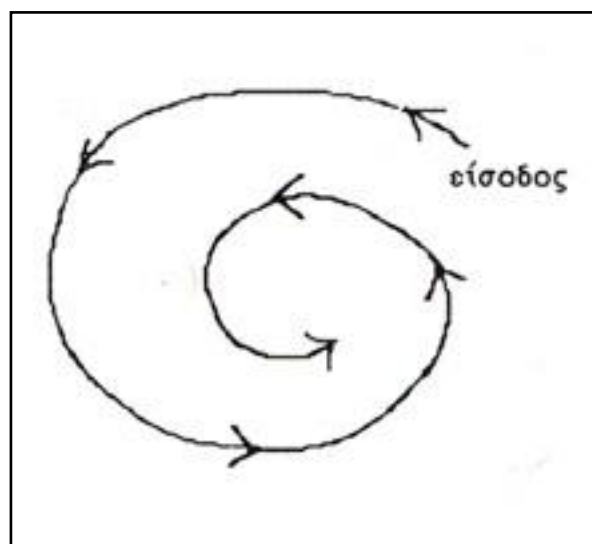


Το παιδί και ο χώρος. Η προσπάθεια για τη γνωριμία και κατανόηση του χώρου που το περιβάλλει είναι από τις πρώτες ενέργειες του παιδιού. Η γεωμετρία αυτή έχει καθαρά εγωκεντρικό χαρακτήρα, όπως άλλωστε και όλες οι ενέργειες του παιδιού σ' αυτή την ηλικία.



Το κλειδί για τη γνωριμία με τον χώρο είναι η κίνηση. Μπαίνοντας τα παιδιά στην αυλή του σχολείου χρησιμοποιούν όλο τον διαθέσιμο χώρο και συχνά τρέχουν γύρω-γύρω ώστε να σχηματίσουν έναν κύκλο.

Αμέσως μετά ο κύκλος μετατρέπεται σε σπείρα. Τα σχήματα αυτά έχουν μια αξιοσημείωτη ομοιότητα με τα πρώτα ιχνογραφήματα των παιδιών. Και σ' αυτά διακρίνονται καθαρά ο κύκλος και η σπείρα.

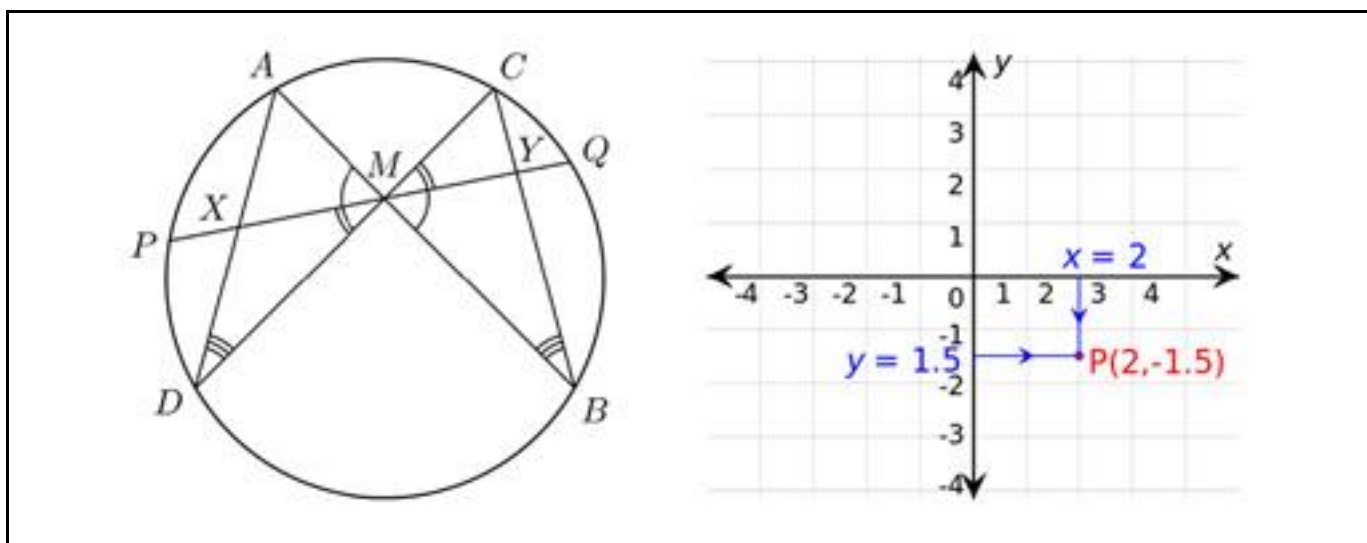


Καθώς αρχίζει η γνωριμία με τον χώρο η κίνηση μεταβάλλεται. Στο στάδιο αυτό κέντρο του περιβάλλοντος (πρώτη έννοια του σημείου) αποτελεί το ίδιο το παιδί. Η βασική διαφορά αυτής της έννοιας του σημείου από την έννοια του σημείου στην Ευκλείδεια γεωμετρία είναι πως εκτός από τη θέση του, το σημείο έχει και άλλη μια ιδιότητα: τον προσανατολισμό, δηλαδή την κατεύθυνση προς την οποία κοιτάζει το παιδί.

Αν η κατεύθυνση, προς την οποία κοιτάζει το παιδί, είναι σταθερή, τότε η γραμμή είναι ευθεία. Αν αλλάζει συνέχεια, τότε η γραμμή είναι καμπύλη. Η έννοια, λοιπόν, της γωνίας είναι η αλλαγή κατεύθυνσης, η στροφή του σημείου-παιδιού.



Η Ευκλείδεια γεωμετρία είναι λογική και η Καρτεσιανή είναι αλγεβρική. Οι βασικές διαφορές της γεωμετρίας της χελώνας από τα άλλα είδη γεωμετρίας είναι δύο.

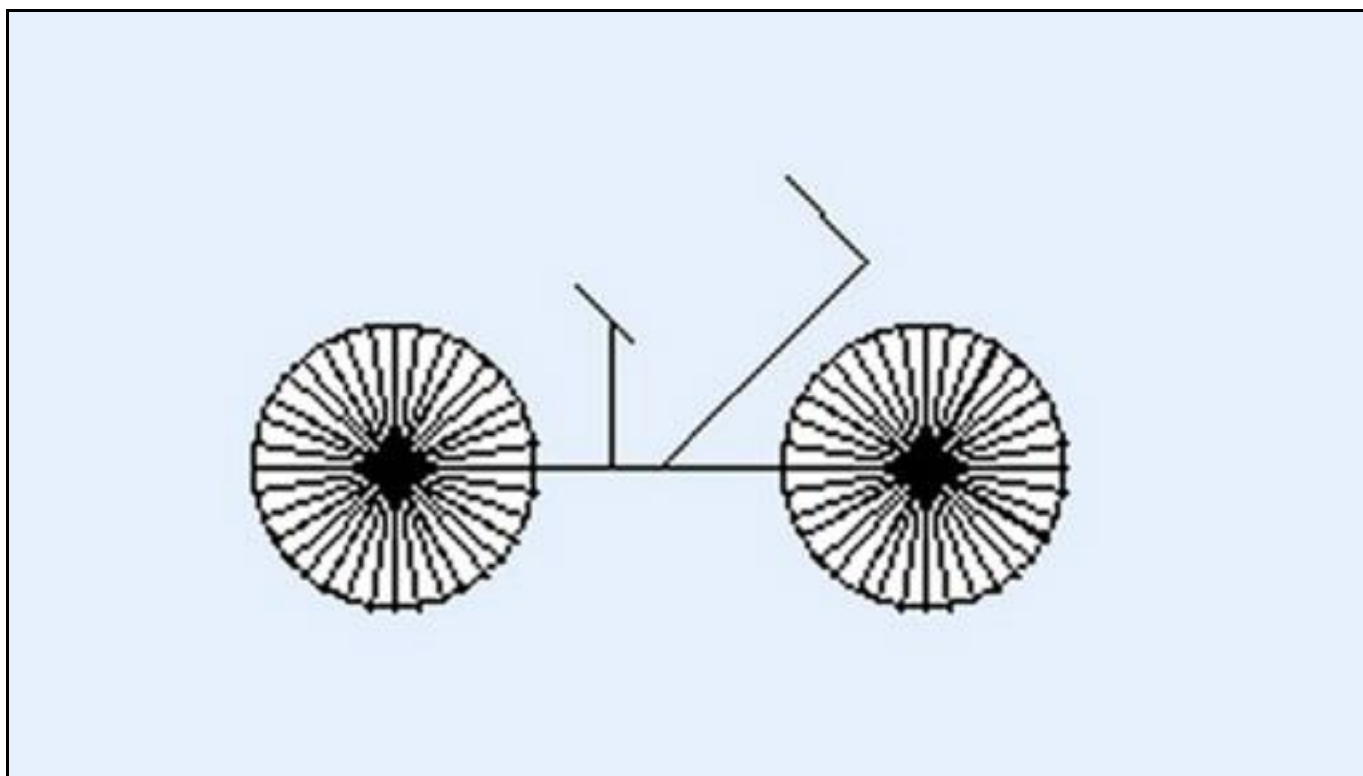


Η πρώτη διαφορά είναι πως αντιμετωπίζει τον χώρο από μια εσωτερική οπτική (intrinsic view) και όχι «από έξω». Η δεύτερη διαφορά είναι πως σχηματίζεται δυναμικά. Δεν δημιουργείται από στατικά αξιώματα (όπως η Ευκλείδεια γεωμετρία), ούτε περιγράφει στατικές σχέσεις (όπως η Καρτεσιανή γεωμετρία).

Οι διαφορές αυτές επιτρέπουν στο παιδί να ανακαλύψει τον χώρο με τα δικά του μάτια, μέσα από τη δική του κίνηση.

Ένα σημαντικό θέμα για την πραγματική μάθηση είναι το ερώτημα των κινήτρων. Αν ένα πρόβλημα έχει πραγματικό νόημα για το παιδί, τότε αυτό θα είναι ένα πολύ ισχυρό κίνητρο για να το λύσει.

Τα πραγματικά γεωμετρικά προβλήματα είναι αυτά που έχουν σχέση με την κατασκευή συγκεκριμένων αντικειμένων. Η κατασκευή ενός κύκλου δεν έχει κανένα νόημα για το παιδί. Αν, όμως, ο κύκλος του χρειάζεται για τη σχεδίαση μιας ρόδας ποδήλατου, τότε το κίνητρο υπάρχει.



Η LOGO δίνει τη δυνατότητα στο παιδί να σχεδιάσει τα πράγματα που αυτό θέλει. Για να επιτύχει τη σχεδίαση πρέπει να αντιμετωπίσει όλες τις βασικές γεωμετρικές έννοιες. Το πρόβλημα γεννιέται από τη δράση του παιδιού, δεν τίθεται από τον δάσκαλο. Η σωστή ή λάθος επίλυση του προβλήματος δεν κρίνεται από τον δάσκαλο, αλλά γίνεται φανερό στο παιδί από την επιτυχή ή όχι σχεδίαση του αντικειμένου που το ίδιο το παιδί είχε την πρόθεση να δημιουργήσει.

Η έρευνα έγινε επί δύο χρόνια (1983-1985) σε 108 παιδιά του δημοτικού χωρισμένα σε 8 τμήματα (από 6 ως 18 παιδιά το κάθε τμήμα) σε μεγάλο ιδιωτικό σχολείο. Η διάρκεια της διδασκαλίας σε όλες τις περιπτώσεις ήταν ένα δίωρο τη βδομάδα σε όλη τη διάρκεια του σχολικού έτους.



Η αίθουσα διδασκαλίας ήταν εξοπλισμένη με 6 υπολογιστές Apple IIe και δύο εκτυπωτές dot matrix. Όπως φαίνεται και στο σχέδιο, στην αίθουσα δεν υπήρχε έδρα για τον δάσκαλο. Αυτό είναι φυσικό γιατί ο ρόλος του δάσκαλου είναι να παρακολουθεί τις ομάδες των παιδιών και να συζητά μαζί τους.

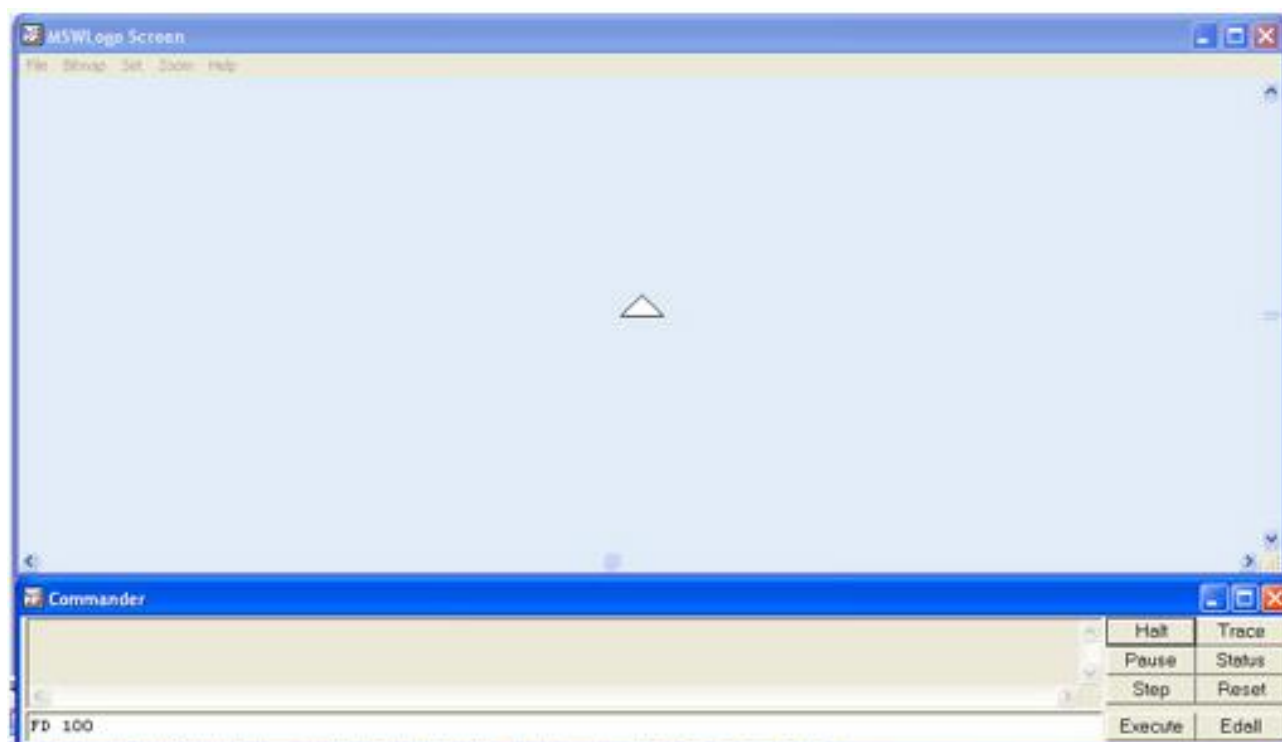
Τα παιδιά εργάζονταν σε μικρές ομάδες μπροστά στους υπολογιστές και ενθαρρύνονταν να συνεργάζονται: τα παιδιά κάθε ομάδας να συζητούν και να αποφασίζουν από κοινού για οτιδήποτε κάνουν.



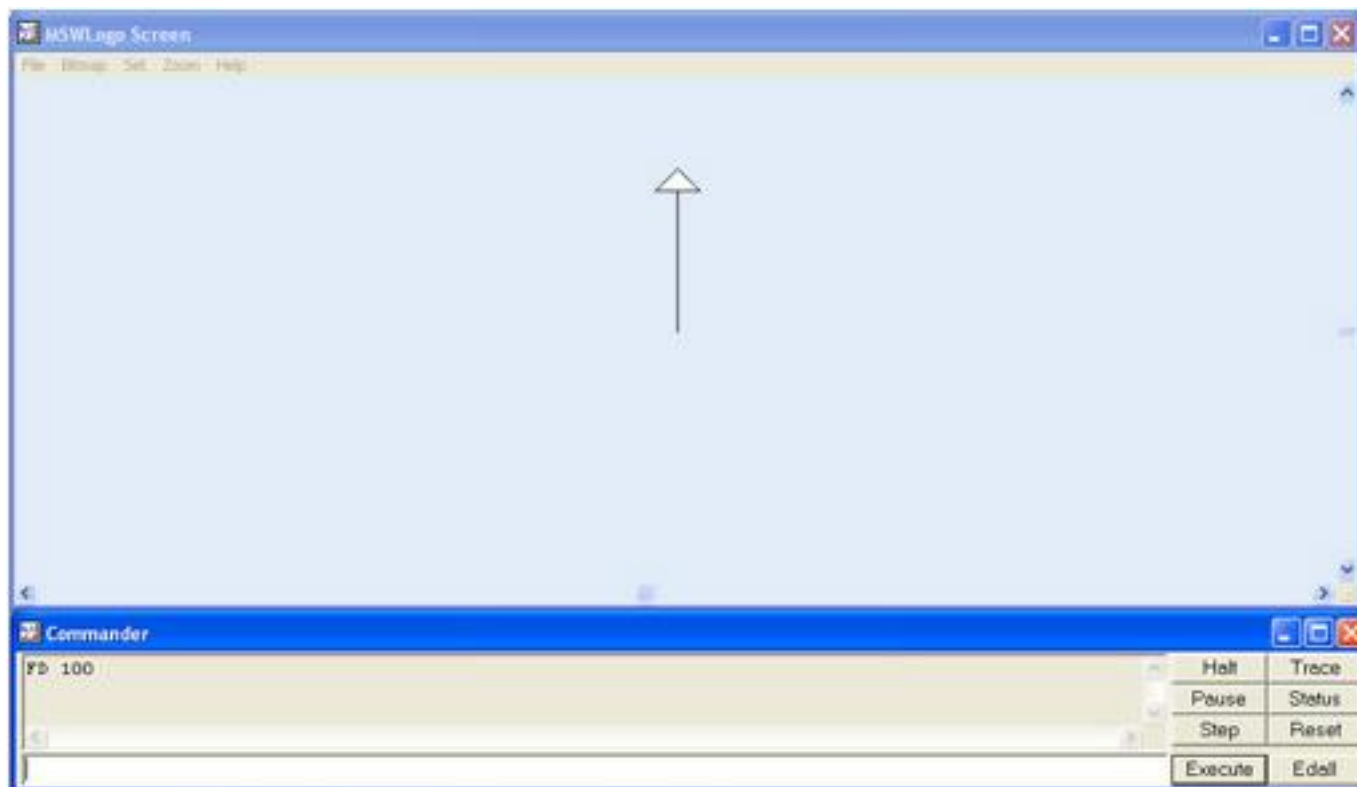
Για να ξεκινήσουν τα παιδιά άνοιξαν τη γλώσσα LOGO και η οθόνη χωρίστηκε σε δύο μέρη. Το πάνω (το μεγαλύτερο) έγινε ένας πίνακας σχεδίασης. Το κάτω μέρος είχε μια γραμμή για να γράφεται κάθε φορά η εντολή που θέλουμε. Στο κέντρο της οθόνης εμφανίστηκε το τριγωνάκι-χελώνα με αρχική κατεύθυνση προς τα πάνω.



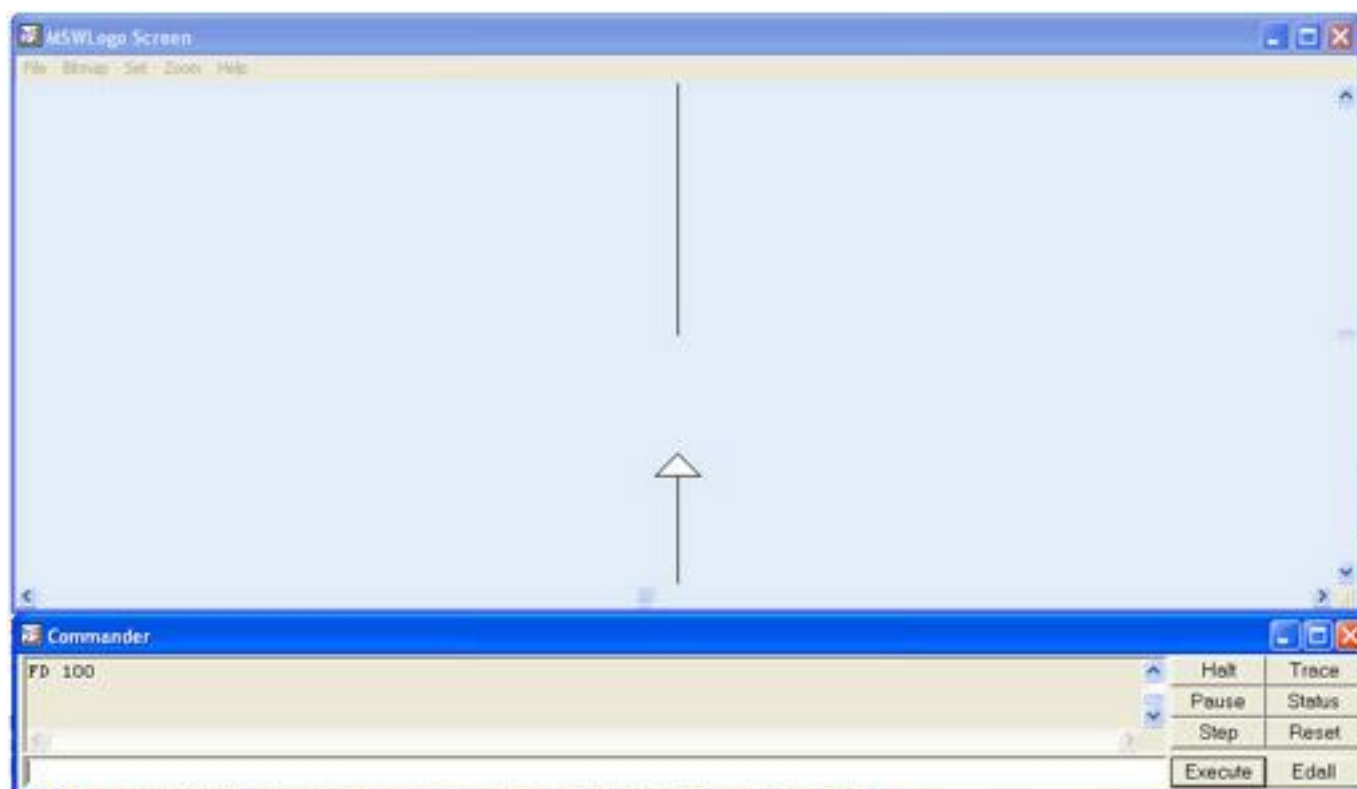
Εξηγήθηκε στα παιδιά πως για να προχωρήσει η χελώνα πρέπει να της πούμε να πάει μπροστά, δηλαδή να της δώσουμε την εντολή Forward (που σημαίνει στα αγγλικά μπροστά), γράφοντας το πρώτο και το τελευταίο γράμμα της λέξης: FD. Αλλά δεν αρκεί αυτό. Πρέπει να της πούμε και πόσο θα προχωρήσει, πόσα βήματα θα κάνει. Ας πούμε 100 βήματα.



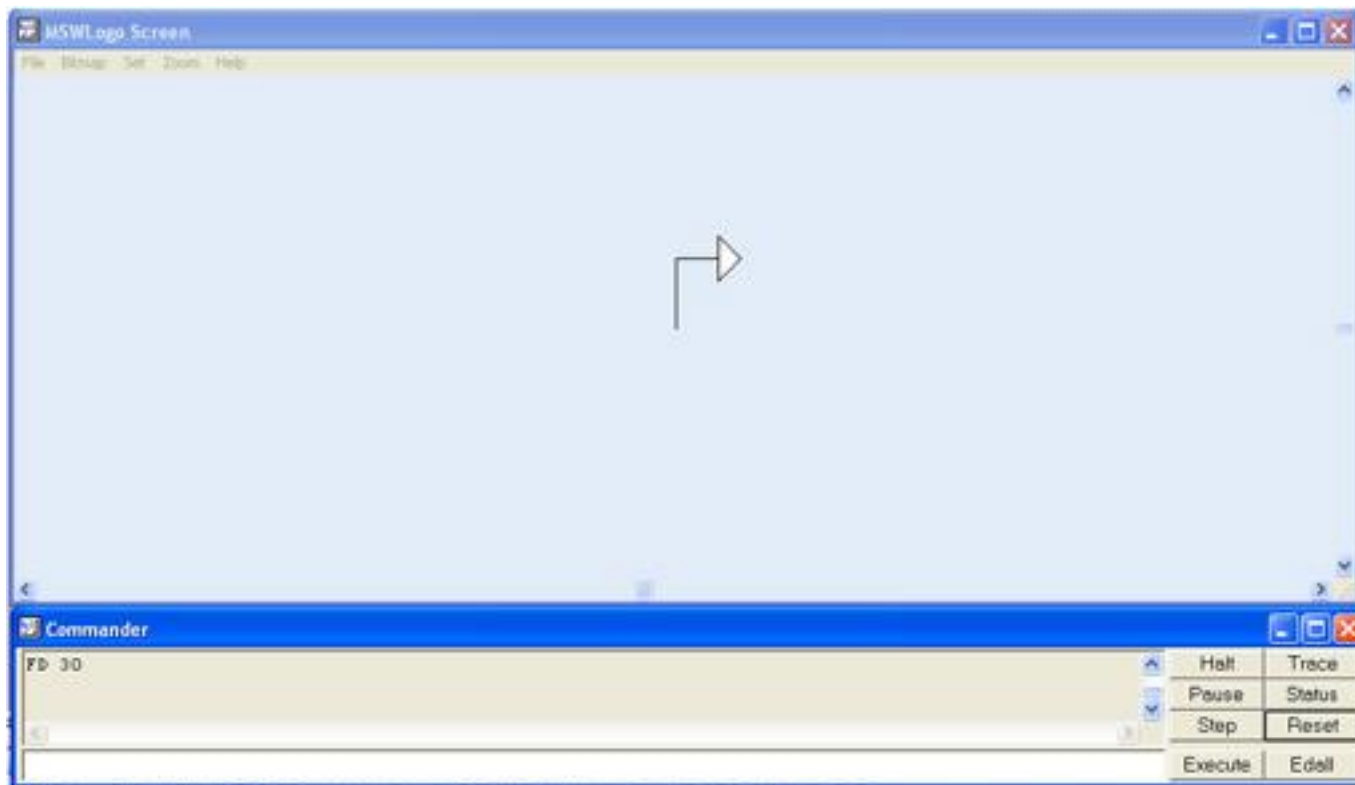
Για να πούμε στο πρόγραμμα πως τελειώσαμε την εντολή πατάμε το πλήκτρο Enter. Και τότε βλέπουμε το αποτέλεσμα της εντολής μας.



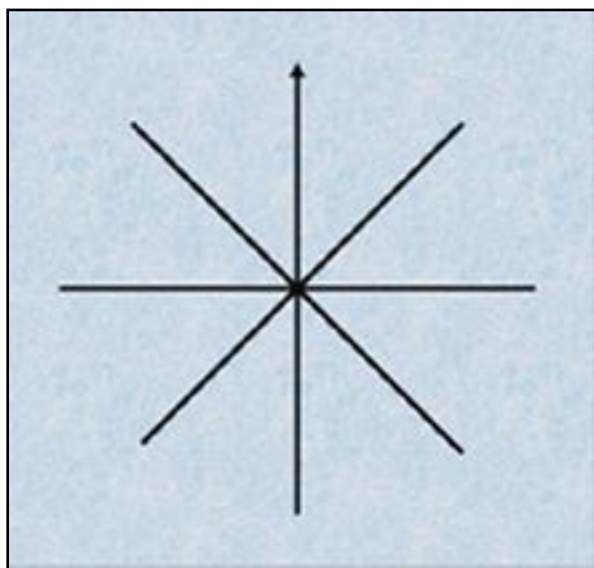
Αν ακολουθήσει και δεύτερη εντολή FORWARD, τότε η χελώνα θα συνεχίσει (από εκεί που σταμάτησε) να προχωρά προς την ίδια κατεύθυνση. Το αποτέλεσμα είναι πως η χελώνα κινείται συνεχώς πάνω στην κατακόρυφη γραμμή που περνά από το κέντρο της οθόνης. Και όταν η χελώνα βγαίνει από το πάνω μέρος της οθόνης, συνεχίζει μπαίνοντας από το κάτω μέρος της οθόνης.



Πολύ σύντομα (μετά από μερικές δοκιμές) όλα τα παιδιά άρχισαν να ρωτούν «πώς θα πάμε αλλού;» (σε άλλα τμήματα της οθόνης). Χωρίς να δοθεί άμεση απάντηση στο ερώτημα των παιδιών, τους ζητήθηκε να αρχίσουν από την αρχή (πατώντας το κουμπί Reset), να προχωρήσουν τη χελώνα 50 βήματα μπροστά, να στρίψουν δεξιά 90 μοίρες με την εντολή RIGHT (δηλαδή RT 90) και στη συνέχεια να προχωρήσουν μπροστά άλλα 30 βήματα.



Στο σημείο αυτό εμφανίστηκαν δύο νέες έννοιες: Η έννοια της στροφής (δεξιά ή αριστερά) και η έννοια της μέτρησης της στροφής (σε μοίρες). Για την κατανόηση από τα παιδιά αυτών των εννοιών χρησιμοποιήθηκε η ακόλουθη μέθοδος:



Σχεδιάστηκε στο πάτωμα της αίθουσας αυτό το σχέδιο. Εξηγήθηκε πως στροφή δεξιά σημαίνει όπως γυρίζουν οι δείκτες του ρολογιού, ενώ στροφή αριστερά είναι η αντίθετη στροφή. Με τη διάδοση των ψηφιακών ρολογιών, αυτή η εξήγηση για πολλά παιδιά δεν σήμαινε τίποτα. Χρειάστηκε να τους δείξω με το σώμα μου αυτές τις στροφές.

Εξηγήθηκε, επίσης, πως αν κάνουμε μια ολόκληρη στροφή θα έχουμε στρίψει 360 μοίρες, ενώ αν κάνουμε μισή στροφή θα έχουμε στρίψει 180 μοίρες και ούτω καθεξής.



Ένα-ένα παιδί πήγαινε και στεκόταν στο κέντρο του σχήματος (στο σημείο τομής των ευθειών), έτσι που να κοιτά προς την κατεύθυνση του βέλους. Στη συνέχεια, το παιδί έπρεπε να εκτελέσει (με το σώμα του) ορισμένες εντολές, π.χ. στρίψε δεξιά 90 μοίρες, στρίψε αριστερά 45 μοίρες, στρίψε δεξιά 225 μοίρες κλπ. Συνολικά χρησιμοποιήθηκαν όλοι οι συνδυασμοί με πολλαπλάσια των 45 μοιρών, μέχρι 360 μοίρες, καθώς και όλοι οι συνδυασμοί με πολλαπλάσια των 90 μοιρών μέχρι 720 μοίρες, δηλαδή δύο στροφές.

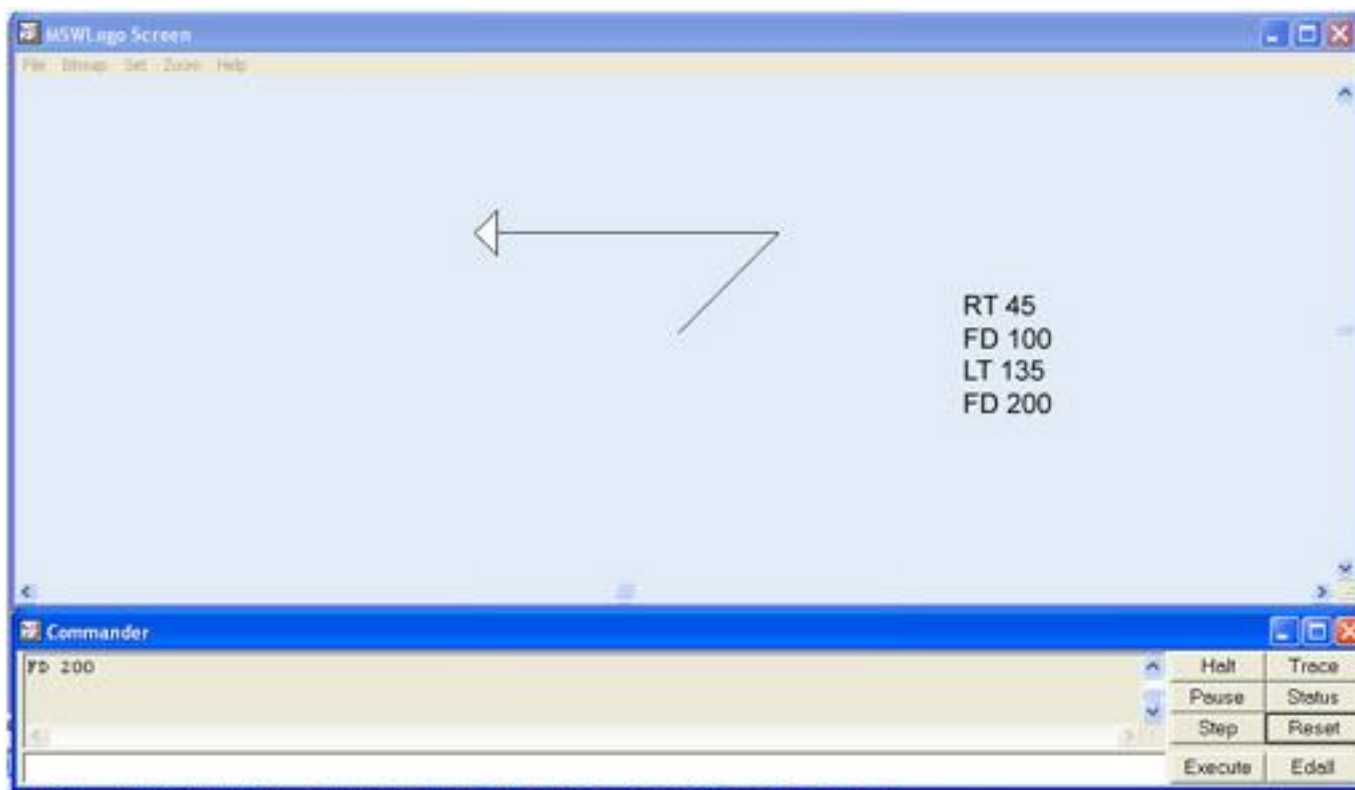
Στη διάρκεια αυτής της διαδικασίας υποδεικνύονταν στα παιδιά διάφοροι λογιστικοί τρόποι που διευκόλυναν τη σκέψη τους. Π.χ. ότι 225 μοίρες σημαίνει $180+45$, δηλαδή μισή

στροφή και 45 μοίρες. Επίσης υποδεικνύονταν οι σχέσεις ανάμεσα σε μια δεξιά και μια αριστερή στροφή. Π.χ. ότι στροφή δεξιά 270 μοιρών είναι το ίδιο με στροφή αριστερά 90 μοιρών, αφού $270+90=360$.

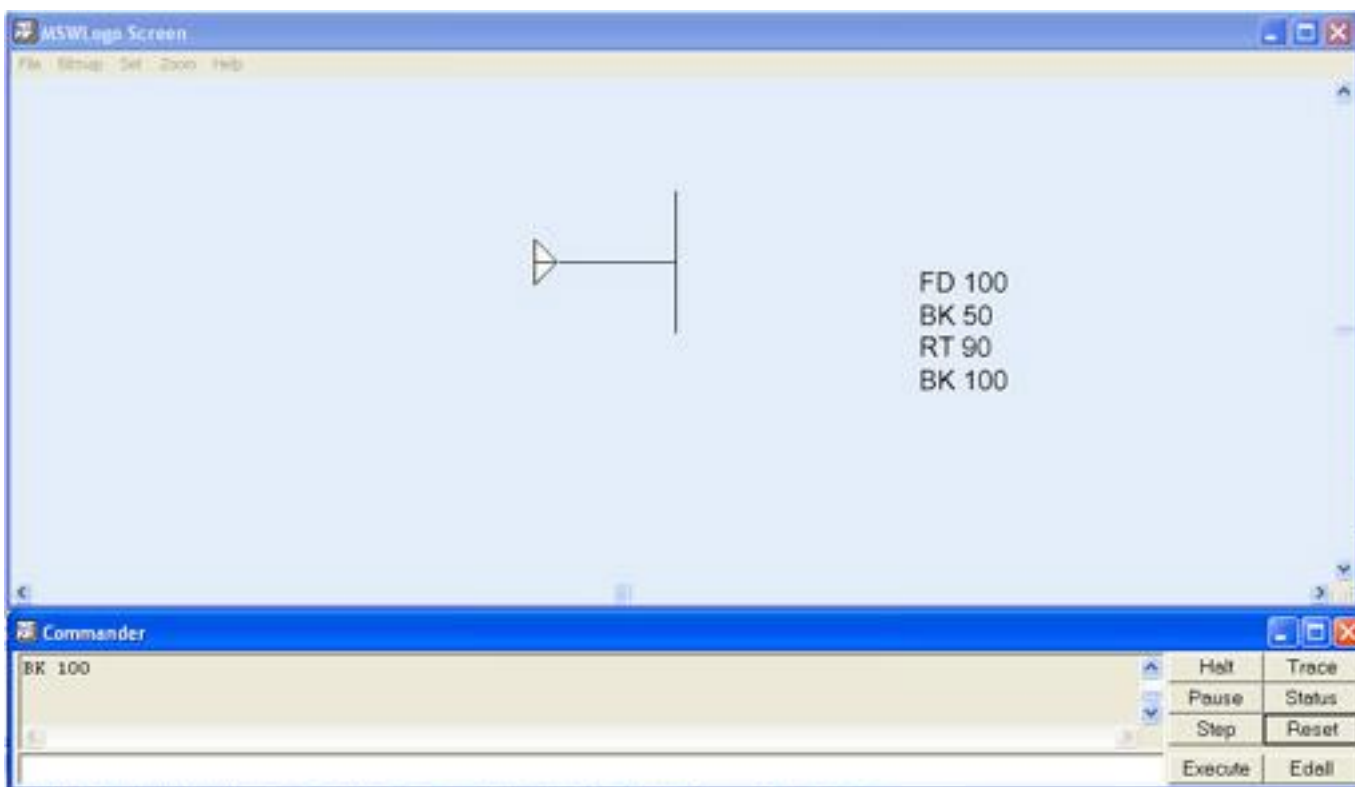
Σε κανένα τμήμα δεν χρειάστηκε περισσότερη από μια ώρα άσκηση για να μπορούν όλα τα παιδιά να εκτελούν εύκολα και γρήγορα οποιαδήποτε ανάλογη εντολή. Γελώντας και πανηγυρίζοντας για τα κατορθώματά τους.



Μετά από αυτή την άσκηση, τα παιδιά ξαναγύρισαν στους υπολογιστές, οπότε ολοκληρώθηκε η εισαγωγή στην κίνηση της χελώνας με την πληκτρολόγηση από τα παιδιά συγκεκριμένων εντολών που τους ζητήθηκαν. Πρώτα έγραψαν τις εντολές: Δεξιά 45 μοίρες, μπροστά 100, αριστερά (LEFT) 135 μοίρες και μπροστά 200. Στην οθόνη εγώ γράφω μετά τις εντολές που δίνουν με τη σειρά τα παιδιά για να φαίνονται καθαρά.

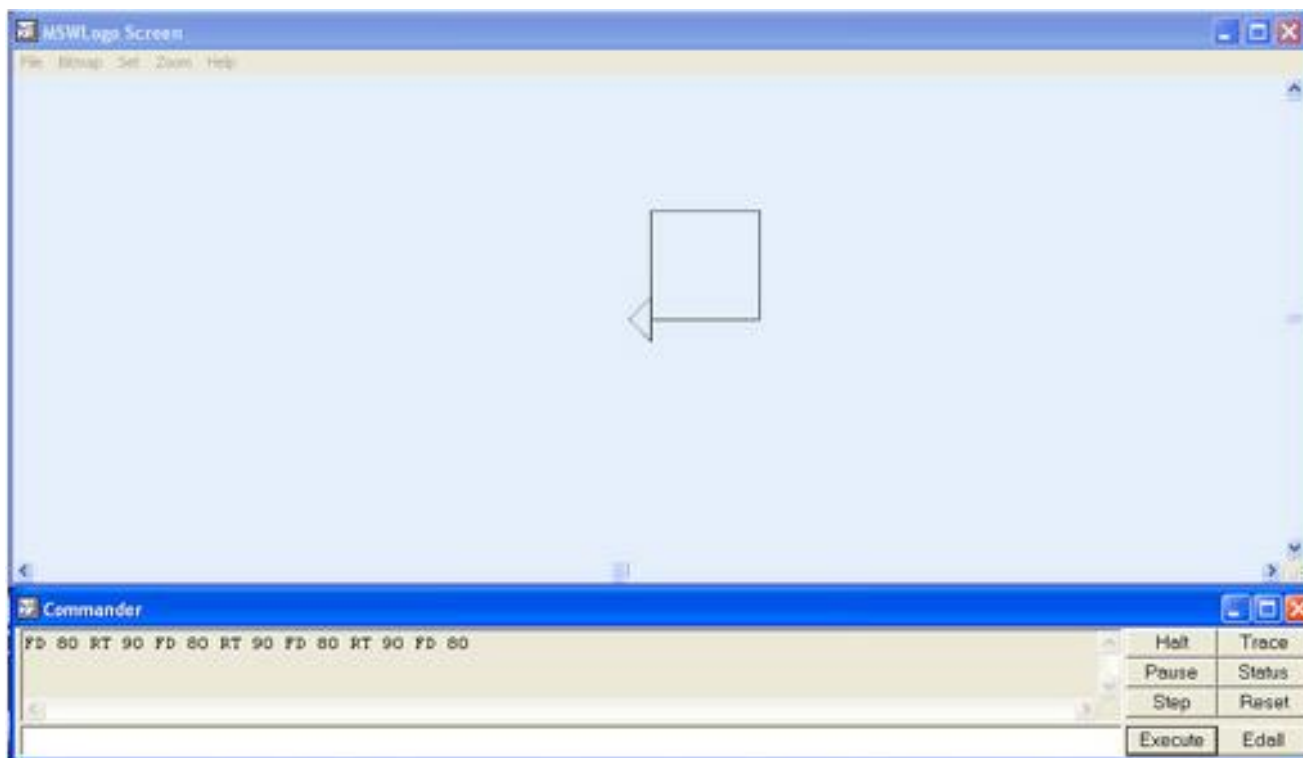


Και ύστερα: Μπροστά 100, πίσω 50, δεξιά 90 και πίσω 100.

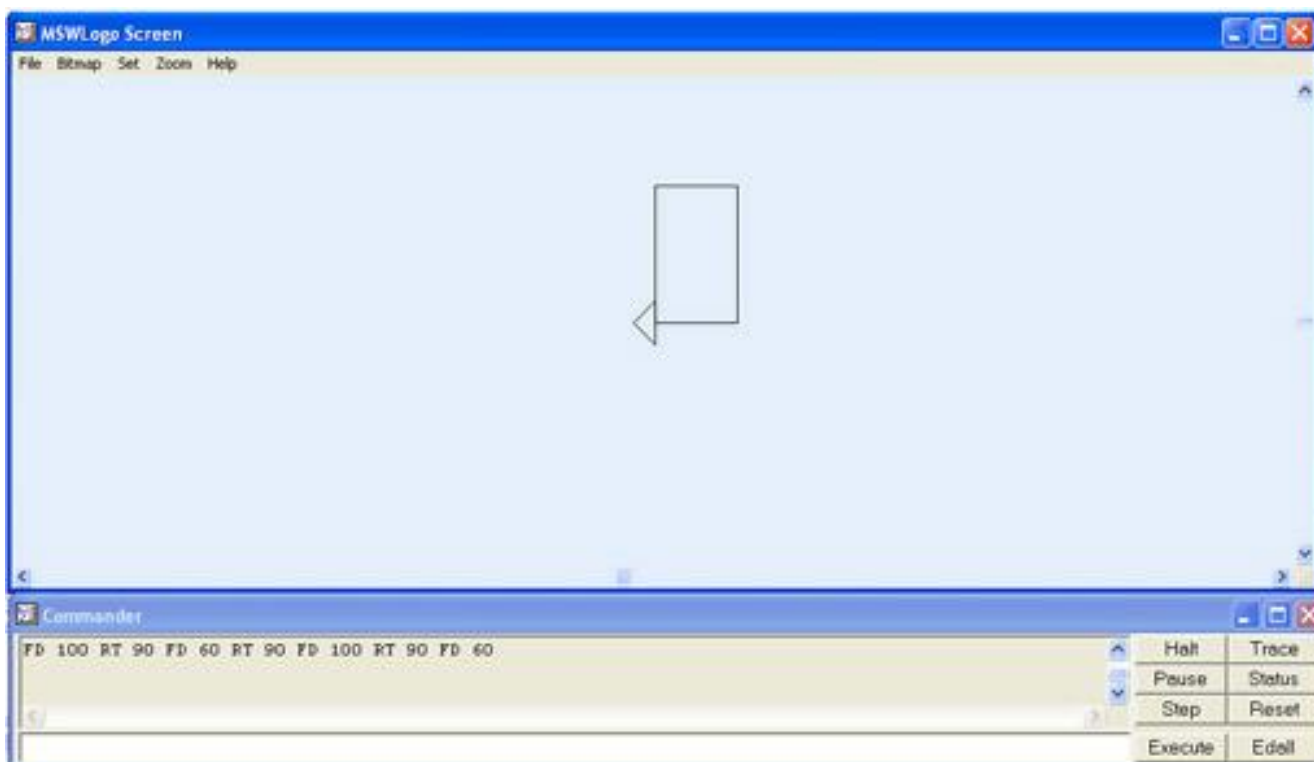


Στο σημείο αυτό (και μετά από μερικές δικές τους δοκιμές) φάνηκε να έχουν αποκτήσει τα παιδιά μια σχετική άνεση στη χρήση των τεσσάρων εντολών κίνησης και στροφής της χελώνας: μπροστά, πίσω, δεξιά και αριστερά.

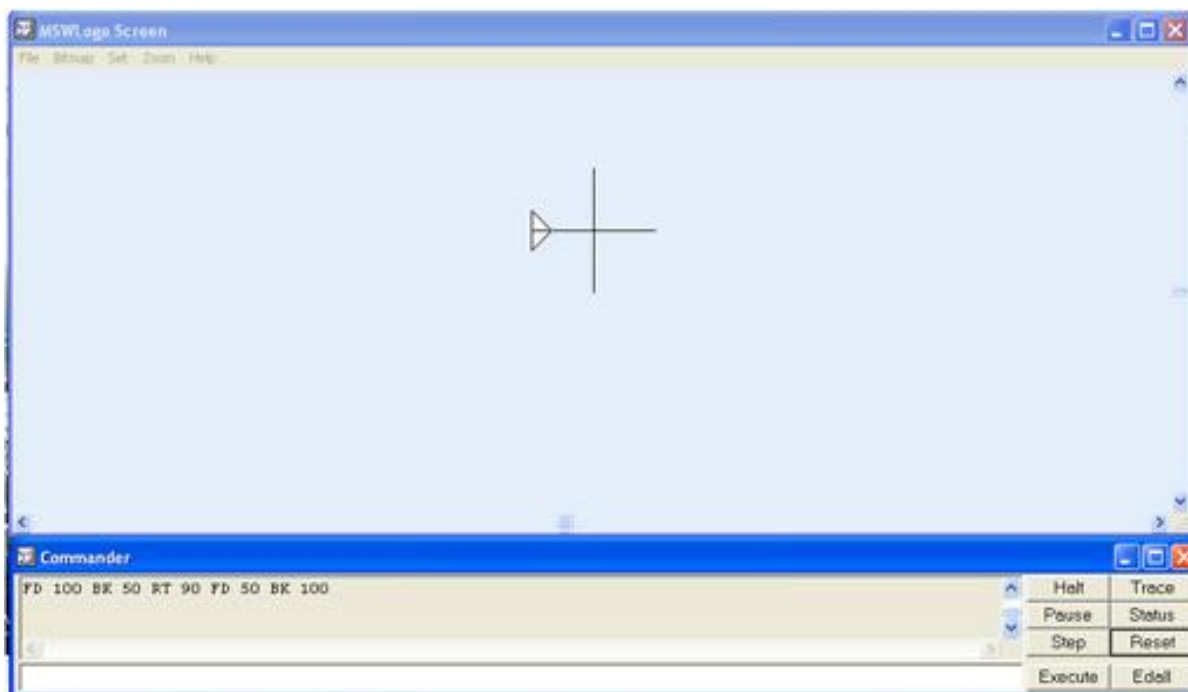
Τους ζητήθηκε, λοιπόν, να ζωγραφίσουν τα πρώτα απλά σχήματα: ένα τετράγωνο, ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και έναν σταυρό. Τα σχήματα αυτά σχεδιάστηκαν καθαρά στον πίνακα από μένα και τα παιδιά έπρεπε να διαλέξουν μόνα τους τις διαστάσεις. Το τετράγωνο σχεδιάστηκε από τα παιδιά χωρίς καμιά δυσκολία.



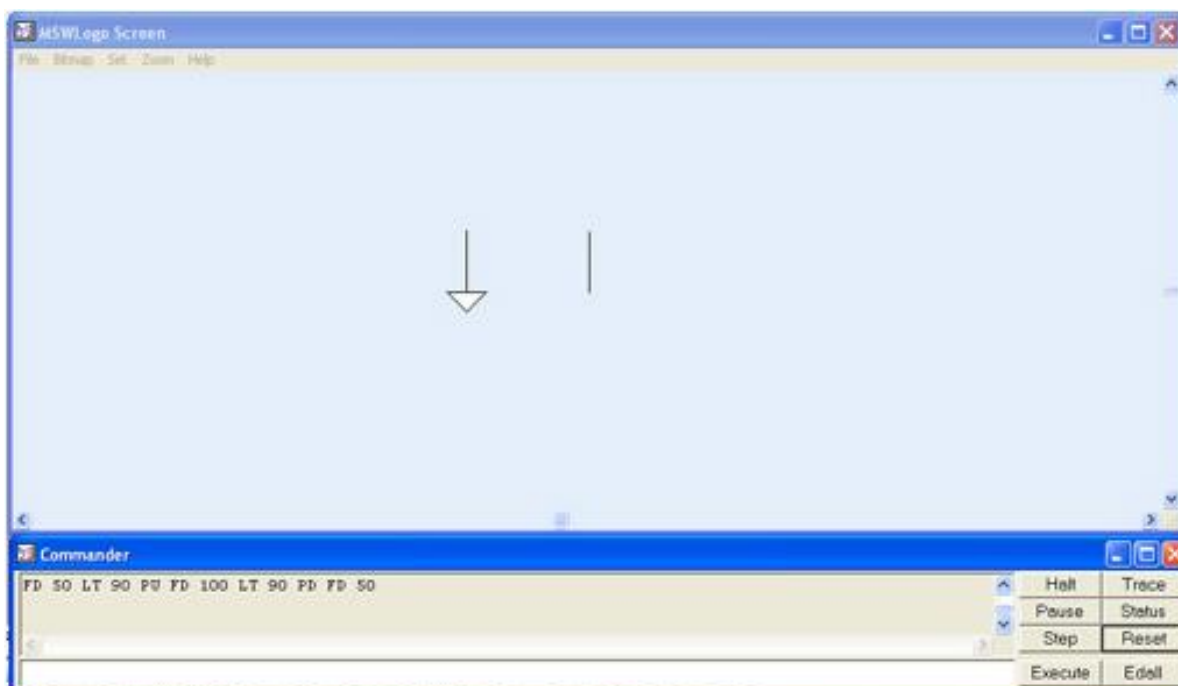
Το ίδιο και το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.



Αλλά ο σταυρός απαιτήσε κάποια μεγαλύτερη προσπάθεια. Λίγα μόνο παιδιά (20% περίπου) σκέφτηκαν τη χρήση της εντολής BACK που τους είχα ήδη πει. Τα περισσότερα, μετά την εντολή FORWARD (για την κατασκευή του κατακόρυφου ευθύγραμμου τμήματος του σταυρού) έστριβαν 180 μοίρες τη χελώνα και προχωρούσαν πάντα με την εντολή FORWARD. Ο τρόπος αυτός φαίνεται πως αντιστοιχεί και στην πραγματική κίνηση των παιδιών (που σπάνια προχωρούν προς τα πίσω).



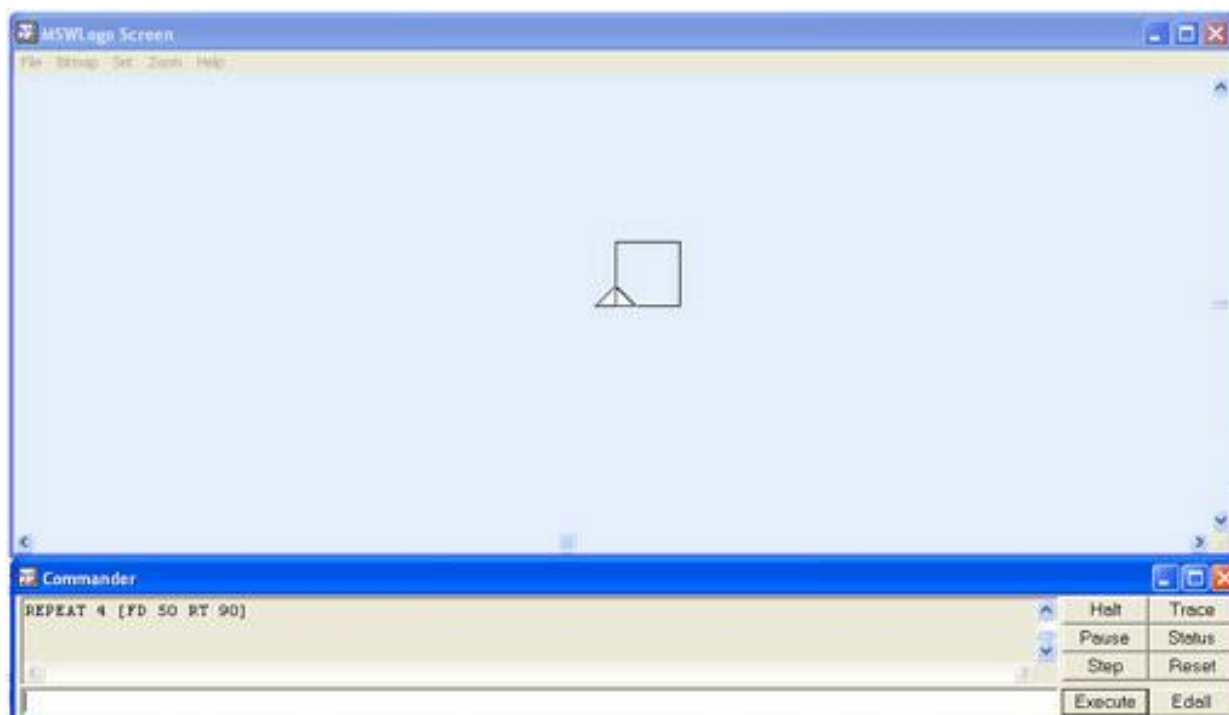
Πολλές φορές, μέχρι τη στιγμή αυτή, τα παιδιά ρωτούσαν πώς θα πάνε τη χελώνα σε κάποιο άλλο μέρος της οθόνης χωρίς να αφήσει πίσω της γραμμή. Παρουσιάστηκαν, λοιπόν, δύο νέες εντολές: PENUP (σήκωσε το μολύβι) και PENDOWN (κατέβασε το μολύβι). Μετά την εντολή PENUP η χελώνα εκτελεί τις εντολές που της δίνουμε χωρίς να αφήνει πίσω της γραμμή. Το αντίστροφο συμβαίνει μετά την εντολή PENDOWN.



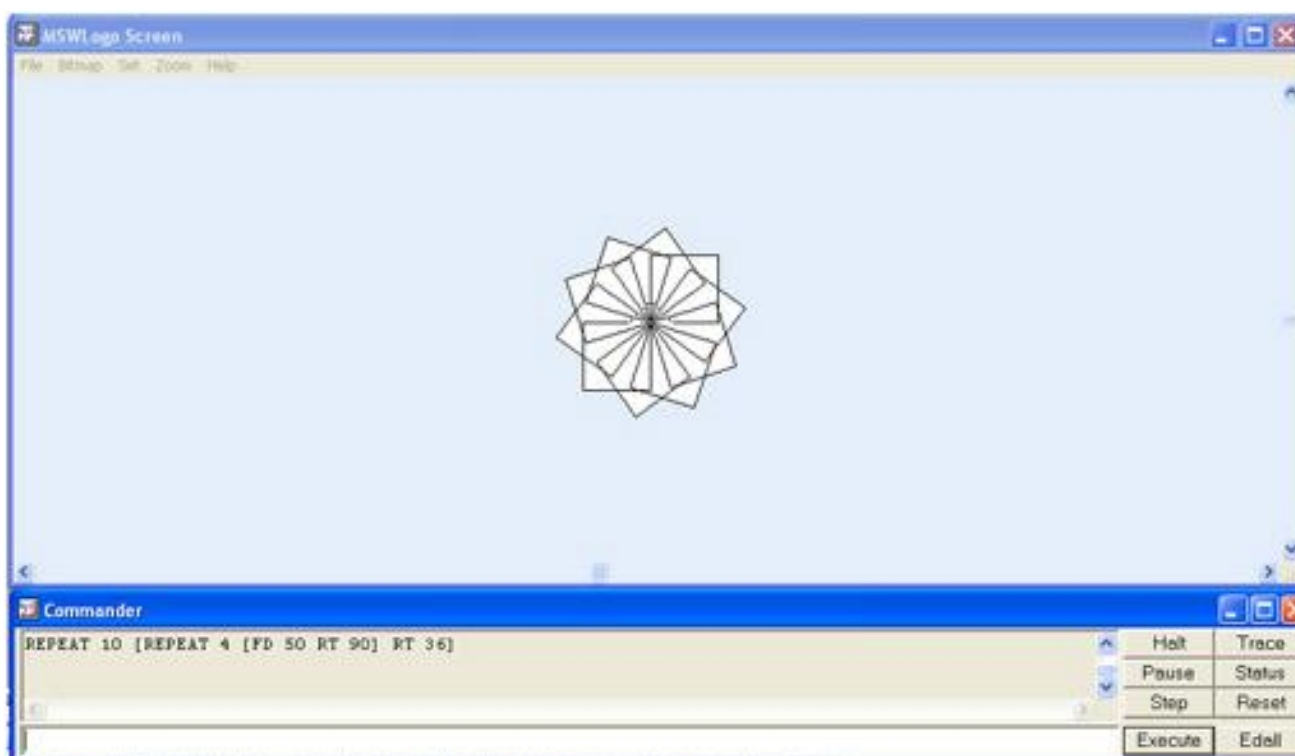
Επίσης, τα παιδιά, αφού τελείωναν ένα σχήμα, ήθελαν να εξαφανίσουν από την οθόνη τη χελώνα (γιατί «το σχήμα δεν είναι ωραίο», «το χαλάει η χελώνα»). Παρουσιάστηκαν, λοιπόν, δύο νέες εντολές: HIDE TURTLE (κρύψε τη χελώνα) και SHOW TURTLE (φανέρωσε τη χελώνα). Μετά την κατασκευή του προηγούμενου σχήματος, τα παιδιά «έκρυψαν» έτσι τη χελώνα.



Η πιο εντυπωσιακή εντολή είναι η εντολή REPEAT (να επαναλάβεις). Η σύνταξη αυτής της εντολής είναι: Να επαναλάβεις – τόσες φορές – ό,τι ακολουθεί μέσα στις αγκύλες. Ζητήθηκε, λοιπόν από τα παιδιά να πληκτρολογήσουν την εντολή: REPEAT 4 [FD 50 RT 90]. Κι έτσι σχεδίασαν ένα τετράγωνο με μία εντολή.



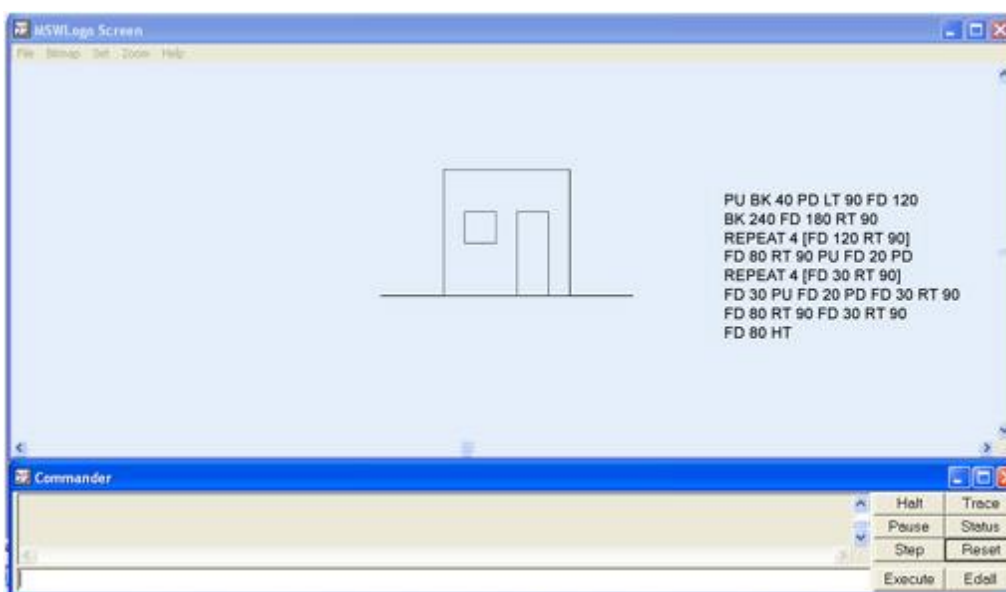
Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εντολή REPEAT και σε πιο σύνθετες μορφές. Να ένα παράδειγμα. Δηλαδή να επαναληφθεί 10 φορές η σχεδίαση ενός τετραγώνου, στρίβοντας κάθε φορά (πριν αρχίσει η σχεδίαση του επόμενου τετραγώνου) 36 μοίρες δεξιά. Τα παιδιά ενθουσιάστηκαν από τα εντυπωσιακά αποτελέσματα αυτής της σύνθετης εντολής. Αλλά μόνο πολύ-πολύ αργότερα (μετά από ένα χρόνο περίπου) κατάφεραν να χρησιμοποιήσουν ανάλογες εντολές σε δικά τους σχέδια. Αντίθετα, αμέσως υιοθέτησαν την κατασκευή του τετραγώνου με την εντολή REPEAT και τη χρησιμοποιούσαν σχεδόν παντού όπου συναντούσαν την ανάγκη κατασκευής κάποιου τετράγωνου.



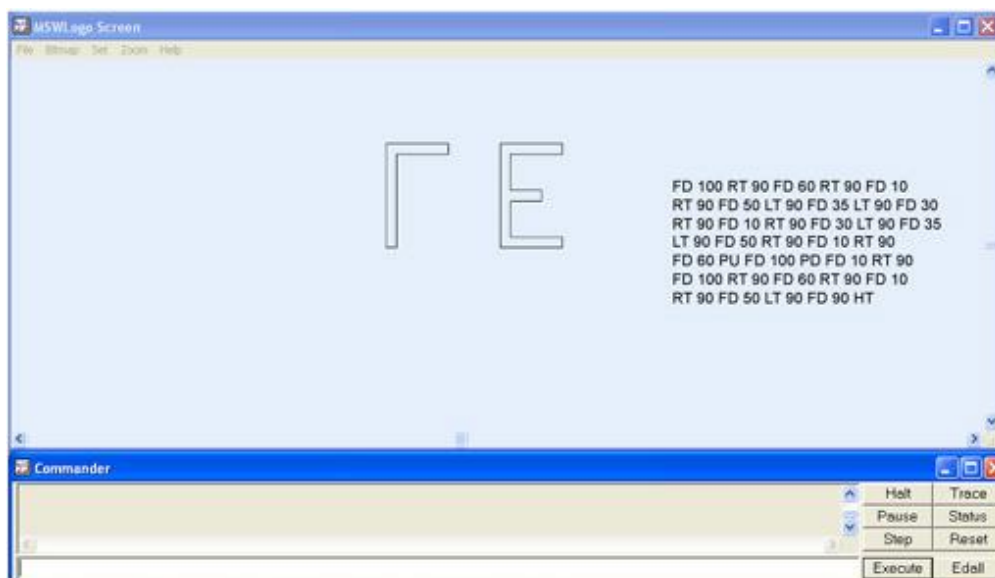
Οι συντομογραφίες των βασικών εντολών. Υπάρχει ένας απλός μνημονικός κανόνας: Αν μια εντολή αποτελείται από μία λέξη (π.χ. RIGHT) η συντομογραφία της είναι το πρώτο και τελευταίο γράμμα της λέξης. Αν μια εντολή αποτελείται από δύο λέξεις (π.χ. PENUP) η συντομογραφία της είναι το πρώτο γράμμα της πρώτης λέξης και το πρώτο γράμμα της δεύτερης λέξης. Η εντολή REPEAT δεν έχει συντομογραφία.

ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ			
FORWARD	FD	PENUP	PU
BACK	BK	PENDOWN	PD
RIGHT	RT	HIDETURTLE	HT
LEFT	LT	SHOWTURTLE	ST
REPEAT			

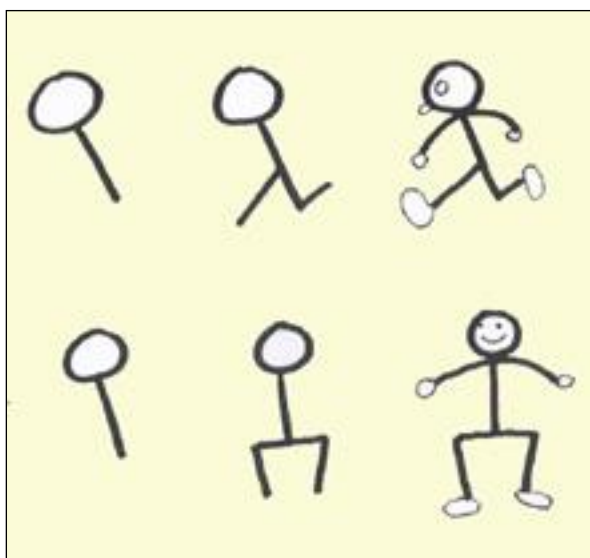
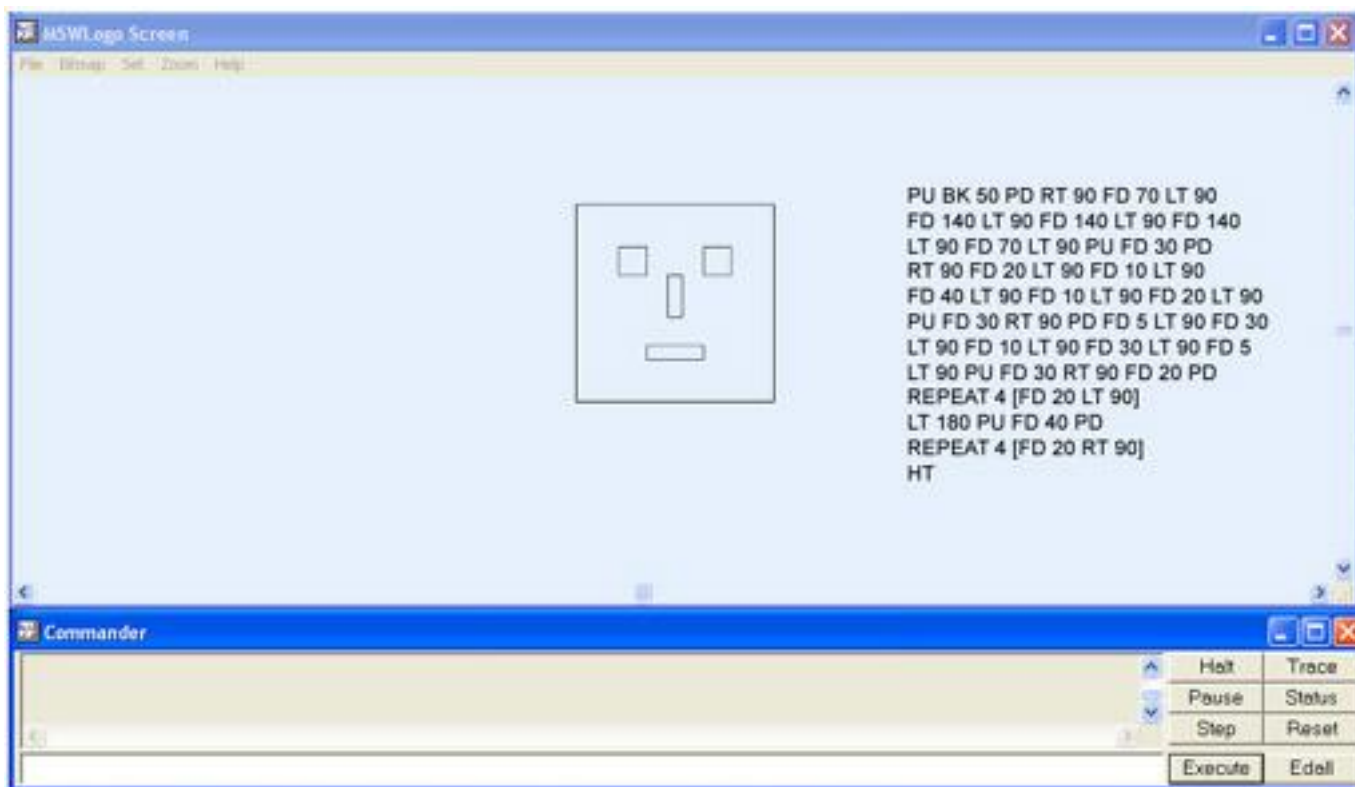
Στη συνέχεια, τα παιδιά αφέθηκαν ελεύθερα να δημιουργήσουν σχέδια που τα ίδια ήθελαν. Μέσα από αυτή την ελεύθερη δραστηριότητα (που αξιοποιήθηκε από τα παιδιά με μεγάλο ενθουσιασμό) αφομοιώθηκαν οι έννοιες που είχαν παρουσιαστεί μέχρι εκείνη τη στιγμή. Τα παιδιά έβαζαν τον εαυτό τους στη θέση της χελώνας και, προχωρώντας, ζωγράφιζαν σπίτια, πρόσωπα, δέντρα κλπ. Οι συζητήσεις μέσα στις ομάδες των παιδιών επεκτάθηκαν και σε θέματα αισθητικής, όπου παρουσιάστηκαν και οι δυσκολότερες συλλογικές αποφάσεις. Στο δεξί μέρος της οθόνης έχουν γραφεί όλες οι εντολές των παιδιών για τη δημιουργία του κάθε σχεδίου.



Στην προσπάθειά τους να παρακολουθήσουν την κίνηση της χελώνας ή να προβλέψουν την κατεύθυνση της στροφής της, τα παιδιά κουνούσαν τα κεφάλια τους ή τα χέρια τους. Μερικές φορές σηκώνονταν όρθια για να παραστήσουν με το σώμα τους την κίνηση της χελώνας. Αυτές οι κινήσεις των παιδιών γίνονταν με τόσο αυθόρμητο τρόπο και με τέτοια αυτοσυγκέντρωση, ώστε όταν κάποιες στιγμές συνειδητοποιούσαν τις γκριμάτσες που έκαναν, σταματούσαν με τον φόβο μήπως γελάσουν κάποια άλλα παιδιά μαζί τους. Ποτέ, όμως, δεν έγινε κάτι τέτοιο.



Αντίθετα, όλη η εργασία συντελείτο μέσα σε ένα κλίμα μεγάλης διανοητικής έντασης. Το επιτυχημένο τελικό αποτέλεσμα μιας ομάδας γινόταν δεκτό από τα μέλη της με μεγάλο ενθουσιασμό, τόσο μεγαλύτερο όσο περισσότερο είχαν δυσκολευτεί. Υπήρξαν πολλές περιπτώσεις ομάδων παιδιών (περίπου 30%) που μόλις τέλειωναν το σχέδιο, το οποίο ήθελαν να κάνουν, τινάζονταν όλα μαζί, σαν ελατήρια, από τα καθίσματά τους και άρχιζαν να χοροπηδούν και να χτυπούν με ενθουσιασμό τα χέρια τους.

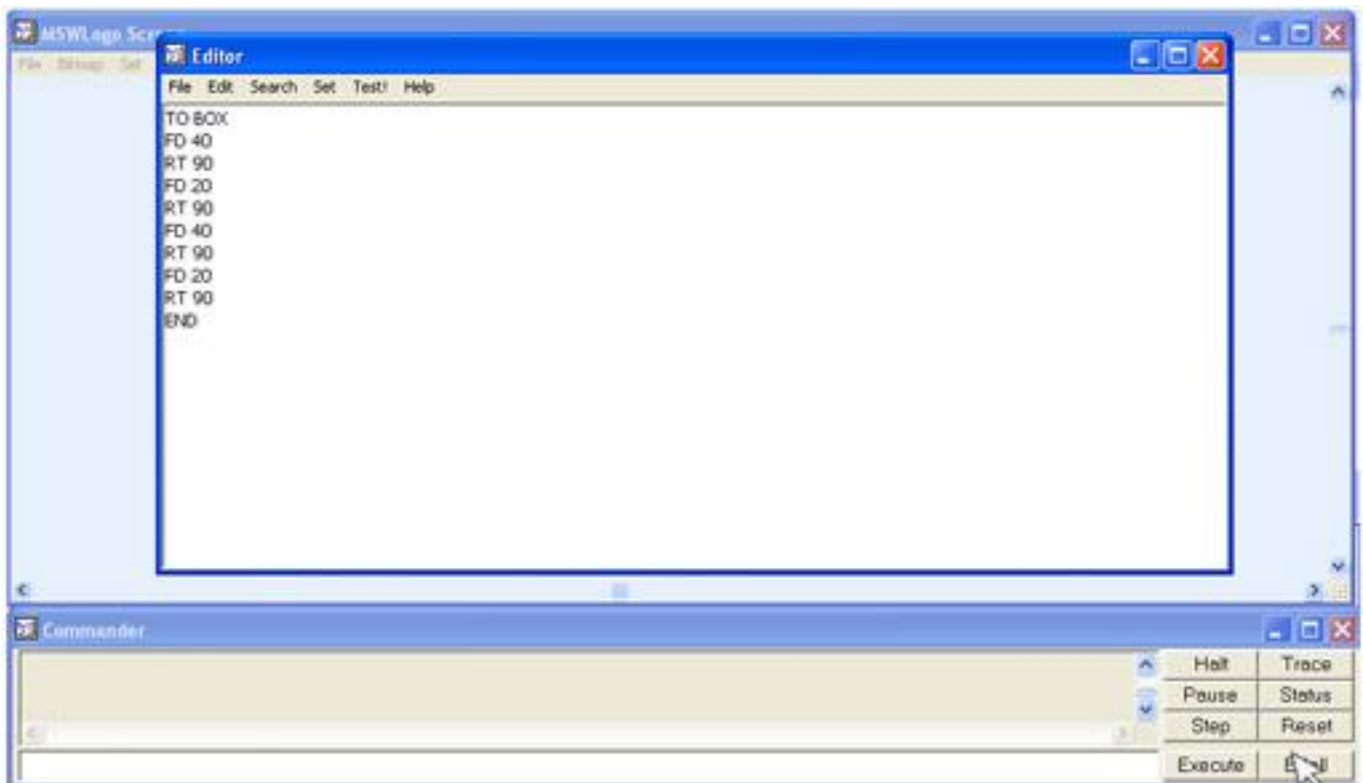


Τα παιδιά ενθαρρύνονταν να χρησιμοποιούν δικές τους σημειώσεις: είτε να σχεδιάζουν πρώτα στο χαρτί το σχέδιο που ήθελαν να ζωγραφίσουν στην οθόνη, είτε να σημειώνουν τις εντολές στο χαρτί πριν τις πληκτρολογήσουν.

ΑΜΕΣΕΣ ΕΝΤΟΛΕΣ	ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ (ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ)
FD 40	TO BOX
RT 90	FD 40
FD 20	RT 90
RT 90	FD 20
FD 40	RT 90
RT 90	FD 40
FD 20	RT 90
RT 90	FD 20
	RT 90
	END

Οι εντολές που παρουσιάστηκαν μέχρι τώρα ήταν άμεσες εντολές. Μόλις τα παιδιά έγραφαν καθεμιά από αυτές, αμέσως ο υπολογιστής την εκτελούσε (και μετά την ξεχνούσε). Στο πρώτο στάδιο αυτό ήταν αναγκαίο για να ελέγχουν το αποτέλεσμα της κάθε εντολής. Αφού, όμως, τα παιδιά απέκτησαν αρκετή άνεση και αυτοπεποίθηση προχωρήσαμε στο επόμενο στάδιο, στην κατασκευή προγραμμάτων (ή αλλιώς «διαδικασιών»). Πρόγραμμα είναι μια σειρά εντολών που ο υπολογιστής δεν τις εκτελεί αμέσως μία-μία, αλλά τις φυλάει στη μνήμη του και τις εκτελεί όλες μαζί όταν του το ζητήσουμε.

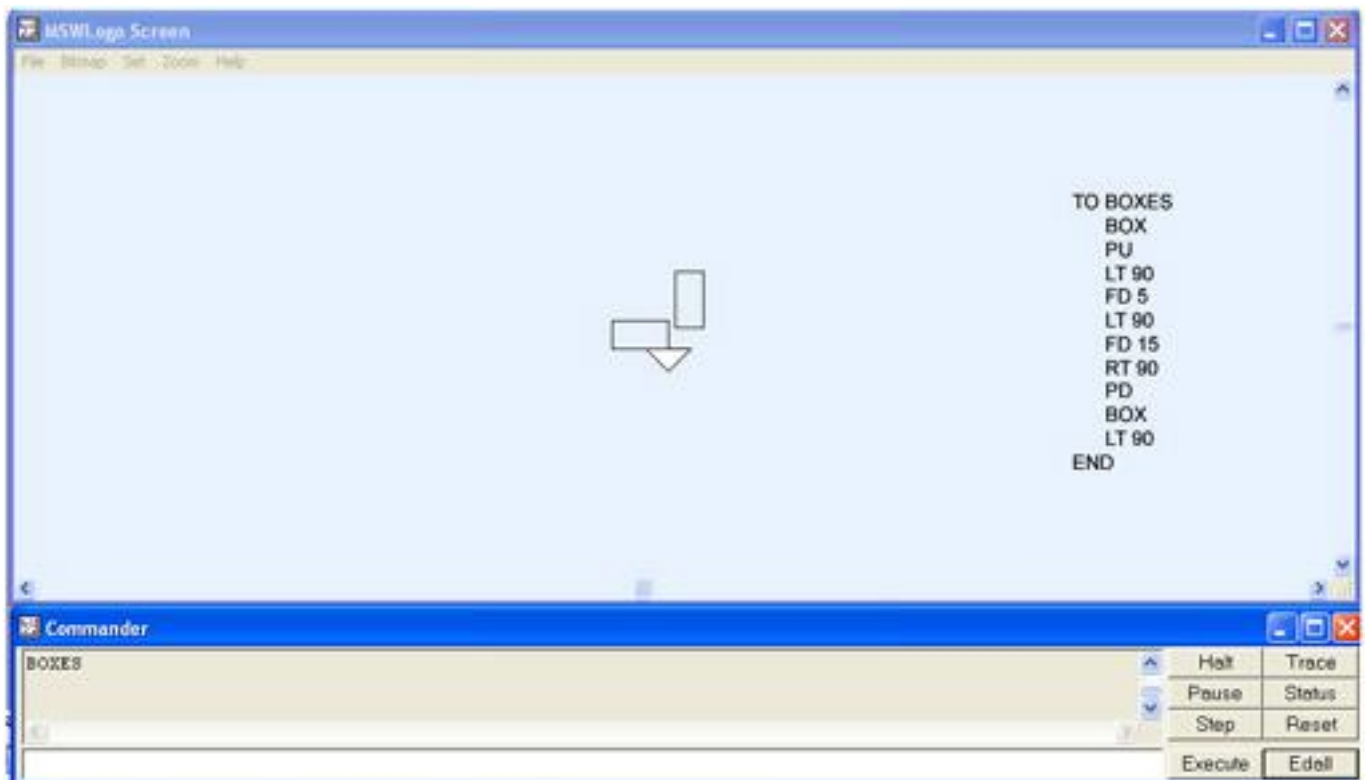
Για να καταλάβει ο υπολογιστής ότι θέλουμε να γράψουμε ένα πρόγραμμα στη γλώσσα LOGO πρέπει να δώσουμε την εντολή TO η οποία να συνοδεύεται από μια οποιαδήποτε λέξη θέλουμε, αρκεί να μην είναι μια λέξη-εντολή της LOGO. Το πρόγραμμα ολοκληρώνεται με την εντολή END.



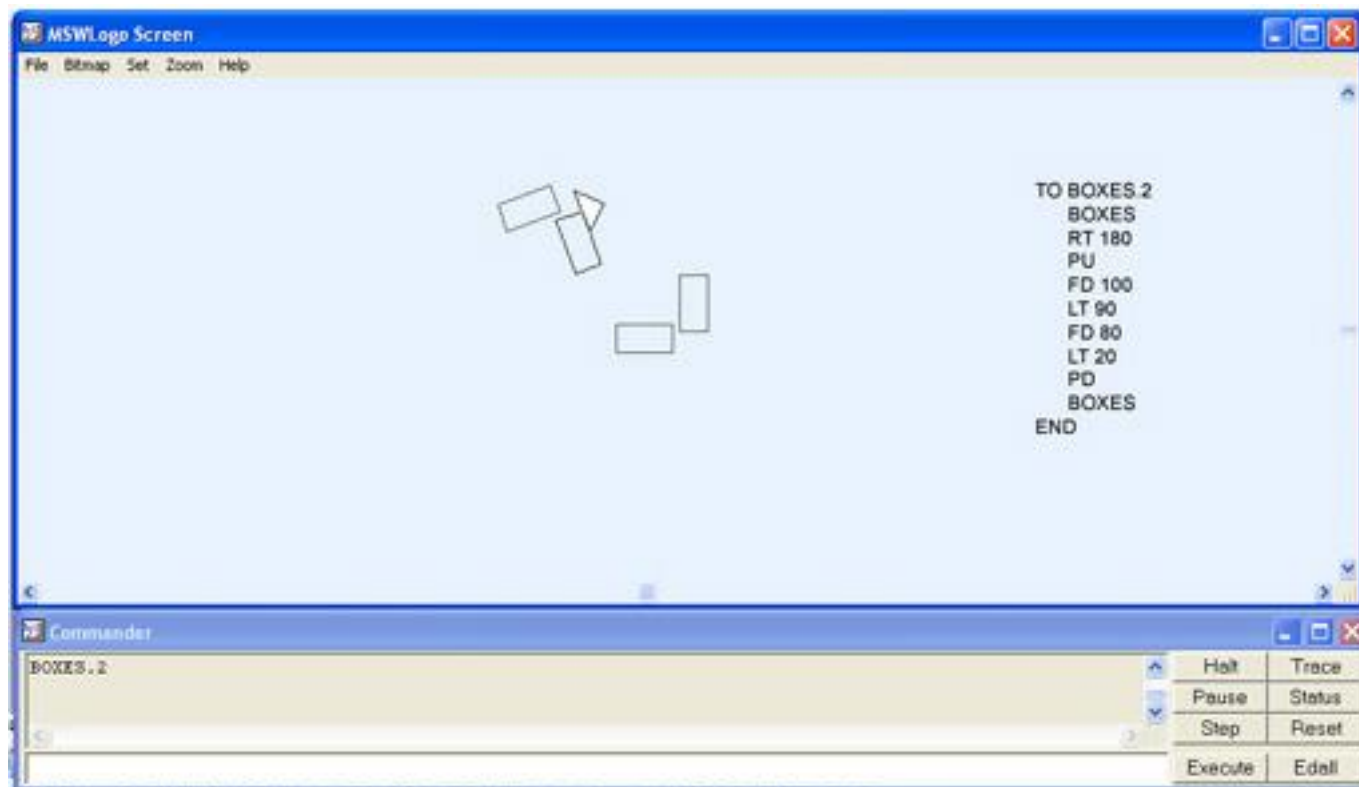
Από κει και ύστερα η λέξη BOX (ο τίτλος που διαλέξαμε για το πρόγραμμά μας) έχει γίνει για τον υπολογιστή μια νέα εντολή. Κάθε φορά που θα τη γράφουμε θα σχεδιάζει το ορθογώνιο που δημιουργείται από τις εντολές μας.



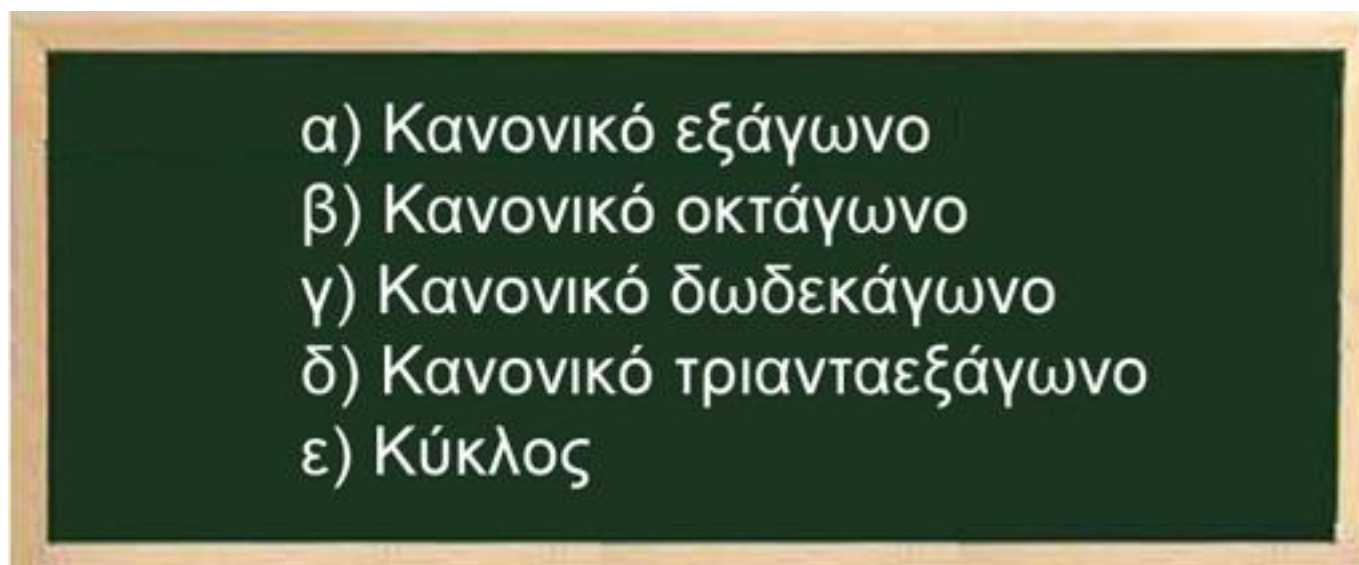
Μπορούμε, λοιπόν, να χρησιμοποιήσουμε τη νέα εντολή σε ένα πιο πολύπλοκο πρόγραμμα, π.χ. TO BOXES



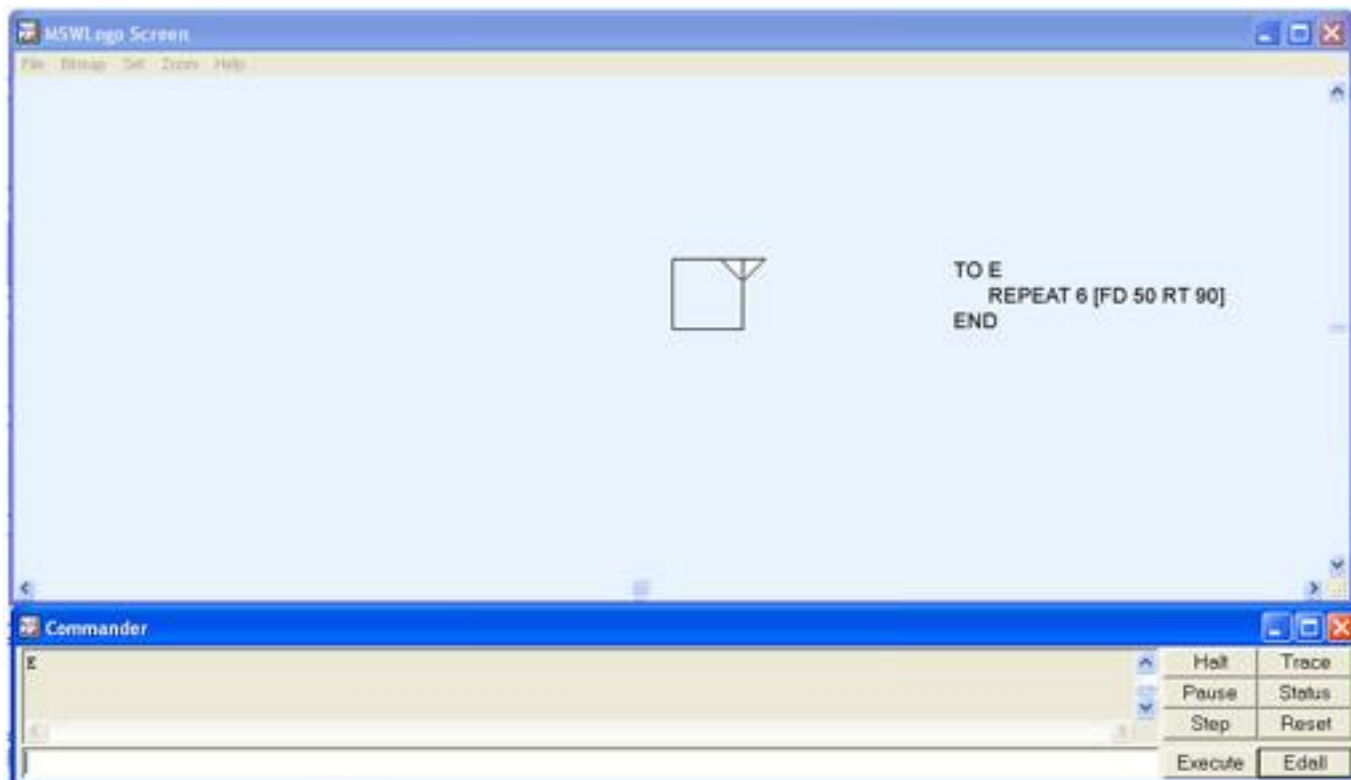
Και μ' αυτή τη νέα εντολή μπορούμε να φτιάξουμε ένα ακόμα πιο πολύπλοκο πρόγραμμα, π.χ. TO BOXES.2 και ούτω καθ' εξής.



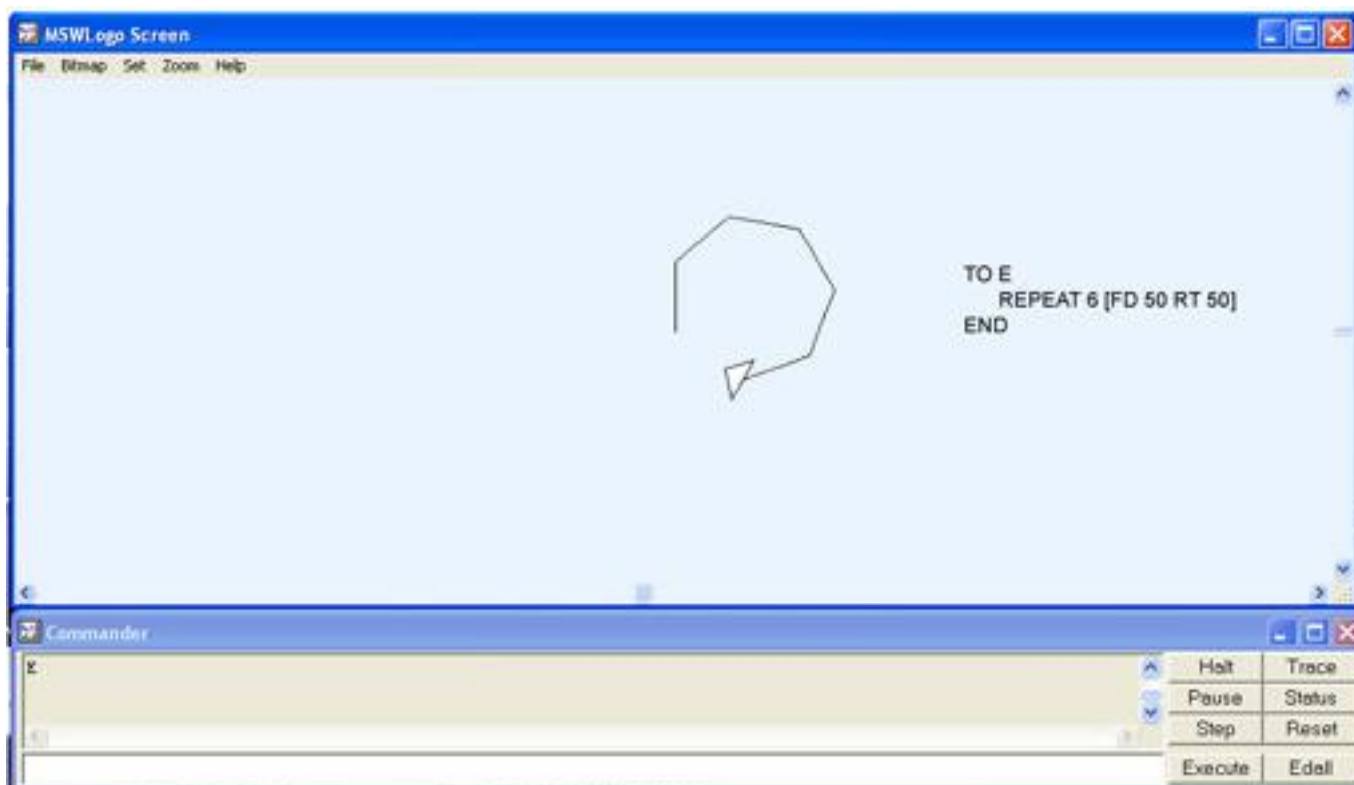
Αφού τα παιδιά πληκτρολόγησαν μερικά προγράμματα σαν τα προηγούμενα και εξοικειώθηκαν με την τεχνική τους, τους ζητήθηκε να φτιάξουν δικά τους προγράμματα που το καθένα να σχεδιάζει ένα από αυτά τα σχήματα (με τη σειρά που δόθηκαν). Εξηγήθηκε στα παιδιά πως κανονικό λέγεται ένα σχήμα που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες. Και ρωτήθηκαν αν ξέρουν κάποιο κανονικό σχήμα. Αμέσως όλα τα παιδιά απάντησαν «το τετράγωνο». Κανένα, όμως, παιδί δεν σκέφτηκε το ισόπλευρο τρίγωνο (μολονότι υποτίθεται πως το είχαν «διδασχτεί» στα Μαθηματικά).



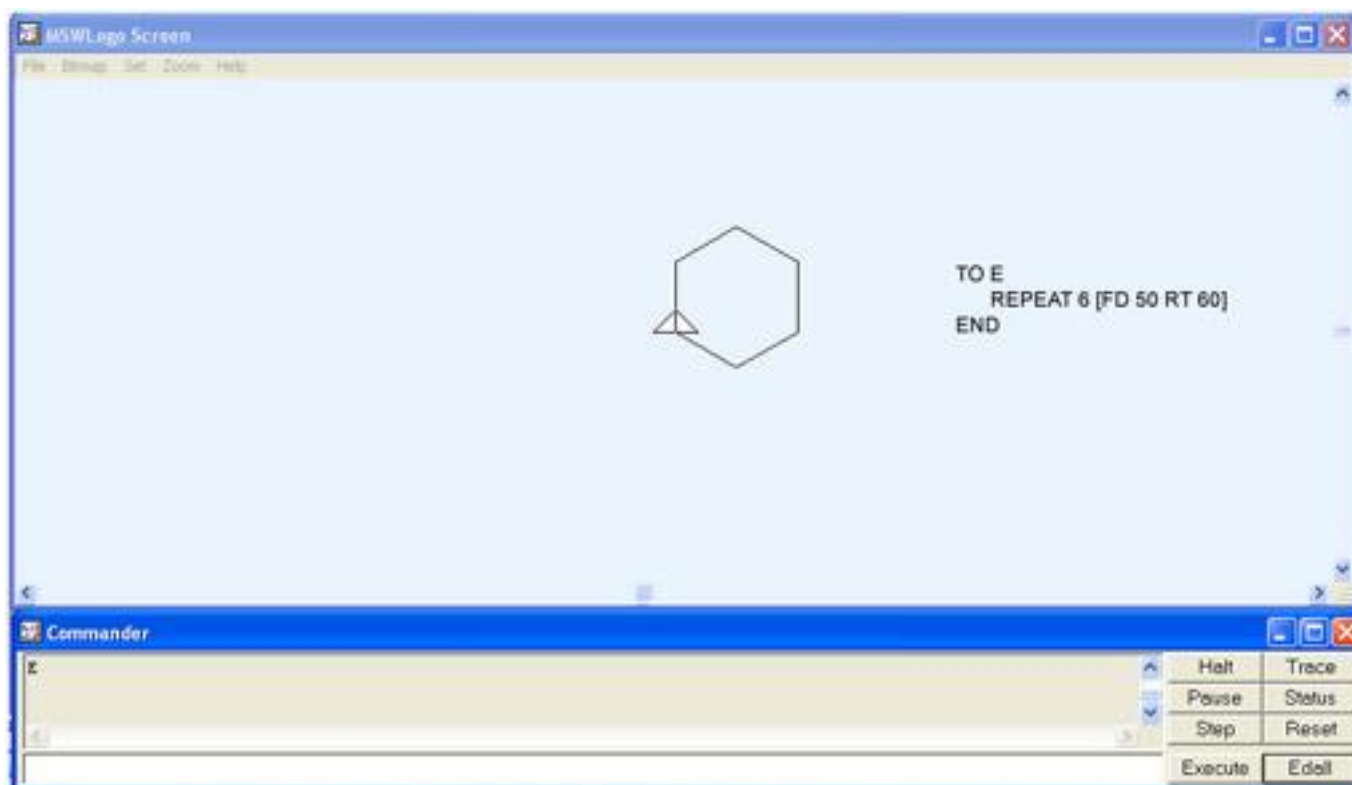
Η πρώτη προσπάθεια για την κατασκευή ενός εξάγωνου από τις περισσότερες ομάδες (80% περίπου) κατέληξε στην κατασκευή ενός τετράγωνου. Δηλαδή, επαναλαμβάνεται 6 φορές η πλευρά, αλλά, αφού η στροφή της χελώνας είναι 90 μοίρες κάθε φορά, είναι επόμενο να σχεδιάζεται ένα τετράγωνο (με επανάληψη δύο πλευρών του).



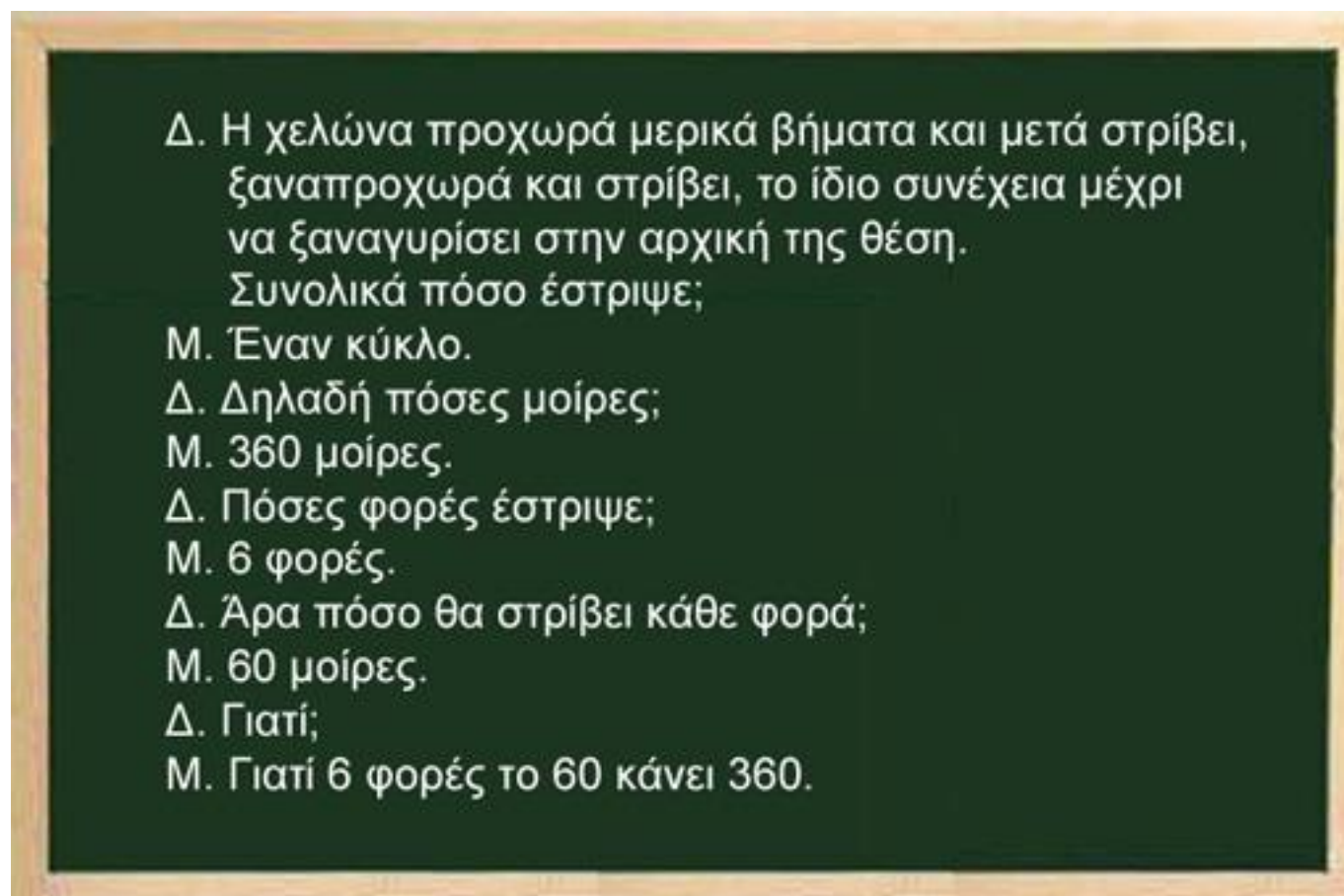
Στη συνέχεια, τα παιδιά δοκίμασαν διάφορες γωνίες, συνήθως με «στρογγυλούς» αριθμούς, όπως για παράδειγμα αυτή η προσπάθεια.



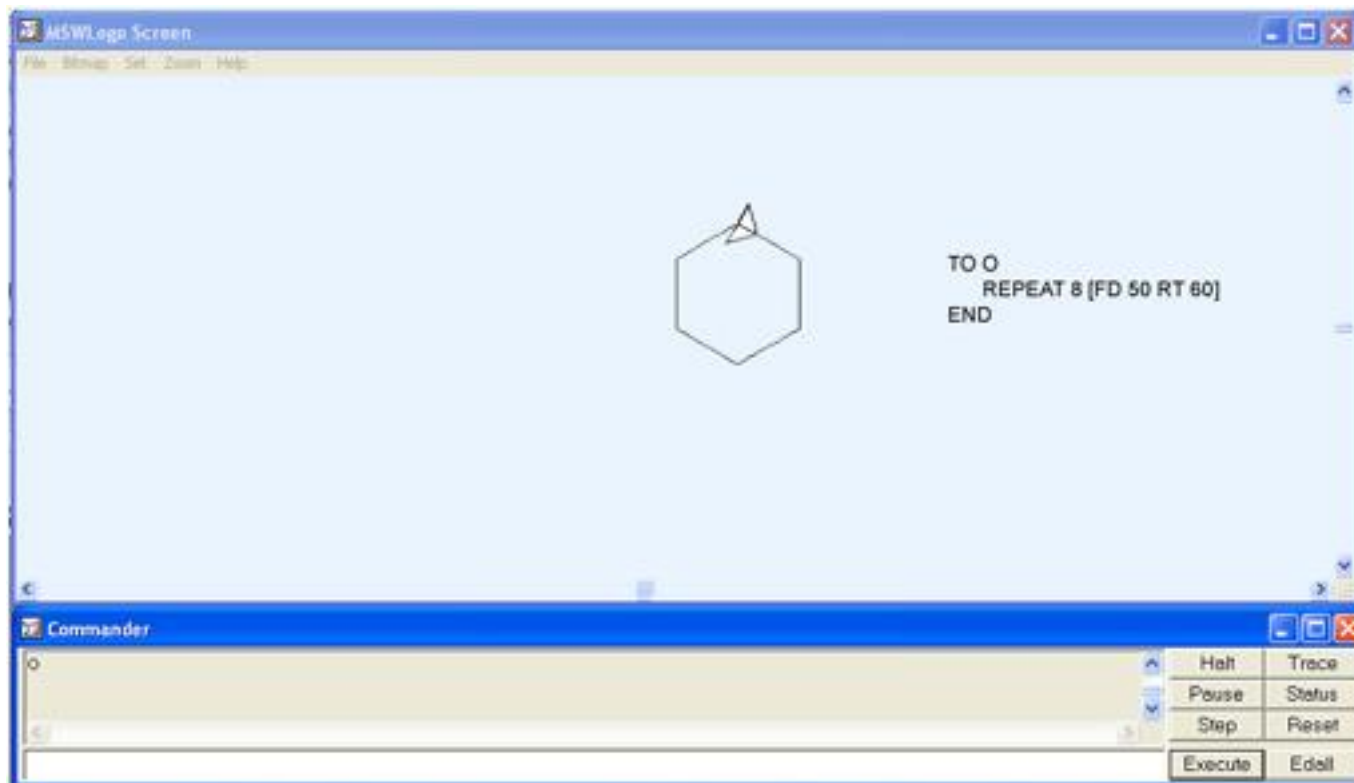
Μόνο από σύμπτωση λίγες ομάδες (μέσα σε 15 λεπτά) έφτασαν στη λύση.



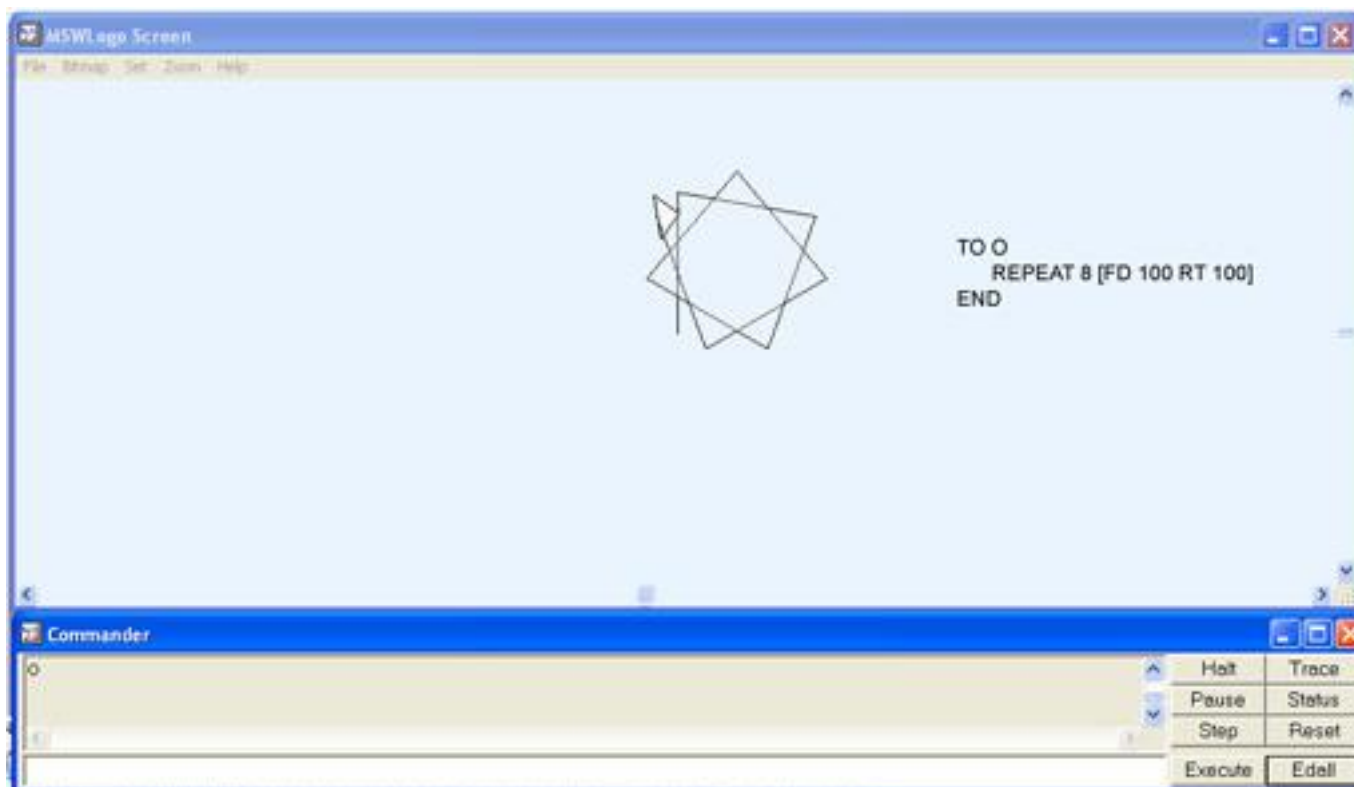
Τότε παρουσιάστηκε στα παιδιά το θεώρημα του Συνολικού ταξιδιού της χελώνας με τον ακόλουθο τρόπο. Η συζήτηση αυτή έγινε (σε όλα τα τμήματα) εντελώς αβίαστα. Η εντύπωση ήταν πως τα παιδιά κατάλαβαν τον συλλογισμό.



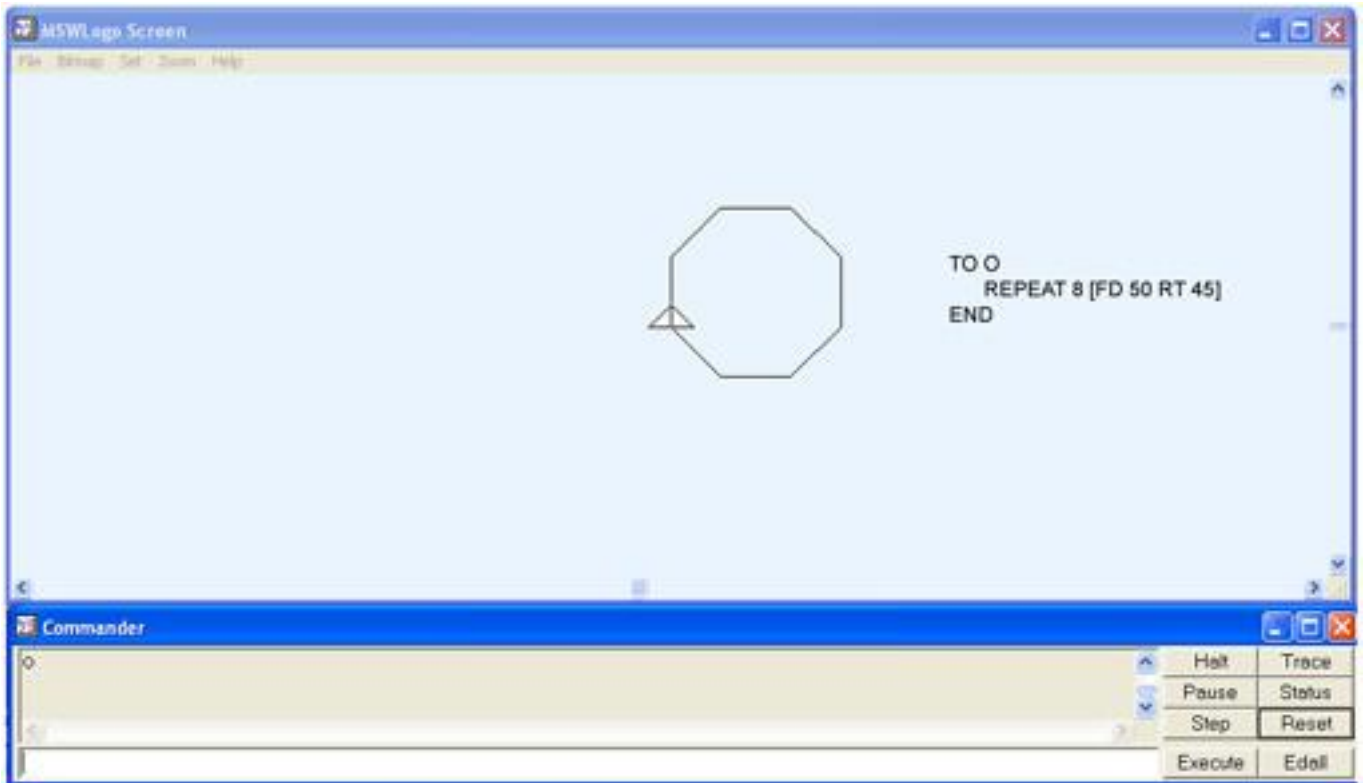
Το επόμενο βήμα, όμως, για την κατασκευή ενός κανονικού οκτάγωνου, έδειξε πως δεν τον είχαν καταλάβει. Η πρώτη προσπάθεια σχεδόν όλων των ομάδων κατέληξε σ' αυτό το αποτέλεσμα. Δηλαδή, τα παιδιά άλλαξαν τον αριθμό των επαναλήψεων, αλλά όχι και τη γωνία.



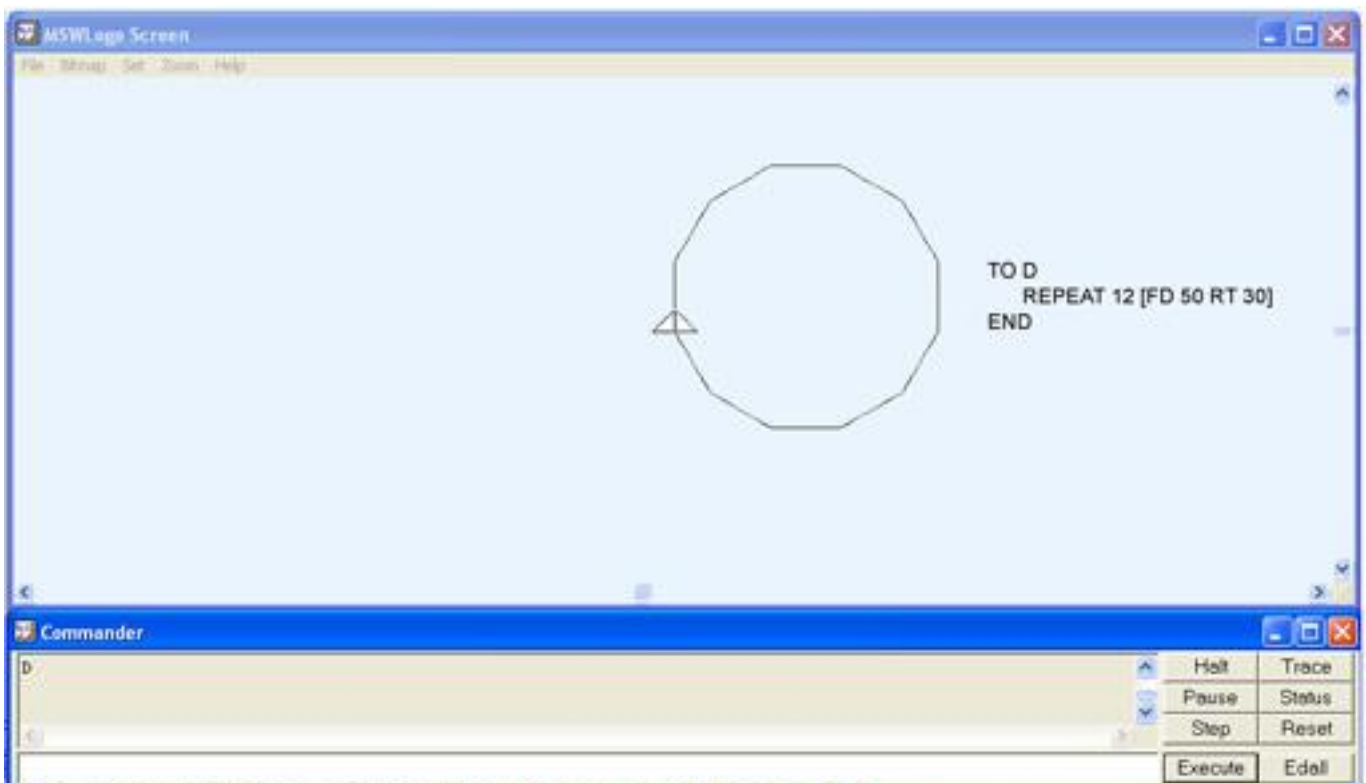
Άρχισε πάλι ένας κύκλος προσπαθειών με διάφορες γωνίες, όπως για παράδειγμα αυτή η προσπάθεια. Αυτή τη φορά καμιά ομάδα δεν τα κατάφερε συμπτωματικά. (Ο αριθμός 45 δεν είναι «στρογγυλός»).



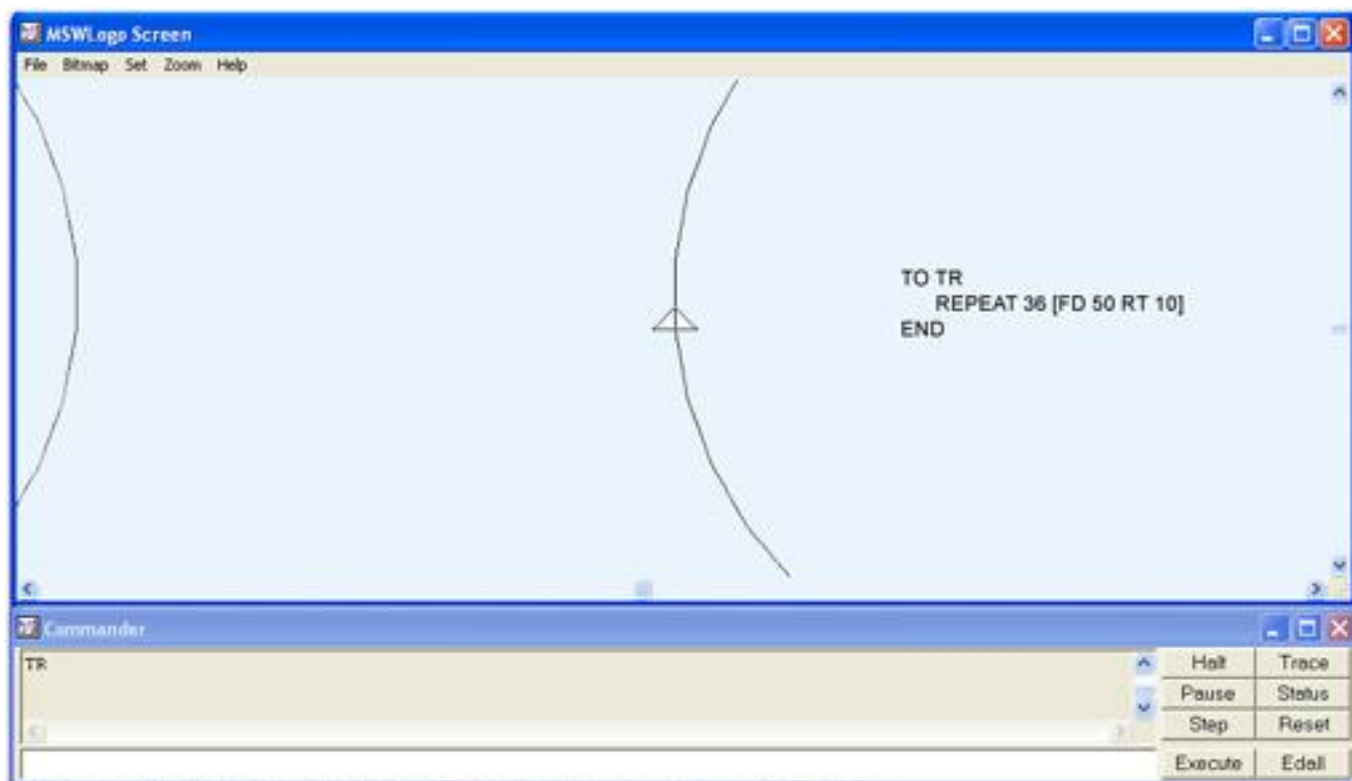
Μετά από 15 λεπτά άκαρπων προσπαθειών παρουσιάστηκε ξανά στα παιδιά το θεώρημα του Συνολικού ταξιδιού της Χελώνας (όπως προηγουμένως). Έτσι τα παιδιά σχεδίασαν το κανονικό οκτάγωνο.



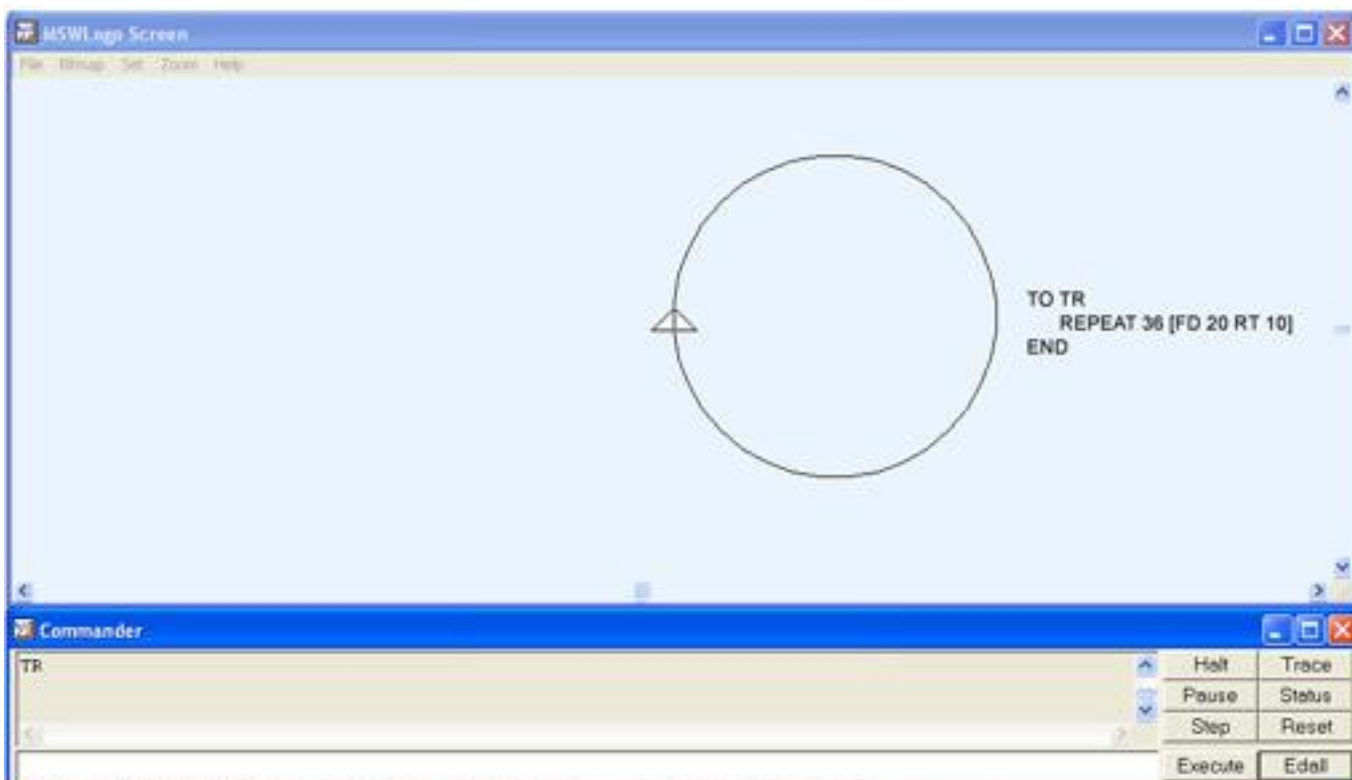
Αλλά το επόμενο βήμα για την κατασκευή ενός κανονικού δωδεκάγωνου είχε άμεσα αποτελέσματα. Σχεδόν αμέσως όλες οι ομάδες σκέφτηκαν να διαιρέσουν το 360 διά του 12. Φαίνεται πως η σύγκριση ανάμεσα στην κατασκευή του εξάγωνου και στην κατασκευή του οκτάγωνου έδωσε στα παιδιά τη δυνατότητα της κατανόησης.



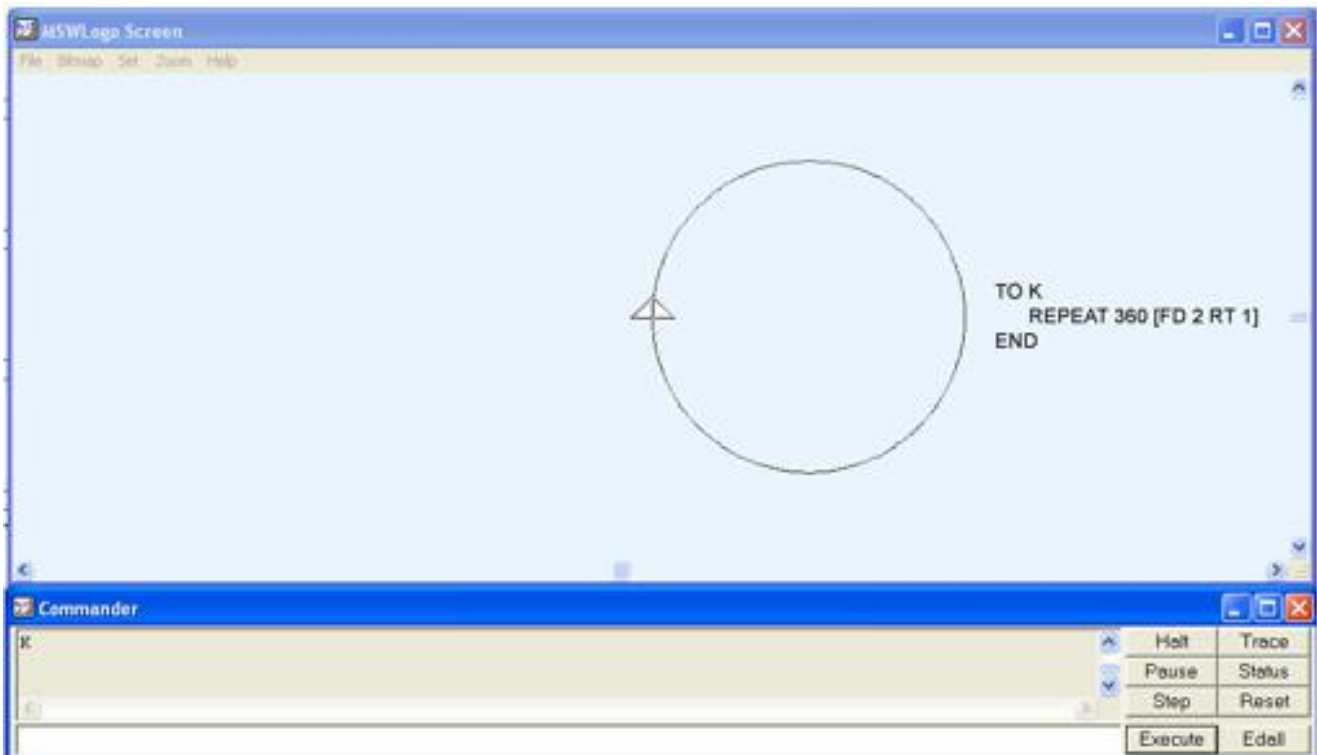
Ακριβώς τα ίδια συνέβησαν και με την κατασκευή του κανονικού τριανταεξάγωνου. Μόνο που τώρα παρουσιάστηκε ένα άλλο πρόβλημα.



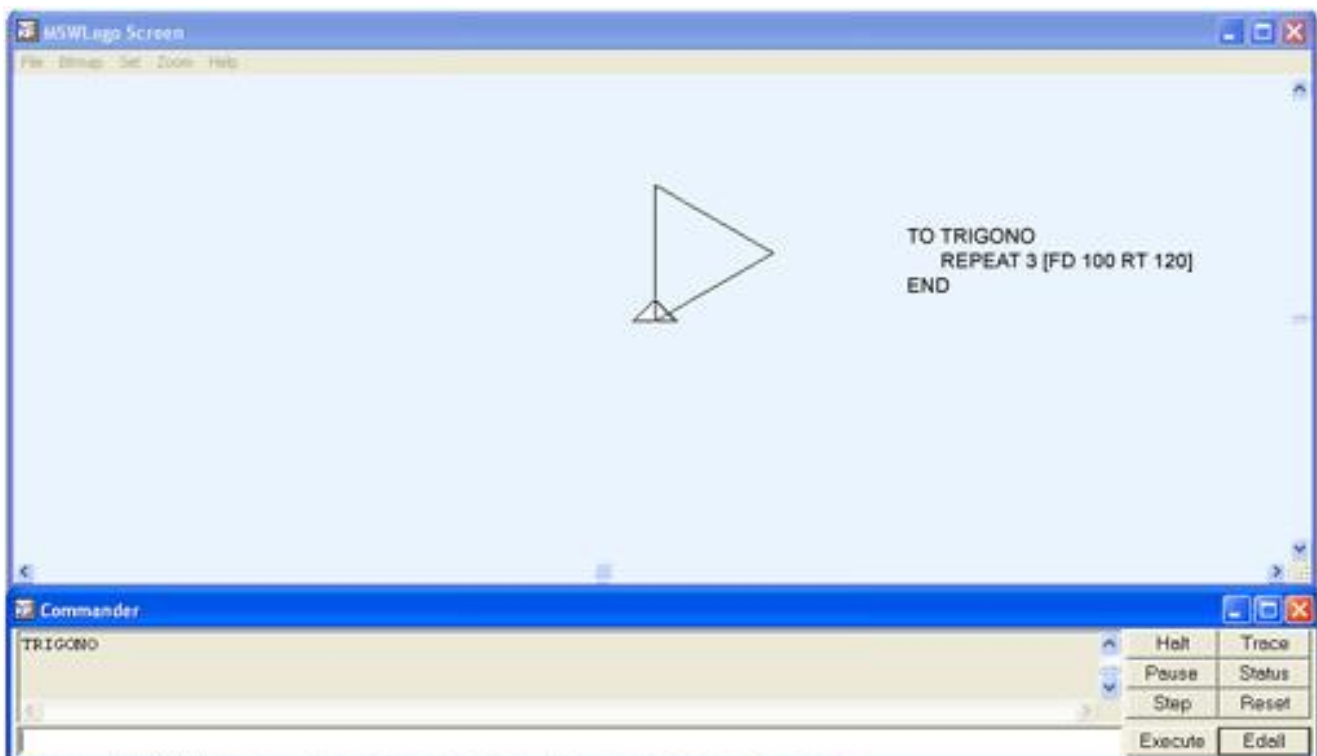
Αλλά πολύ εύκολα τα παιδιά σκέφτηκαν να ελαττώσουν το μήκος των πλευρών, οπότε, με μεγάλη έκπληξη, έφτασαν στο αποτέλεσμα. Και, βέβαια, άρχισαν να φωνάζουν πως αυτό είναι κύκλος. Εξηγήθηκε στα παιδιά πως μοιάζει με κύκλο γιατί μίκρυναν τόσο τις πλευρές που δεν φαίνονται πια καθαρά στην οθόνη.



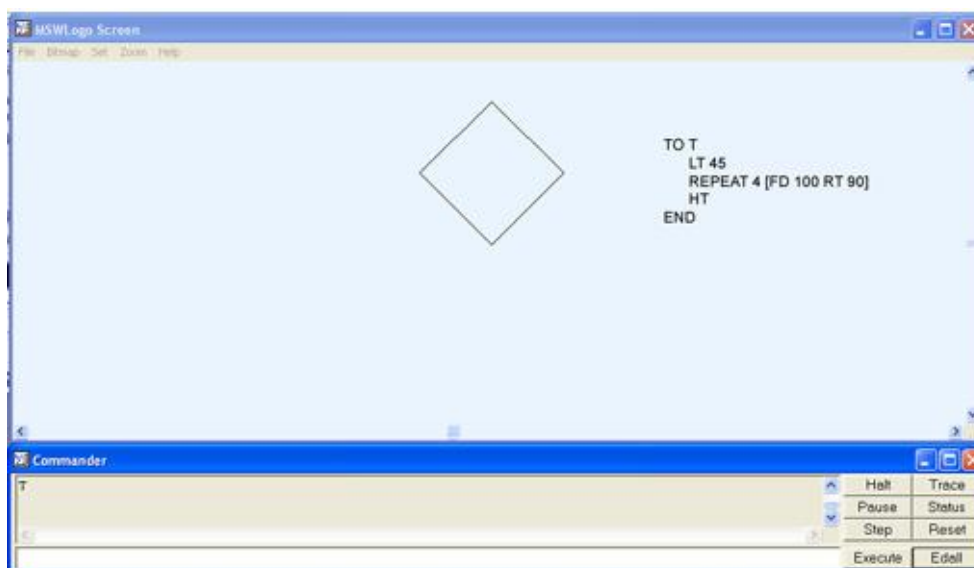
Έτσι ήταν πολύ εύκολο να βγει από τη συζήτηση πως τόσο πιο «καλός» κύκλος σχηματίζεται, όσο πιο μικρή είναι η πλευρά του αντίστοιχου κανονικού πολύγωνα.



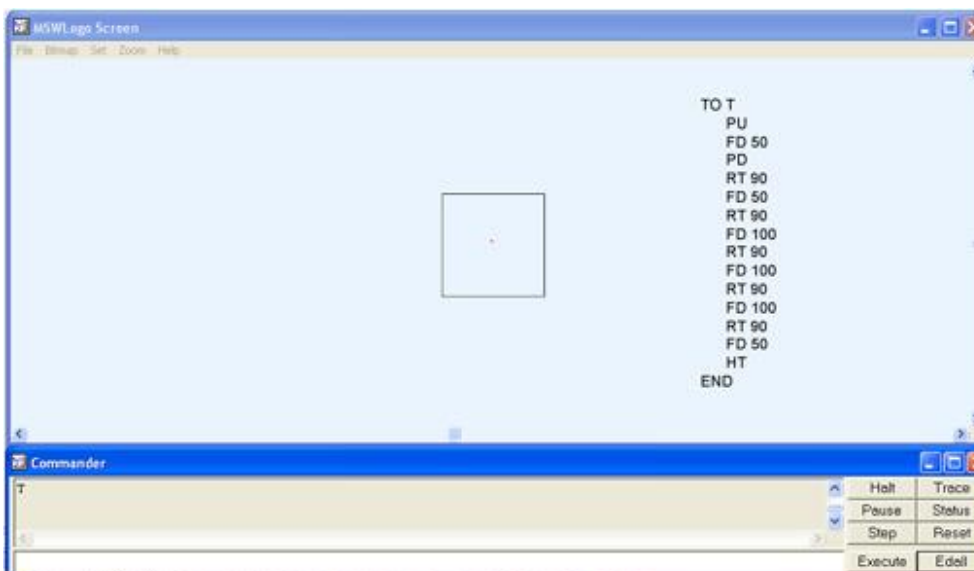
Στη συνέχεια ζητήθηκε από τα παιδιά να σχεδιάσουν ένα ισόπλευρο τρίγωνο. Η κατασκευή πραγματοποιήθηκε, αλλά μετά από αρκετή προσπάθεια. Η δυσκολία των παιδιών με το ισόπλευρο τρίγωνο εμφανίστηκε σε όλη τη διάρκεια της έρευνας, η οποία δεν κατόρθωσε να επισημάνει τους λόγους που το ισόπλευρο τρίγωνο φαίνεται πως είναι για τα παιδιά το πιο δύσκολο από όλα τα κανονικά σχήματα – στην πραγματικότητα δεν το είδαν ποτέ σαν «κανονικό».



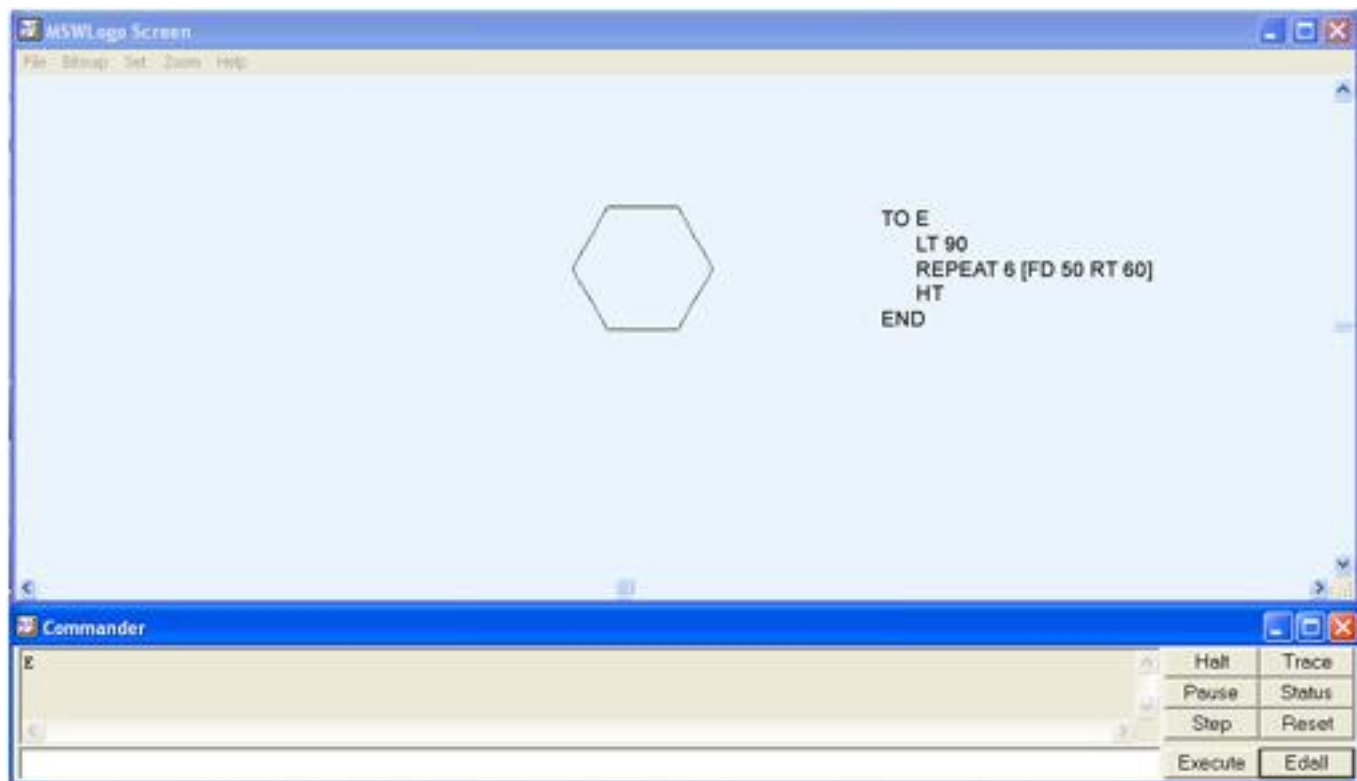
Μέχρι τώρα είχαμε ενδιαφερθεί για την κατασκευή των βασικών γεωμετρικών σχημάτων και όχι για κάποια συγκεκριμένη τοποθέτησή τους στην οθόνη. Οι επόμενες δραστηριότητες βοήθησαν τα παιδιά να βρουν τρόπους μετακίνησης και στροφής των γεωμετρικών σχημάτων. Ταυτόχρονα, βέβαια, παρουσιάστηκαν και μερικές βασικές ιδιότητες. Η πρώτη δραστηριότητα ήταν απλή. Ζητήθηκε από τα παιδιά να τοποθετήσουν στην οθόνη ένα τετράγωνο έτσι, ώστε να «στηρίζεται» σε μια κορυφή του. Πολύ εύκολα όλα τα παιδιά σκέφτηκαν να στρίψουν τη χελώνα 45 μοίρες αριστερά πριν αρχίσουν να σχεδιάζουν το τετράγωνο.



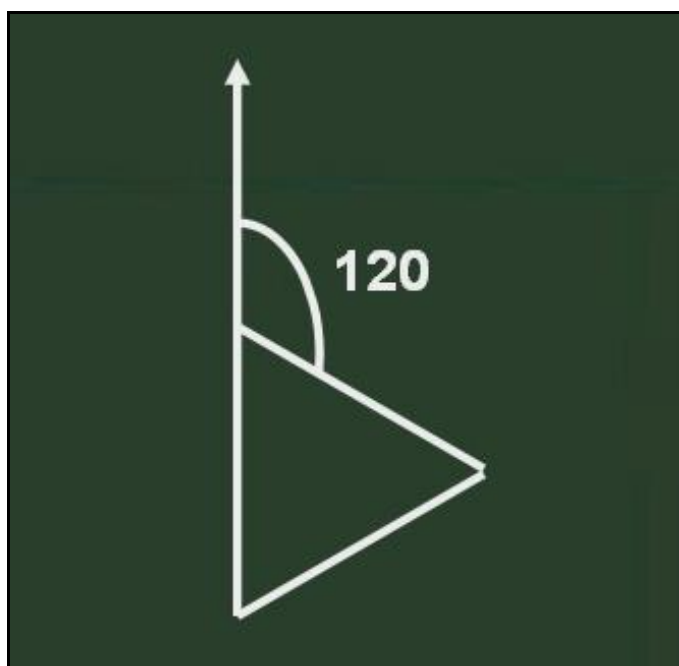
Η επόμενη δραστηριότητα αφορούσε την τοποθέτηση ενός τετράγωνου έτσι, ώστε να «πατάει» στη μία πλευρά του (δηλαδή να έχει δύο πλευρές οριζόντιες και δύο κατακόρυφες) και το κέντρο του (το σημείο τομής των διαγωνίων) να βρίσκεται στο κέντρο της οθόνης (στο σημείο από το οποίο ξεκινά η χελώνα). Τα παιδιά ποτέ δεν ζήτησαν διευκρινίσεις για την έννοια του κέντρου (κέντρο συμμετρίας ή κέντρο βάρους). Η έννοια αυτή τους φαινόταν εντελώς φυσική. Η κατασκευή αυτού του τετράγωνου δεν παρουσίασε καμιά δυσκολία, αλλά τα περισσότερα παιδιά (περίπου 80%) στην περίπτωση αυτή απέφυγαν την εντολή REPEAT.



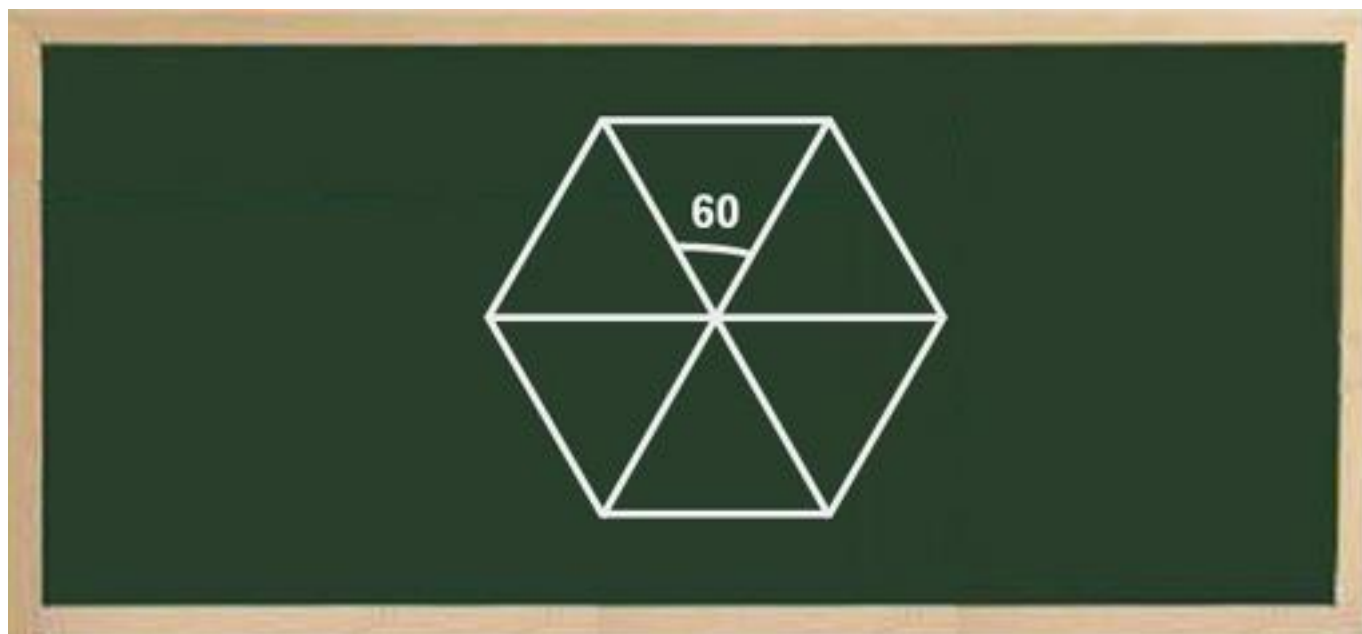
Στη συνέχεια ζητήθηκε να σχεδιαστεί ένα κανονικό εξάγωνο έτσι ώστε να «πατάει» πάνω σε μια πλευρά του. Κι αυτή την εργασία όλα τα παιδιά την αντιμετώπισαν πολύ εύκολα.



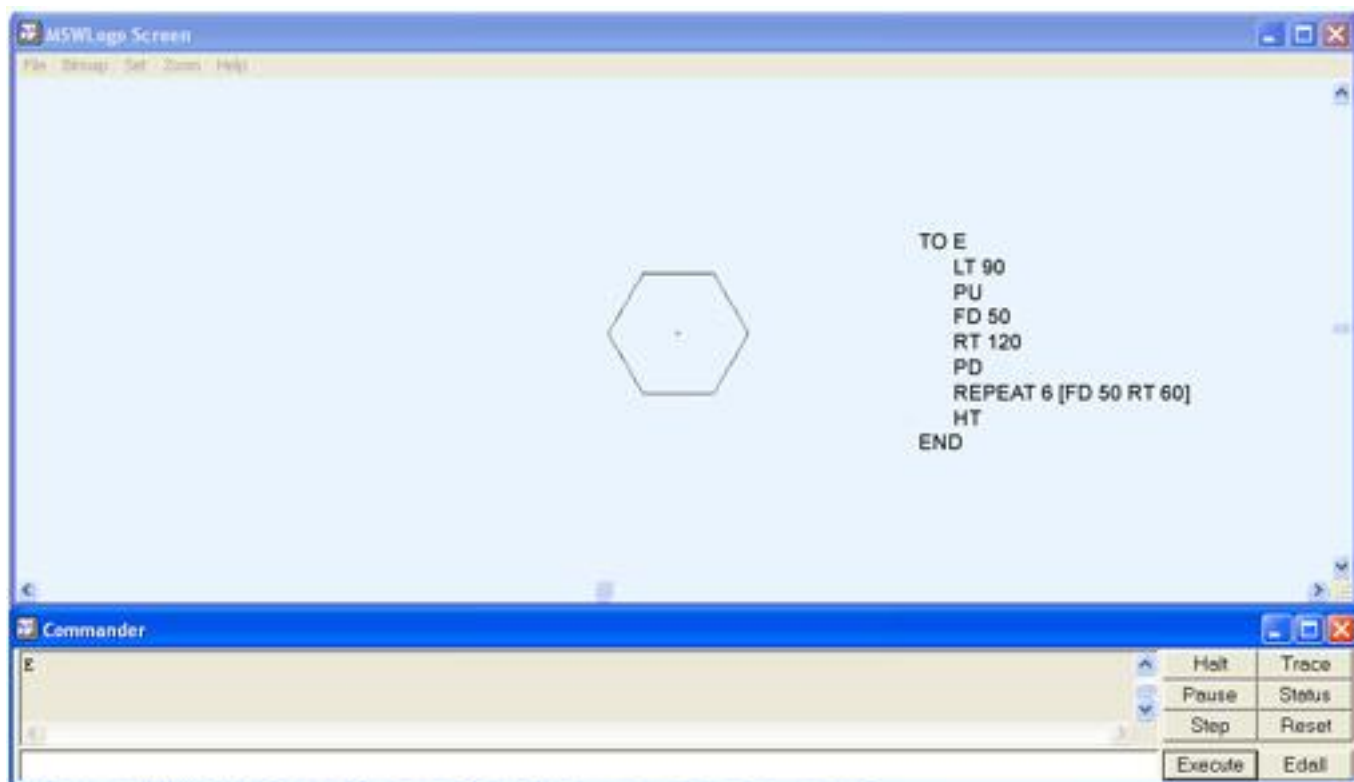
Η επόμενη δραστηριότητα, όμως, παρουσίασε αρκετές δυσκολίες γιατί απαιτούσε τη γνώση δύο νέων ιδιοτήτων. Η πρώτη ιδιότητα αφορά τις γωνίες του ισόπλευρου τριγώνου (κατ' επέκταση το άθροισμα των γωνιών ενός οποιουδήποτε τριγώνου). Επανήλθαμε στην κατασκευή του και αρκετά εύκολα τα παιδιά συμπέραναν πως, αφού κάθε φορά η χελώνα στρίβει 120 μοίρες, η καθεμιά γωνία του ισόπλευρου τριγώνου θα είναι $180-120=60$ μοίρες. Τονίστηκε στα παιδιά πως το άθροισμα των γωνιών του ισόπλευρου τριγώνου είναι $3 \times 60 = 180$ μοίρες και πως αυτό το άθροισμα είναι ίδιο για όλα τα τρίγωνα.



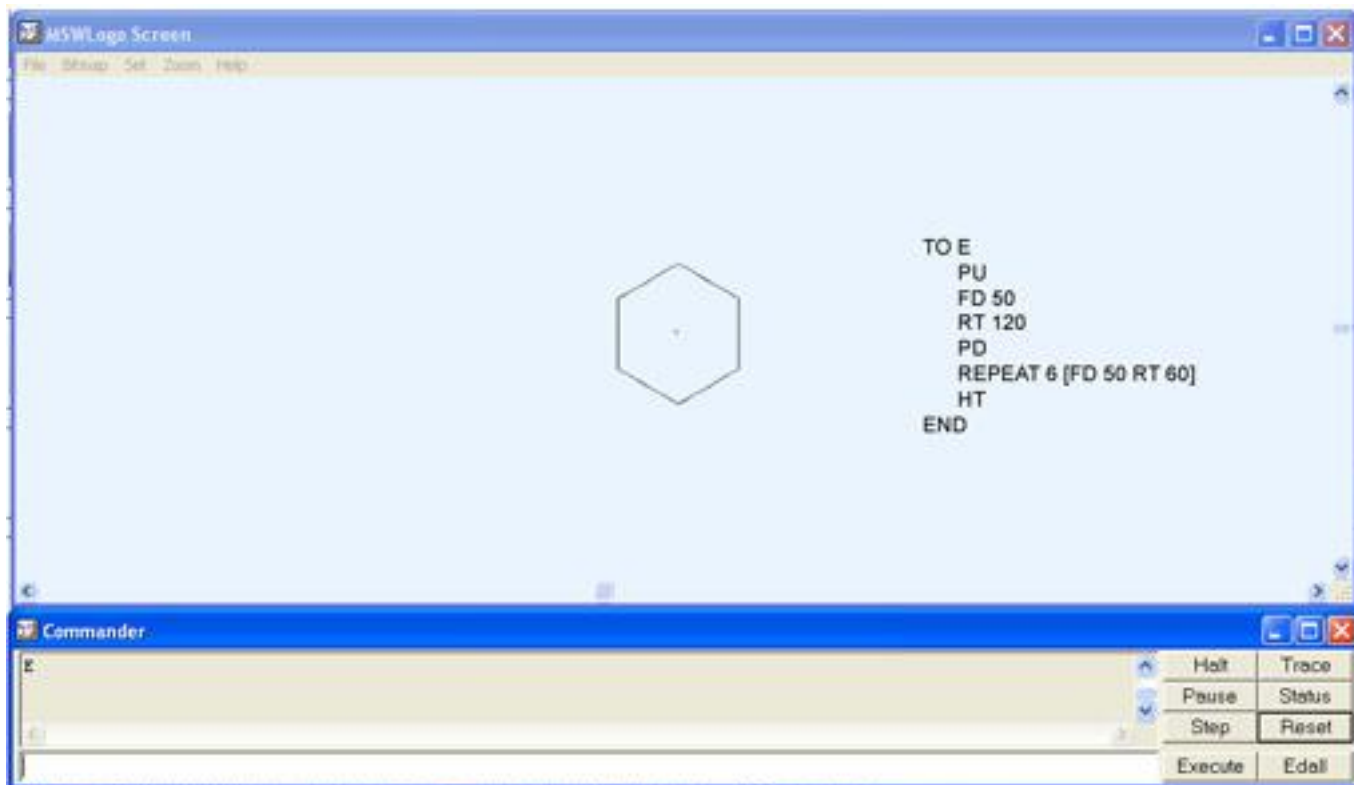
Η δεύτερη ιδιότητα αφορά το κανονικό εξάγωνο. Εξηγήθηκε στα παιδιά πως αν σχεδιάσουμε τις διαγωνίους του τότε σχηματίζονται έξι ισόπλευρα τρίγωνα.



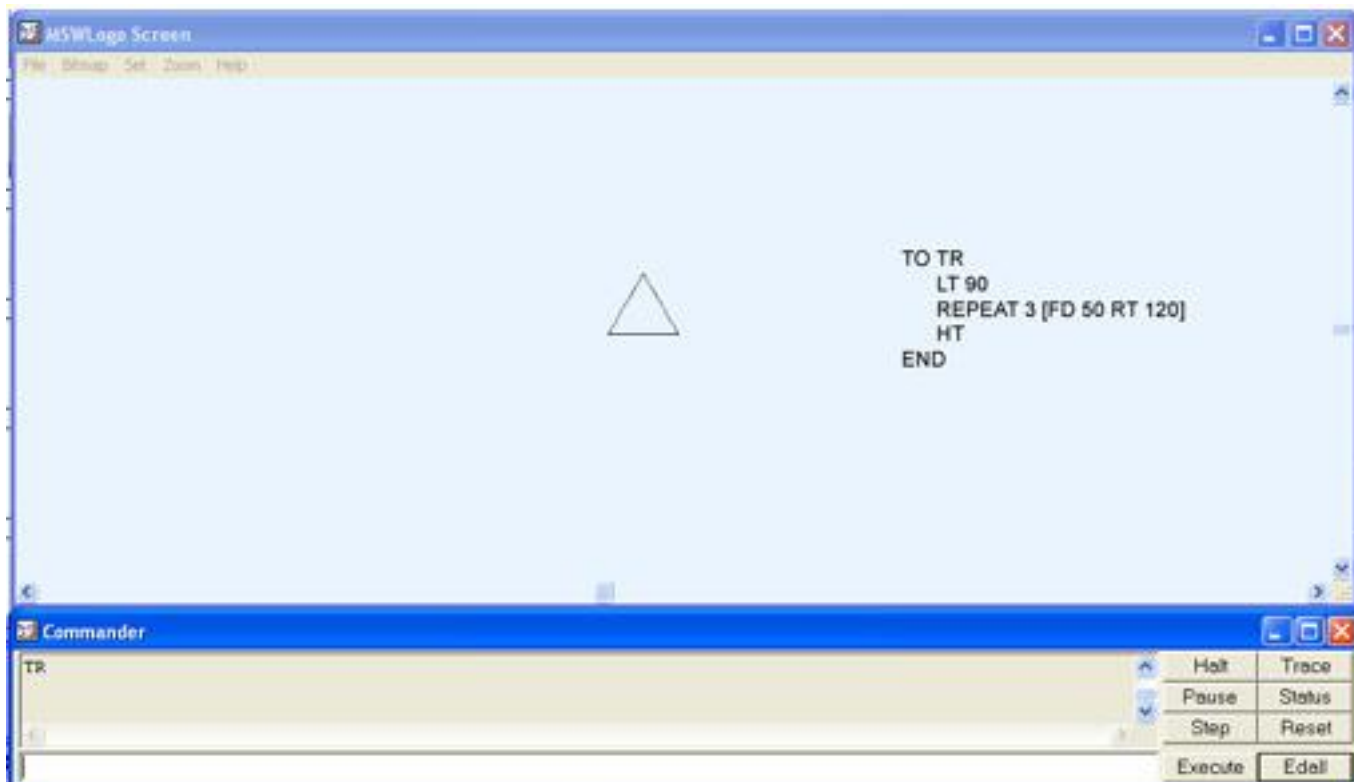
Όλα τα παιδιά μπόρεσαν, λοιπόν, να κατασκευάσουν ένα κανονικό εξάγωνο έτσι, ώστε το κέντρο του να βρίσκεται στο κέντρο της οθόνης (στην αρχική θέση της χελώνας) είτε «πατώντας» σε μια πλευρά του...



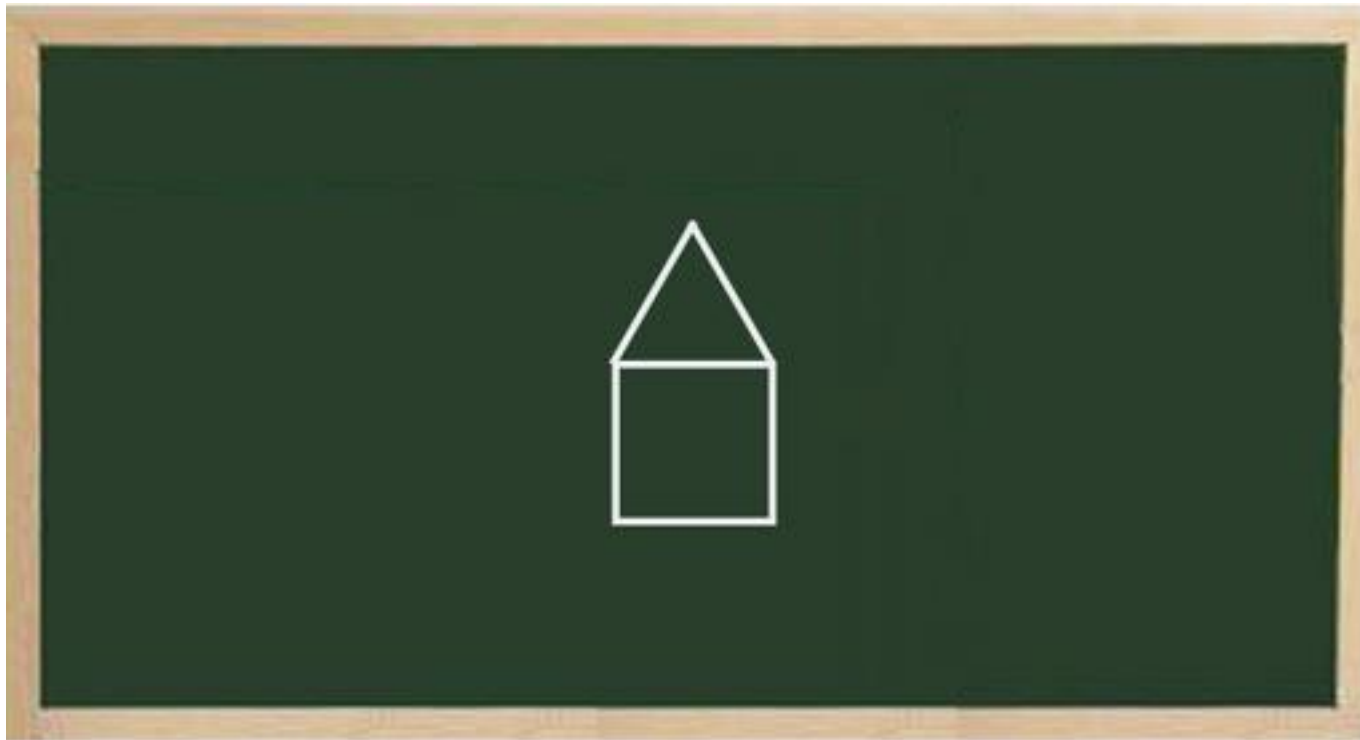
... είτε να «στηρίζεται» σε μια κορυφή του.



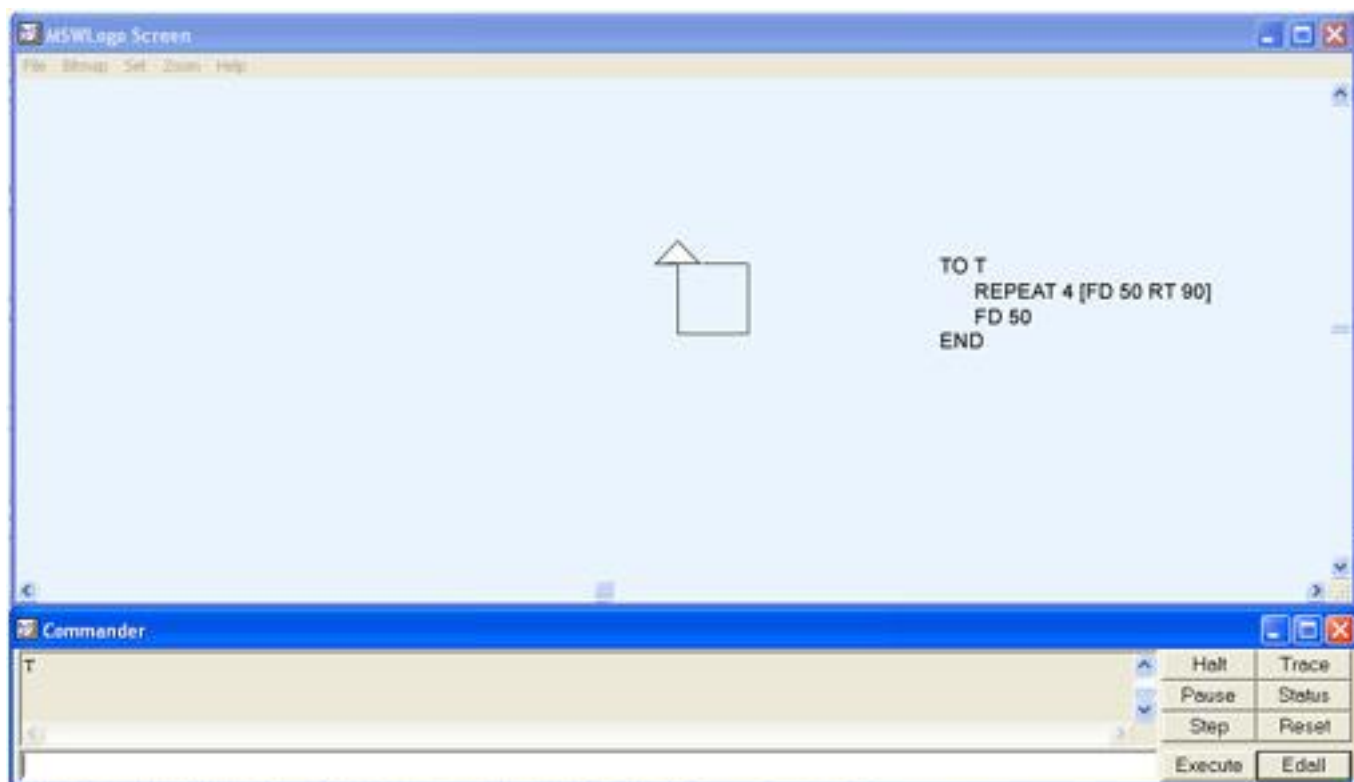
Τέλος ζητήθηκε από τα παιδιά να σχεδιάσουν ένα ισόπλευρο τρίγωνο που να «πατάει» σε μια πλευρά του. Και η κατασκευή αυτή δεν παρουσίασε καμιά δυσκολία.



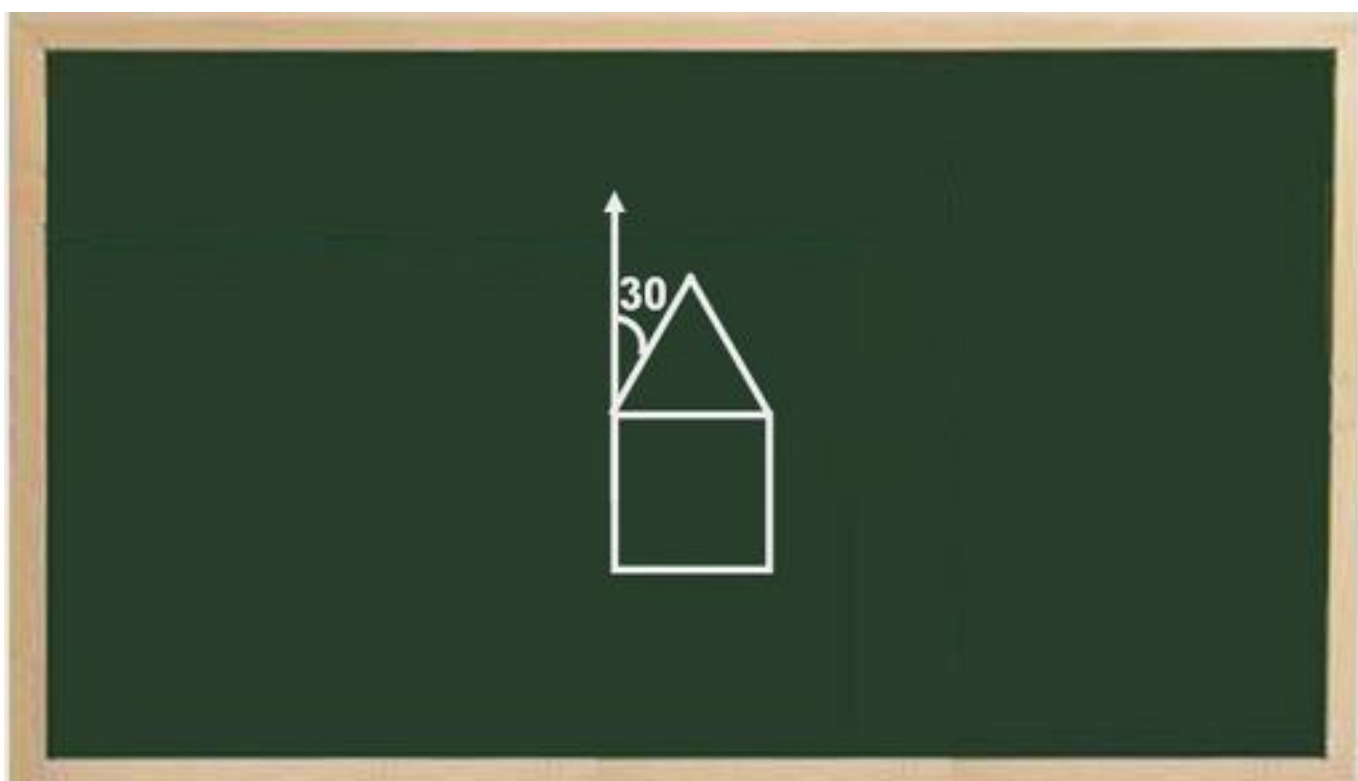
Στη συνέχεια ζητήθηκε από τα παιδιά να σχεδιάσουν ένα σπιτάκι με στέγη, δηλαδή ένα ισόπλευρο τρίγωνο πάνω σ' ένα τετράγωνο (πράγμα που ήταν επιθυμία όλων των παιδιών από την αρχή της έρευνας). Εδώ τα παιδιά συνάντησαν δύο δυσκολίες. Μολονότι μοιάζει τόσο προφανές, δεν πέρασε από το μυαλό κανενός παιδιού η σκέψη ότι η πλευρά του τριγώνου είναι ίση με την πλευρά του τετραγώνου. Χρειάστηκε να υποδειχθεί μέσα από απλές ερωτήσεις.



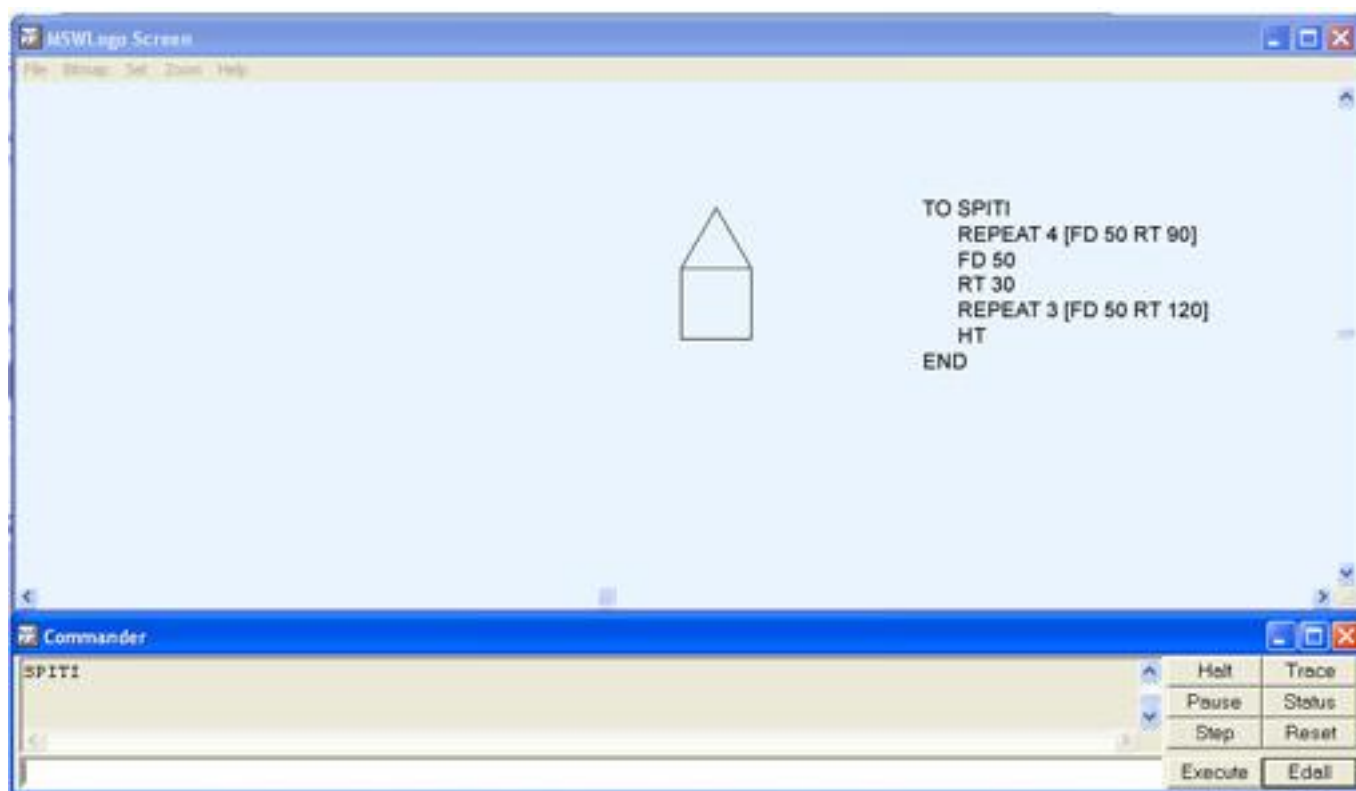
Η δεύτερη δυσκολία βρίσκεται στον προσανατολισμό της χελώνας αφού σχηματιστεί το τετράγωνο και φτάσει στη μία από τις επάνω κορυφές του.



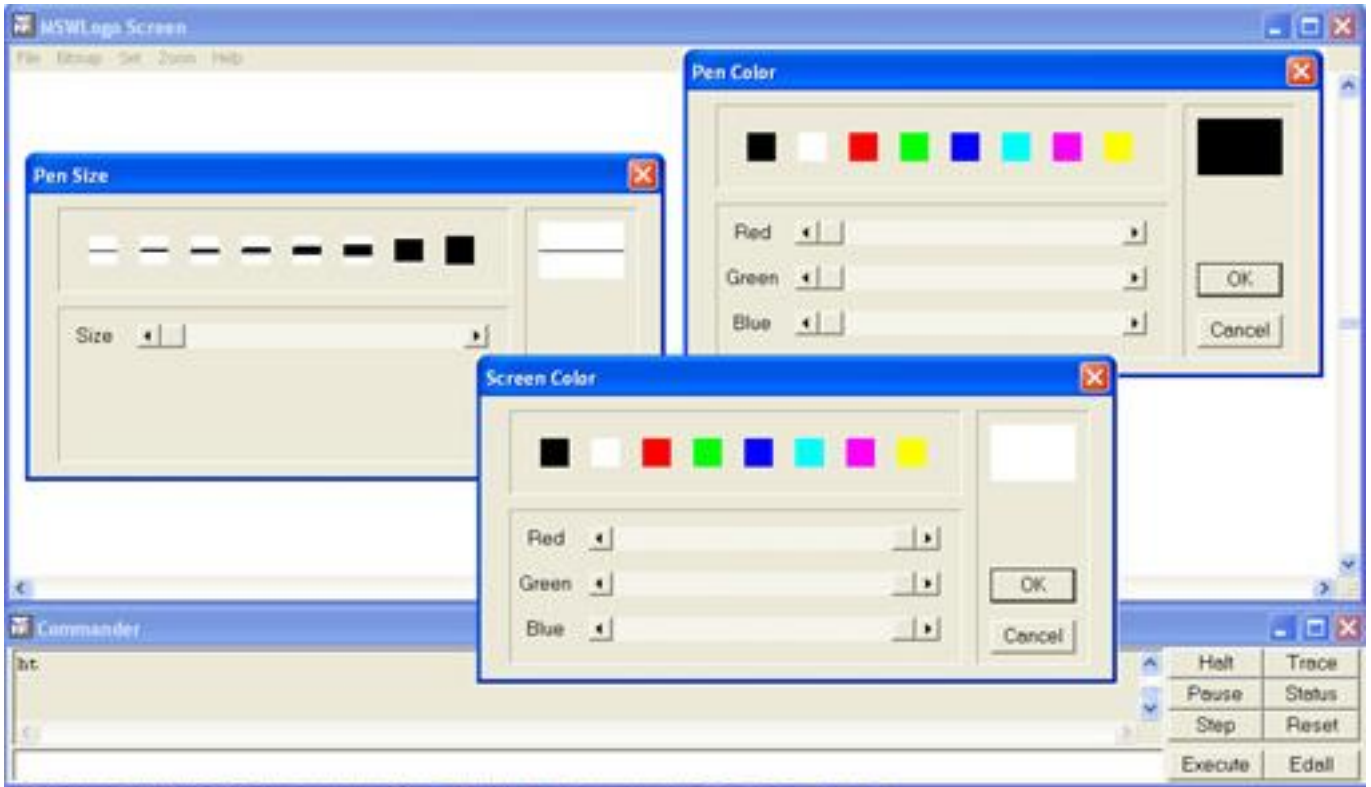
Αυτή η στιγμή μας έδωσε τη δυνατότητα να δούμε τη συμπληρωματική της γωνίας του ισόπλευρου τριγώνου (τη συμπληρωματική μιας γωνίας μικρότερης των 90 μοιρών).



Δηλαδή στρέφουμε τη χελώνα δεξιά 30 μοίρες και σχηματίζουμε το τρίγωνο-σκεπή. Έτσι όλες οι ομάδες έφτασαν στην κατασκευή του σπιτιού.



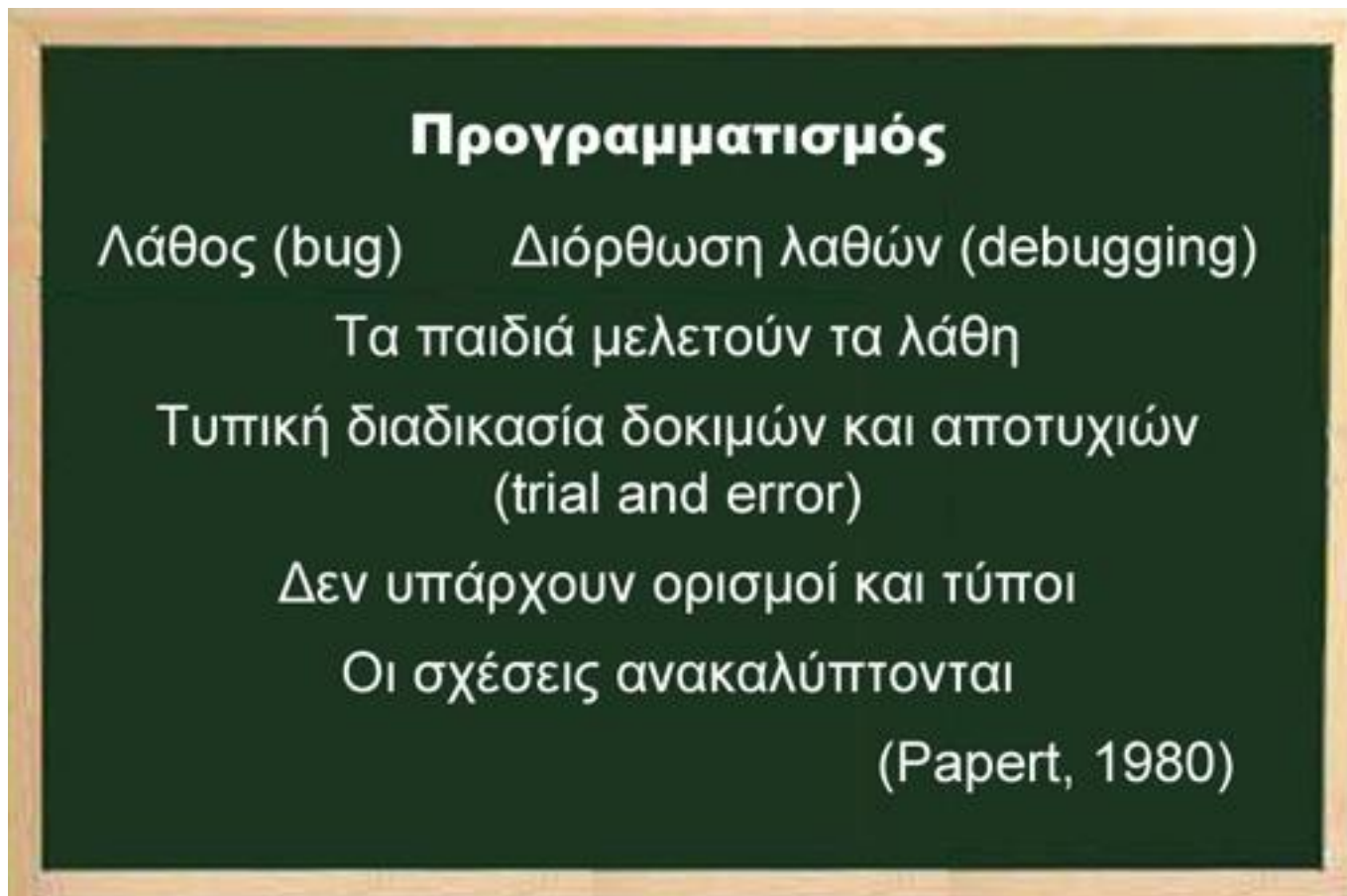
Φυσικά, στη LOGO μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε διάφορα πάχη γραμμών και διαφορετικά χρώματα για τις γραμμές και το φόντο της επιφάνειας σχεδίασης.



Στη διαδικασία κατασκευής ενός προγράμματος θα υπάρξουν κάποια «λάθη», δηλαδή θα συμβεί κάτι διαφορετικό από αυτό που προβλέψαμε. Η έννοια αυτών των «λαθών» είναι τελείως διαφορετική από την έννοια των «λαθών» σε μια παραδοσιακή τάξη. Στην παραδοσιακή τάξη τα «λάθη» έχουν αρνητικό χαρακτήρα (τις περισσότερες φορές έχουν και δυσμενείς επιπτώσεις στην αξιολόγηση των μαθητών). Τα παιδιά πρέπει να ξεχάσουν τα «λάθη» και να θυμούνται τα «σωστά».



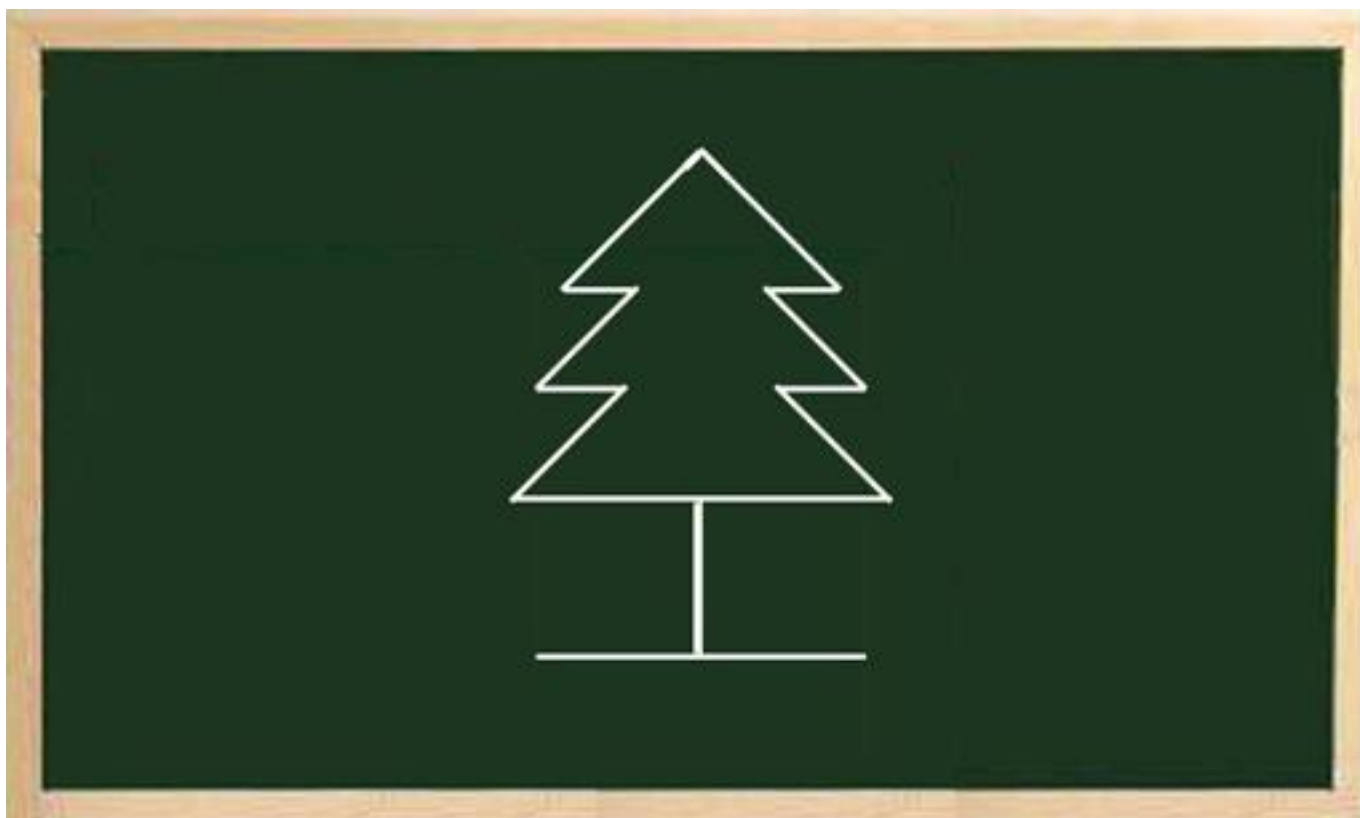
Στη διαδικασία του προγραμματισμού το λάθος (bug) είναι εντελώς φυσικό. Και η διαδικασία διόρθωσης των λαθών (debugging) αποτελεί τμήμα της διαδικασίας κατασκευής του οποιουδήποτε προγράμματος. Τα παιδιά ενθαρρύνονται να μελετούν αυτά τα λάθη για να καταλάβουν πού οφείλονται. Στην πραγματικότητα ο προγραμματισμός είναι μια τυπική διαδικασία δοκιμών και αποτυχιών. Δεν υπάρχουν ορισμοί και τύποι που πρέπει να εφαρμόζονται. Οι σχέσεις ανακαλύπτονται.



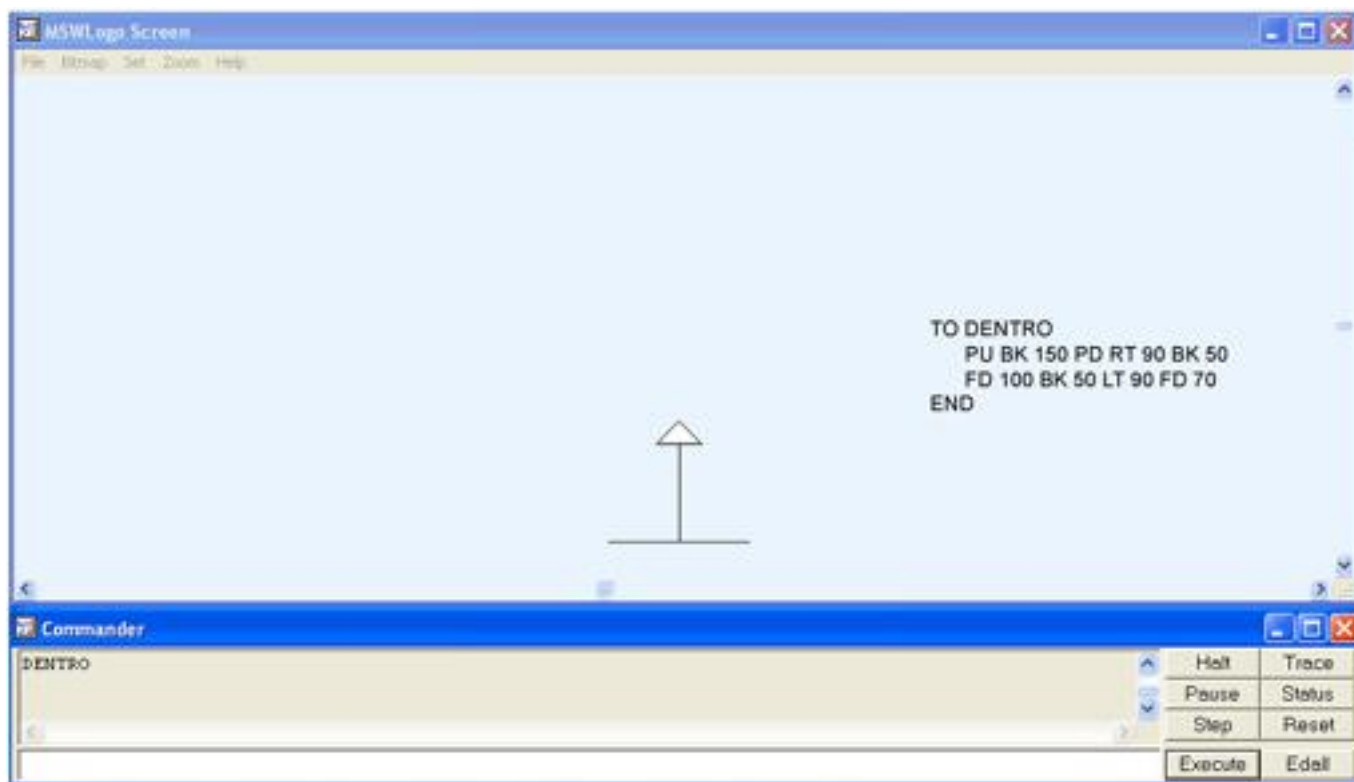
Πάντα υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τρόποι για να κατασκευάσει κανείς ένα πρόγραμμα. Δεν υπάρχει μία και μοναδική «σωστή» λύση. Το μόνο κριτήριο που μπαίνει (εξ αντικειμένου και όχι γιατί έτσι το λέει ο δάσκαλος ή το γράφει κάποιο βιβλίο) είναι αν το πρόγραμμα λειτουργεί με τον τρόπο που είχαμε προβλέψει και εξυπηρετεί τον αρχικό μας στόχο. Και αυτό ελέγχεται πολύ εύκολα από τα ίδια τα παιδιά.



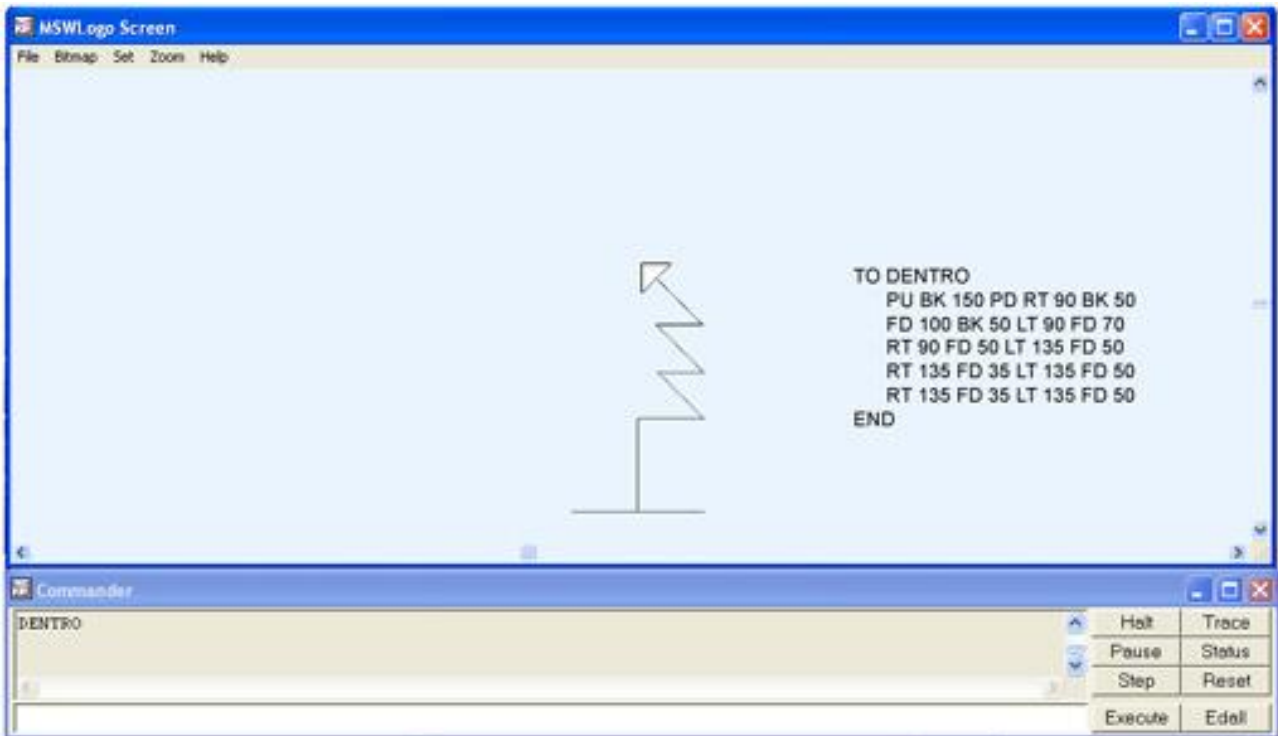
Για να κατανοηθεί η έννοια της αξονικής συμμετρίας προτάθηκε στα παιδιά η κατασκευή ενός Χριστουγεννιάτικου δέντρου αυτής της μορφής.



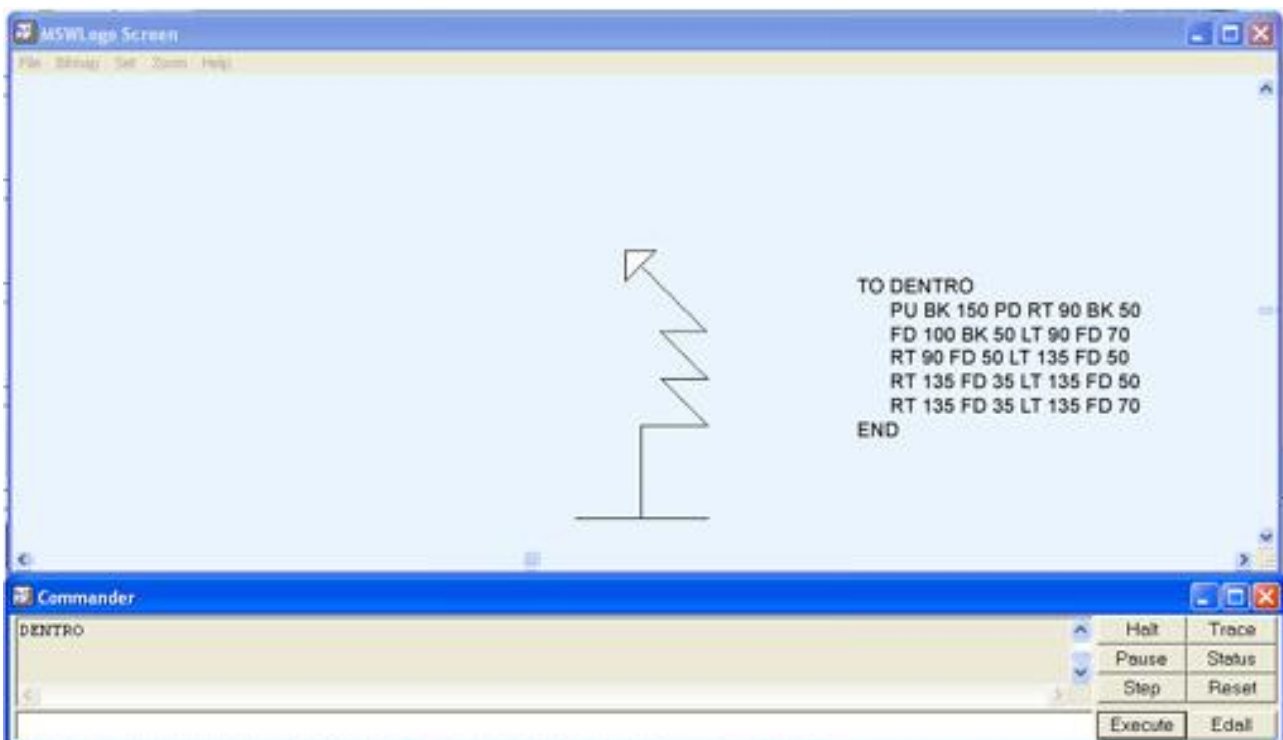
Όλες οι ομάδες ξεκίνησαν να το σχεδιάζουν από τη βάση. Για να γίνει, μάλιστα, το δέντρο μεγάλο κατέβασαν τη χελώνα πιο χαμηλά στην οθόνη.



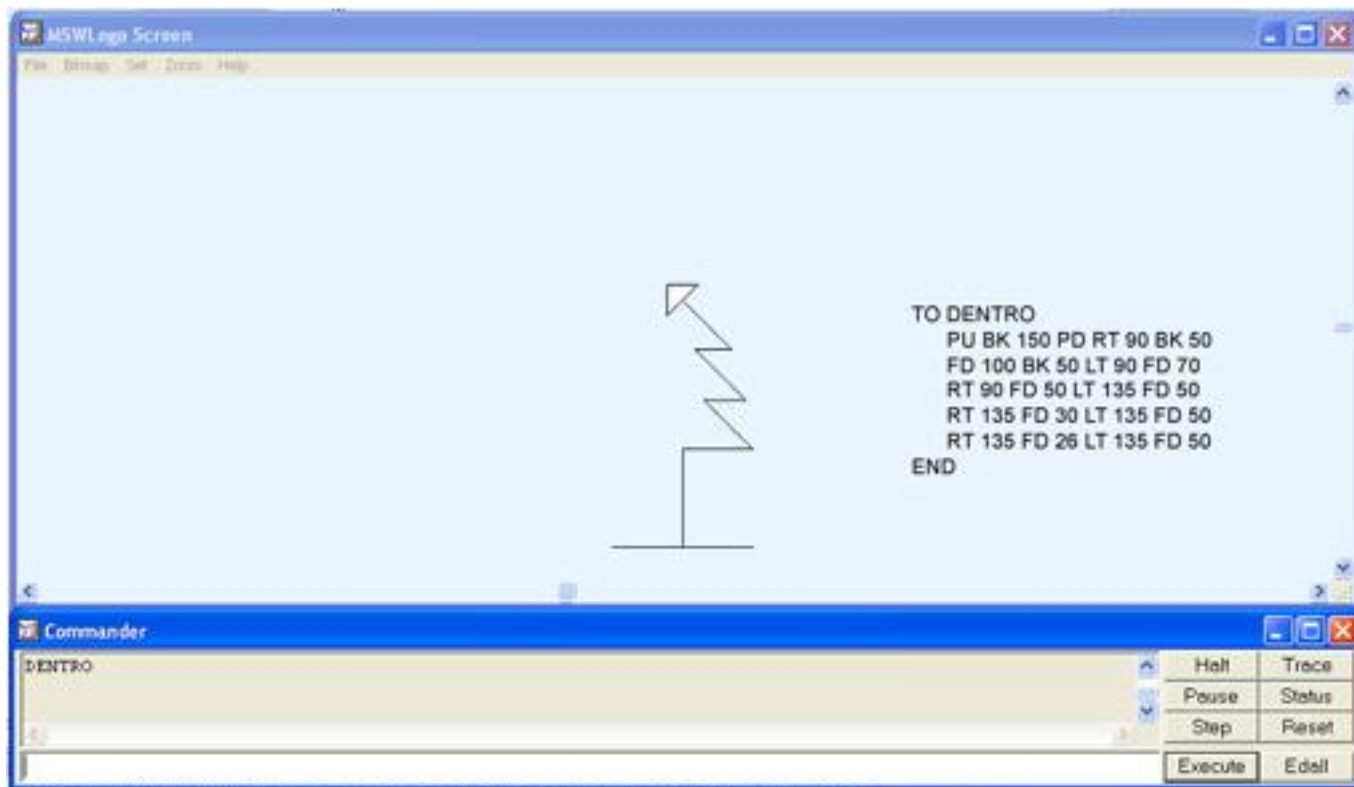
Στη συνέχεια άρχισαν την κατασκευή του δέντρου από τη μία πλευρά του. Αυτό είναι ένα παράδειγμα. Το βασικό πρόβλημα που συνάντησαν όλες οι ομάδες ήταν πως η κορυφή του δέντρου δεν βρισκόταν πάνω στην ίδια κατακόρυφο με τον κορμό του δέντρου.



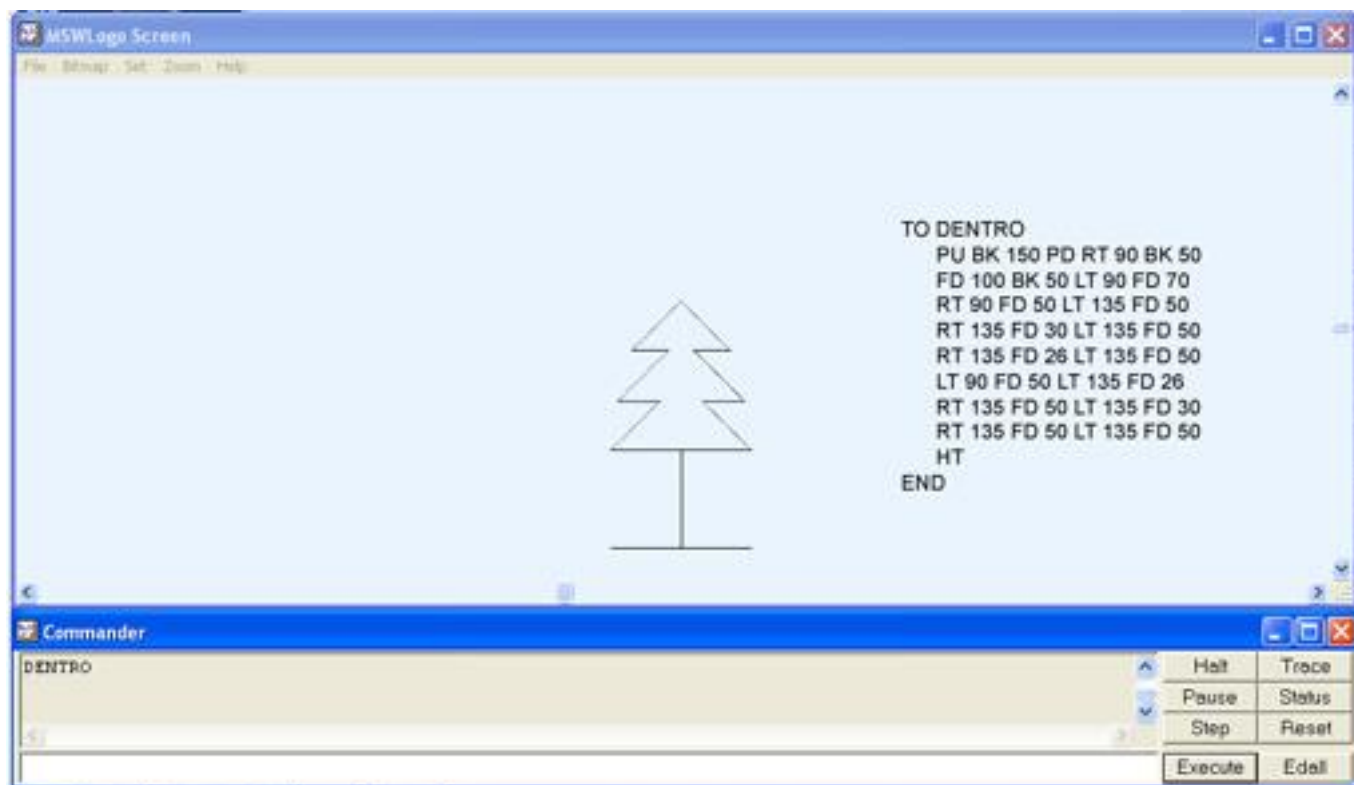
Για να αντιμετωπίσουν αυτό το πρόβλημα οι περισσότερες ομάδες (περίπου 70%) διάλεξαν την πιο εύκολη λύση, να προεκτείνουν την τελευταία ευθεία μέχρι να βρεθεί πάνω στον άξονα συμμετρίας. Αυτό κατορθώθηκε με διαδοχικές δοκιμές (προσεγγίσεις) και η εκτίμηση γινόταν με το μάτι. Μερικές ομάδες (περίπου 15%) χρησιμοποίησαν μολύβια ή χάρακες (που τοποθετούσαν πάνω στις οθόνες) για να βοηθηθούν σ' αυτή την εκτίμηση.



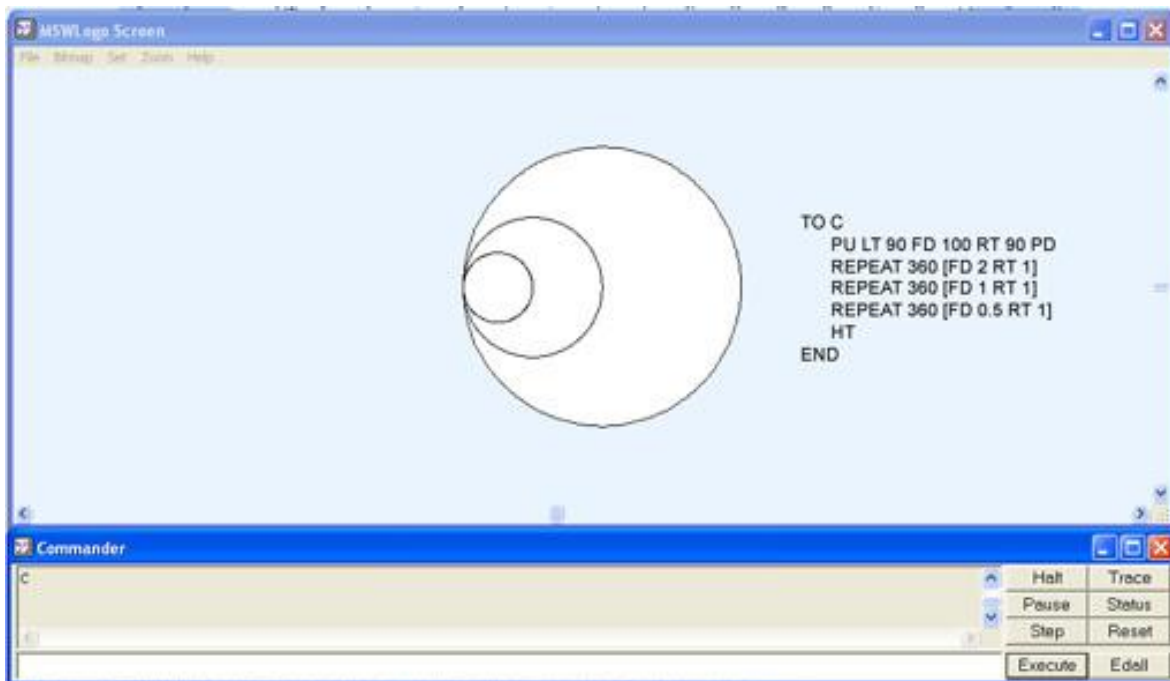
Οι υπόλοιπες ομάδες (έχοντας μεγαλύτερες αισθητικές απαιτήσεις) διόρθωσαν με διαδοχικές προσεγγίσεις το πρόγραμμα έτσι, ώστε να συγκλίνει ολόκληρη η δεξιά πλευρά προς τον άξονα συμμετρίας.



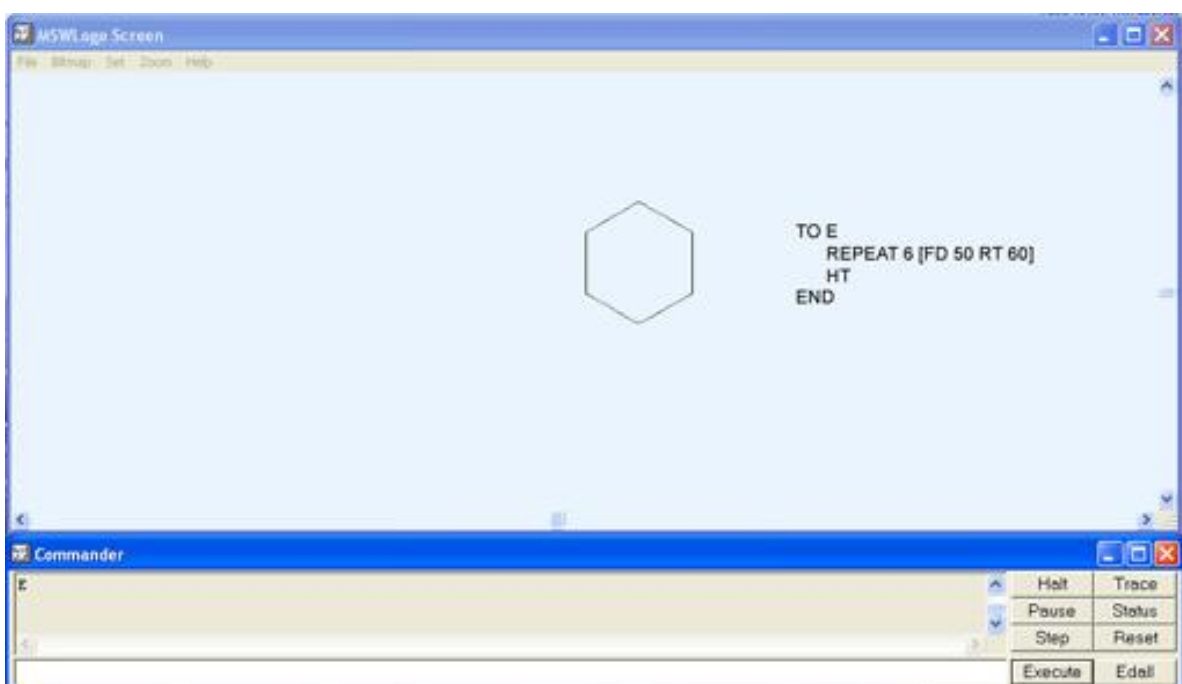
Από κει και ύστερα τα πράγματα ήταν πολύ εύκολα. Όλες οι ομάδες σκέφτηκαν να χρησιμοποιήσουν για τη δεύτερη πλευρά τα ίδια μεγέθη που χρησιμοποίησαν για την πρώτη πλευρά.



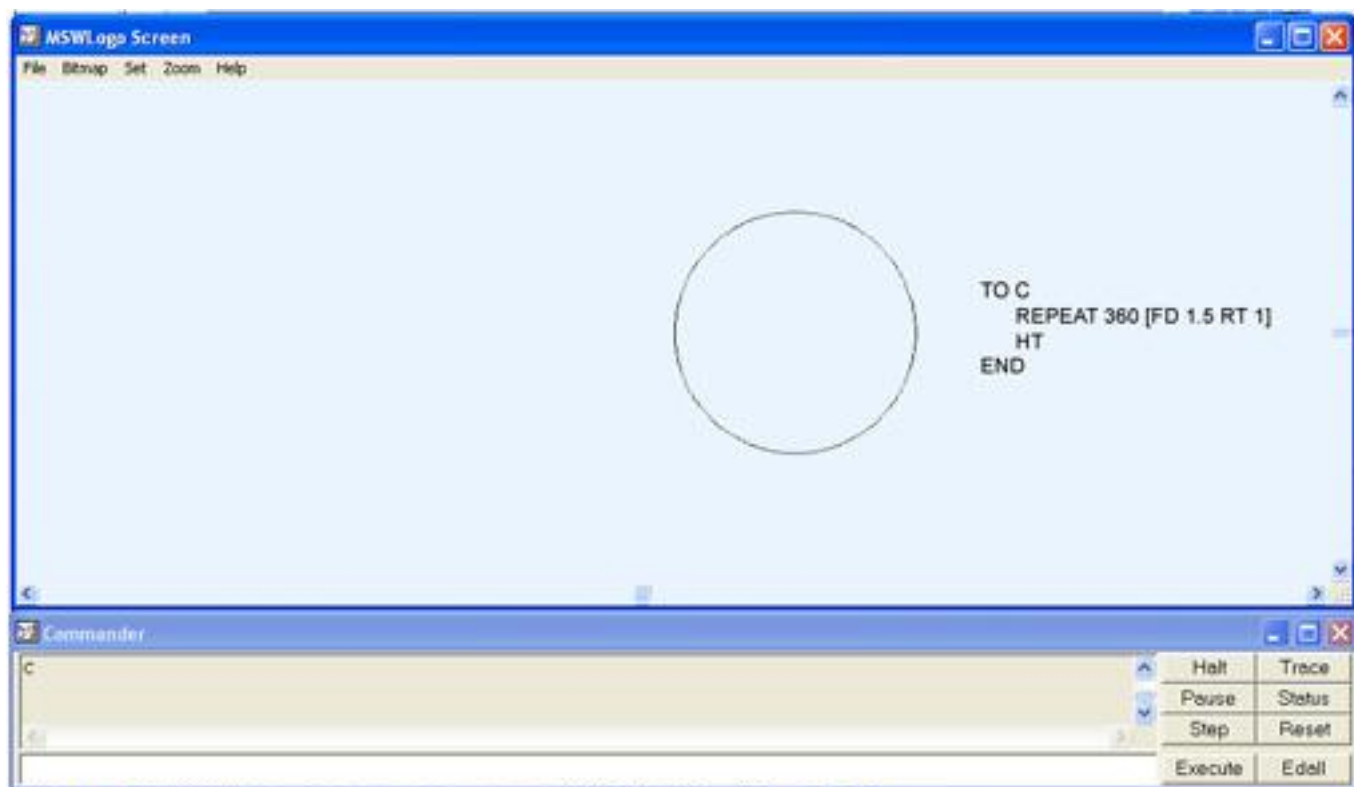
Τα παιδιά ήξεραν πια πώς να κατασκευάζουν έναν κύκλο. Όχι, όμως, πώς να τον μεγαλώνουν και να τον μικραίνουν (για να ζωγραφίσουν, για παράδειγμα, τις ρόδες ενός αυτοκινήτου). Ζητήθηκε, λοιπόν, να σχεδιάσουν κύκλους διαφόρων μεγεθών. Μετά από λίγες δοκιμές, οι περισσότερες ομάδες (80% περίπου) πέτυχαν να βρουν τον τρόπο σχεδίασης, αυξάνοντας ή ελαττώνοντας την τιμή του FORWARD. Οι αριθμοί που είναι μικρότεροι της μονάδας δυσκόλεψαν λίγο μερικά παιδιά.



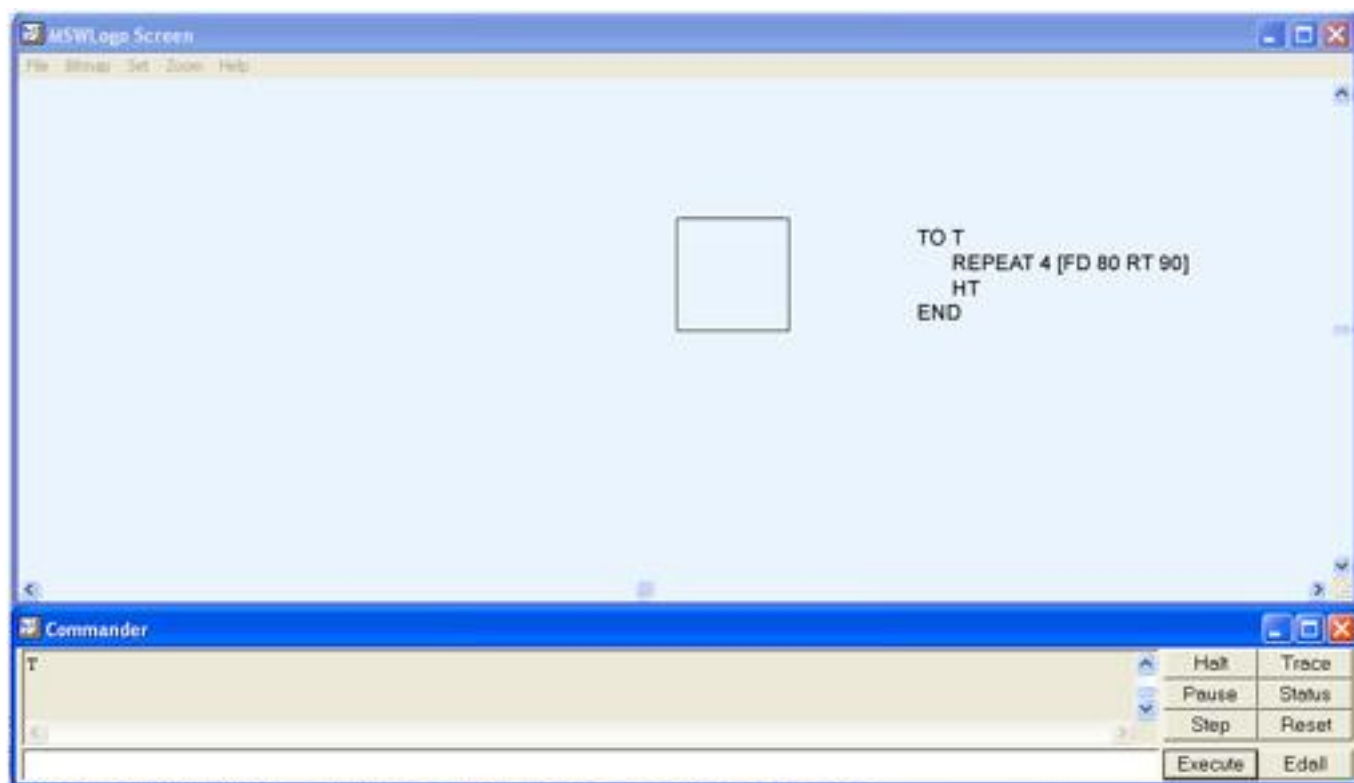
Περίμετρος ενός σχήματος είναι το συνολικό μήκος της γραμμής που το περικλείει. Για παράδειγμα, η περίμετρος αυτού του κανονικού εξαγώνου θα είναι $6 \times 50 = 300$ βήματα. Δηλαδή, η περίμετρος ενός κανονικού σχήματος είναι ο αριθμός των πλευρών του επί το μήκος κάθε πλευράς. Βλέποντας την εντολή κατασκευής του σχήματος μπορούμε να πούμε πως η περίμετρος ισούται με τον αριθμό επαναλήψεων επί το FORWARD.



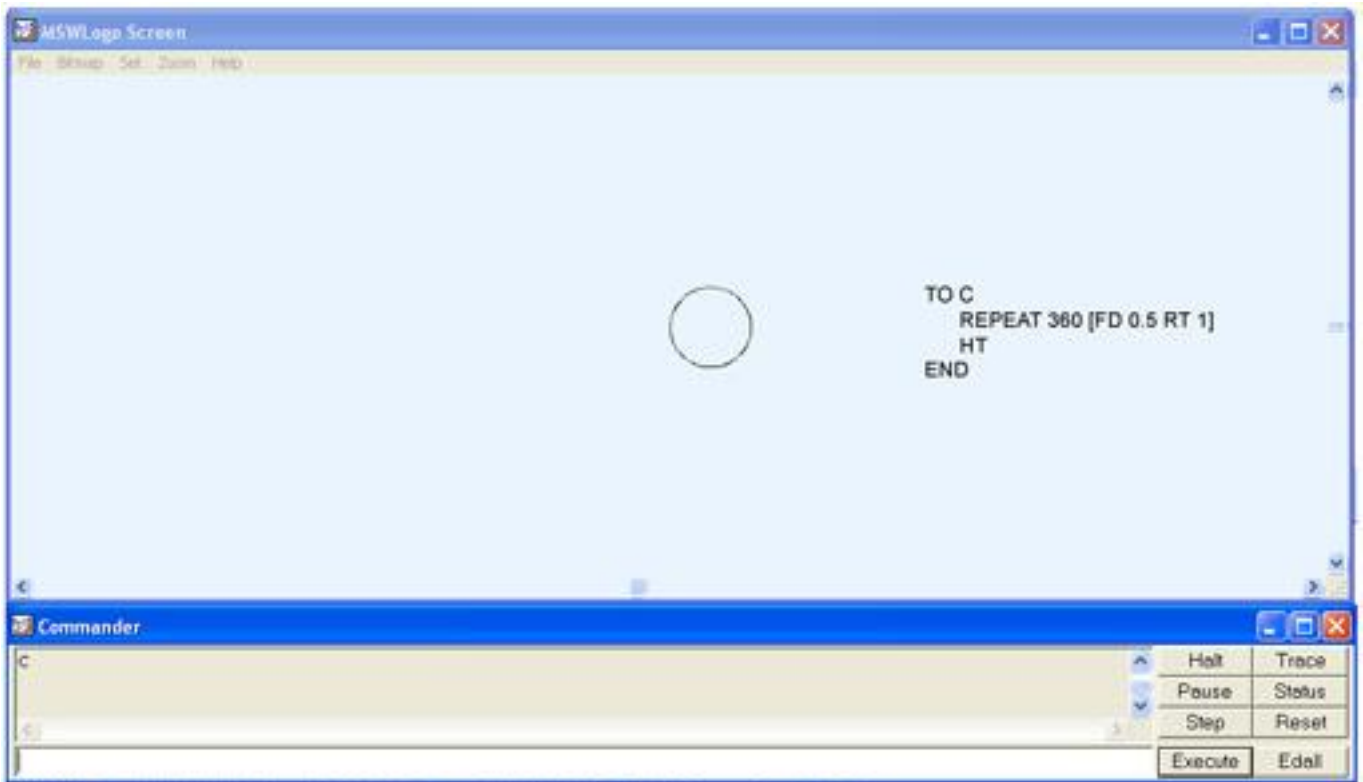
Είναι πολύ εύκολο να υπολογίσουμε, με τον τρόπο αυτό, και την περιφέρεια ενός κύκλου. Η περιφέρεια αυτού του κύκλου θα ισούται με $360 \times 1.5 = 540$ βήματα.



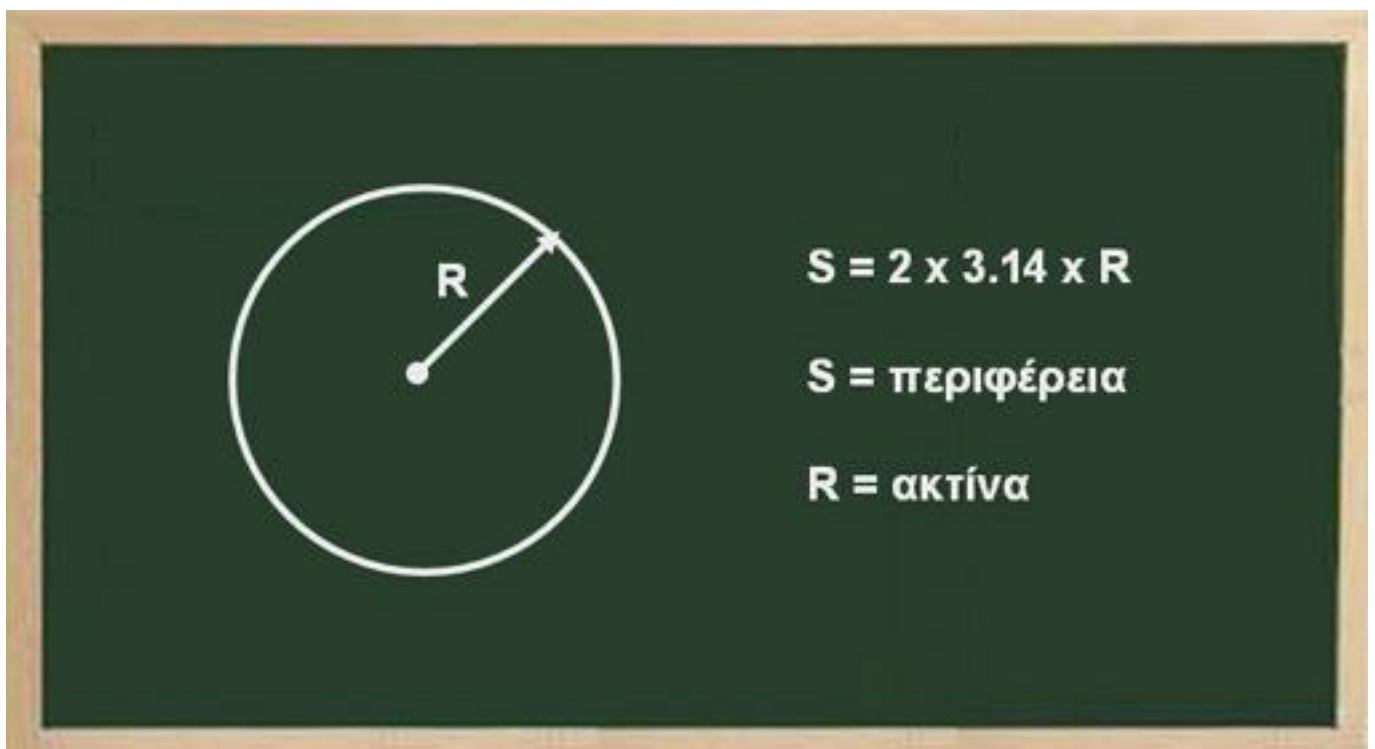
Οι σχέσεις αυτές βγήκαν αβίαστα μέσα από μια μικρή συζήτηση με τα παιδιά. Σαν εξάσκηση ακολούθησε η κατασκευή άλλων σχημάτων που έχουν δοσμένη περίμετρο. Για παράδειγμα, ζητήθηκε να κατασκευαστεί ένα τετράγωνο με περίμετρο 320 βήματα.



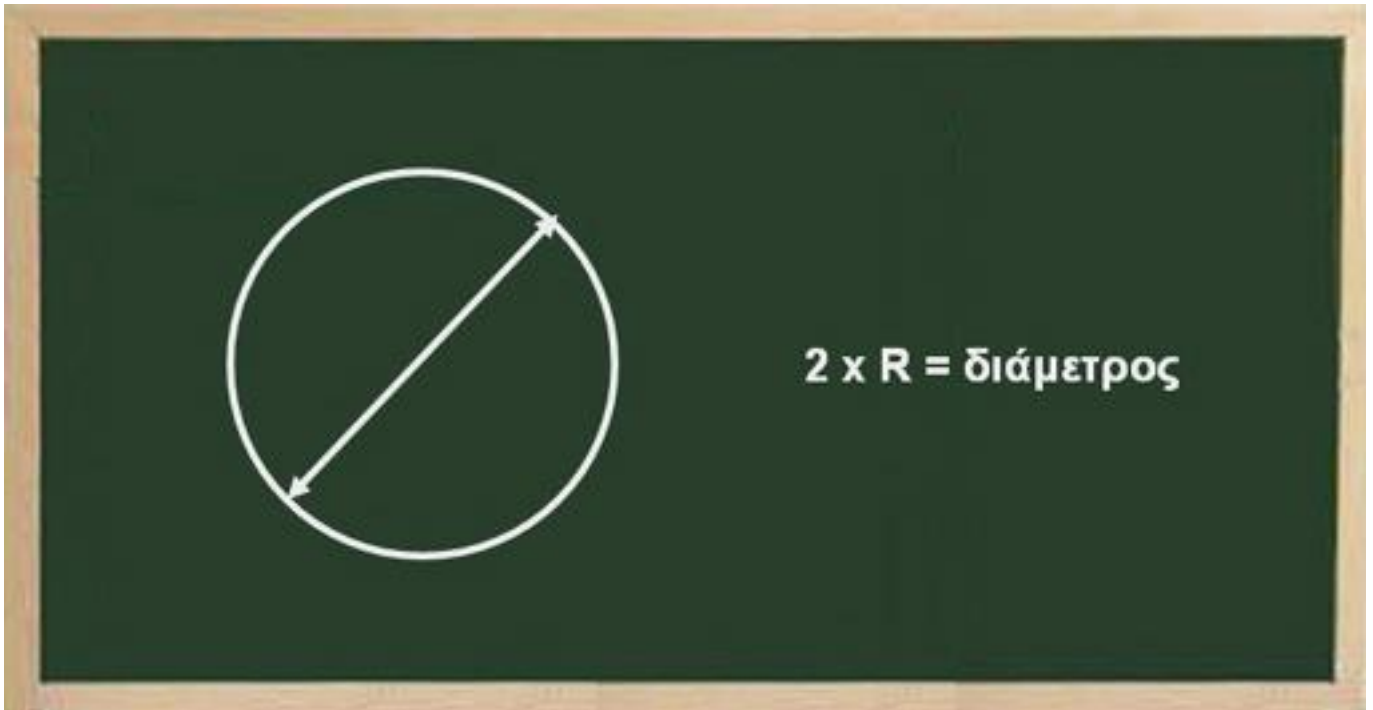
Επίσης, ζητήθηκε να κατασκευαστεί κύκλος με περίμετρο (μήκος περιφέρειας) 180 βήματα. Τα παιδιά δεν είχαν κανένα πρόβλημα.



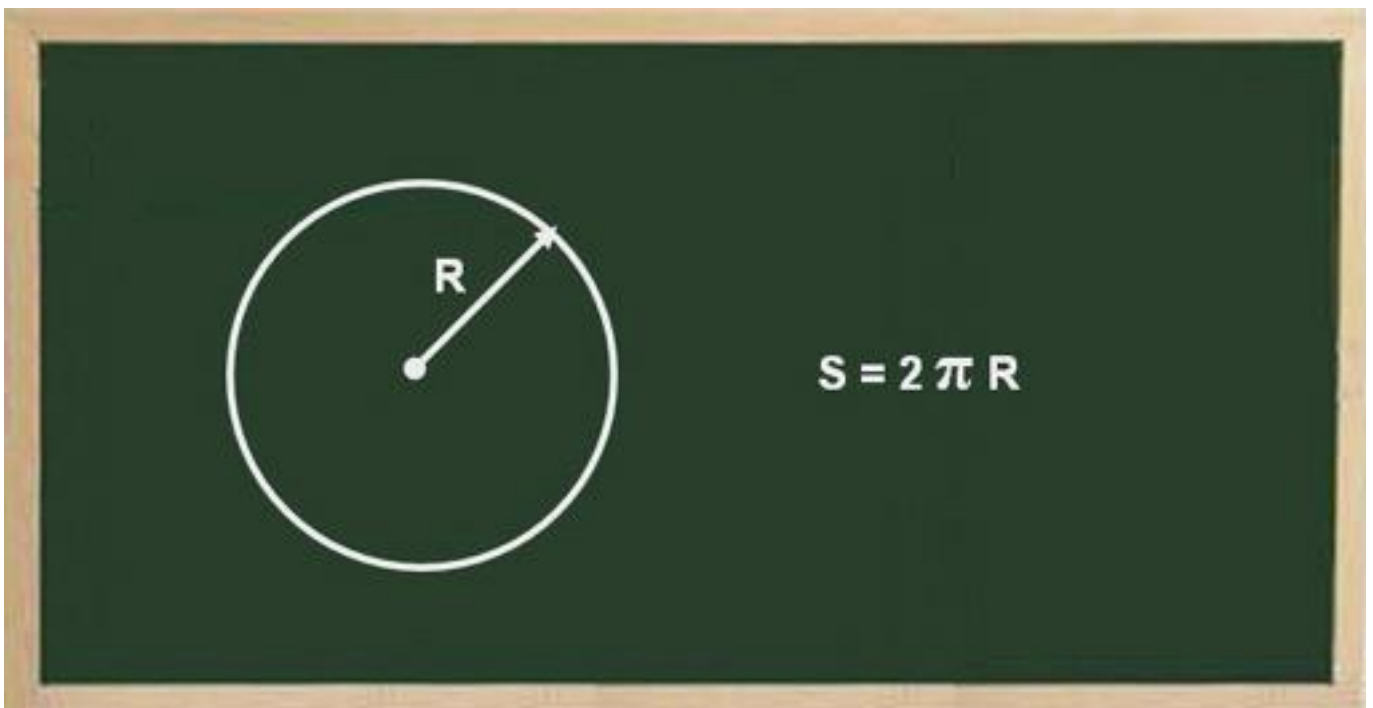
Ένα θέμα που επανειλημμένα είχε προβληματίσει τα παιδιά (στην προσπάθειά τους να φτιάξουν δικά τους σχέδια) ήταν η τοποθέτηση ενός κύκλου με ακρίβεια σε συγκεκριμένη θέση της οθόνης. Κι αυτό γιατί το κέντρο του κύκλου μπορούσε να βρεθεί από τα παιδιά μόνο προσεγγιστικά. Μετά, λοιπόν, τον υπολογισμό της περιφέρειας του κύκλου παρουσιάστηκε στα παιδιά ο αριθμός π , δηλαδή η σχέση ανάμεσα στην ακτίνα και την περιφέρεια του κύκλου: $S=2 \times 3.14 \times R$, όπου S η περιφέρεια και R η ακτίνα του κύκλου.



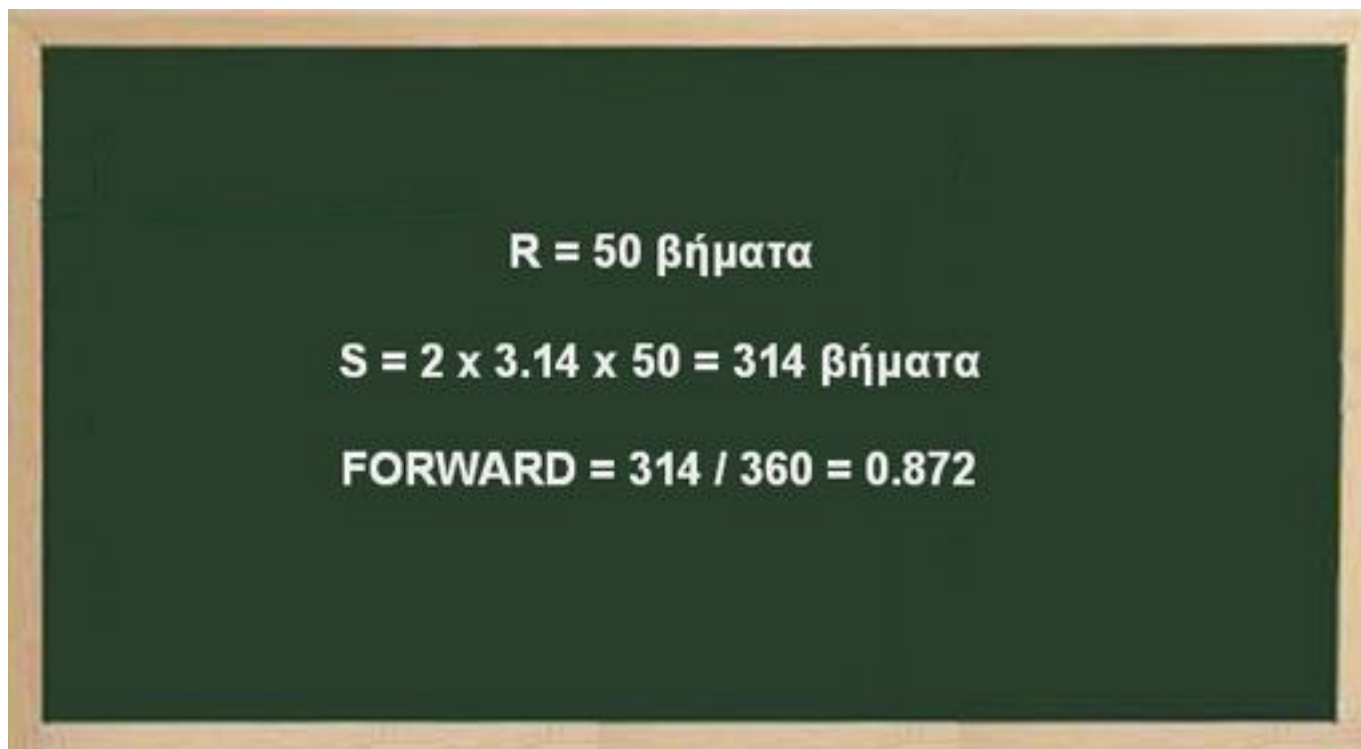
Ταυτόχρονα παρουσιάστηκε και η έννοια της διαμέτρου (δύο ακτίνες που σχηματίζουν μια ευθεία).



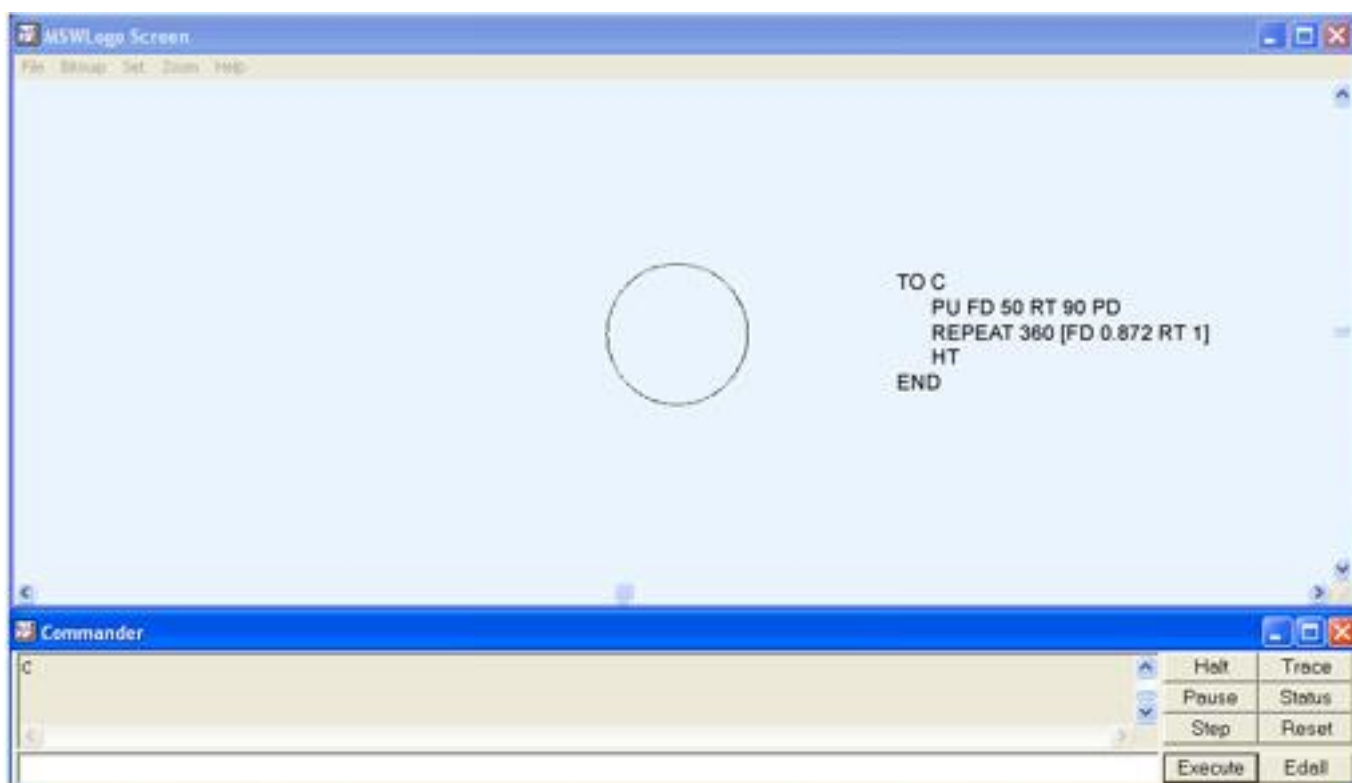
Ο τύπος αυτός ήταν και ο μοναδικός τύπος που δόθηκε στα παιδιά σε όλη τη διάρκεια της διδασκαλίας της γεωμετρίας με τη γλώσσα LOGO. Η σχέση $S=2\pi R$ είναι έξω από το σύνολο αναφοράς μας (γεωμετρία της χελώνας) και γι' αυτό ήταν αδύνατο να ανακαλυφθεί από τα ίδια τα παιδιά, ούτε και να εξηγηθεί σ' αυτά. Δόθηκε απλά και μόνο σαν σχέση που ξέρουμε ότι ισχύει πάντα. Για τα παιδιά αρκούσε το γεγονός ότι οι κύκλοι που φτιάχνονταν μ' αυτή τη σχέση ήταν αυτοί που ήθελαν. Έτσι μπορούσαν τώρα να κατασκευάσουν έναν κύκλο με οποιοδήποτε κέντρο και οποιαδήποτε ακτίνα επιθυμούσαν.



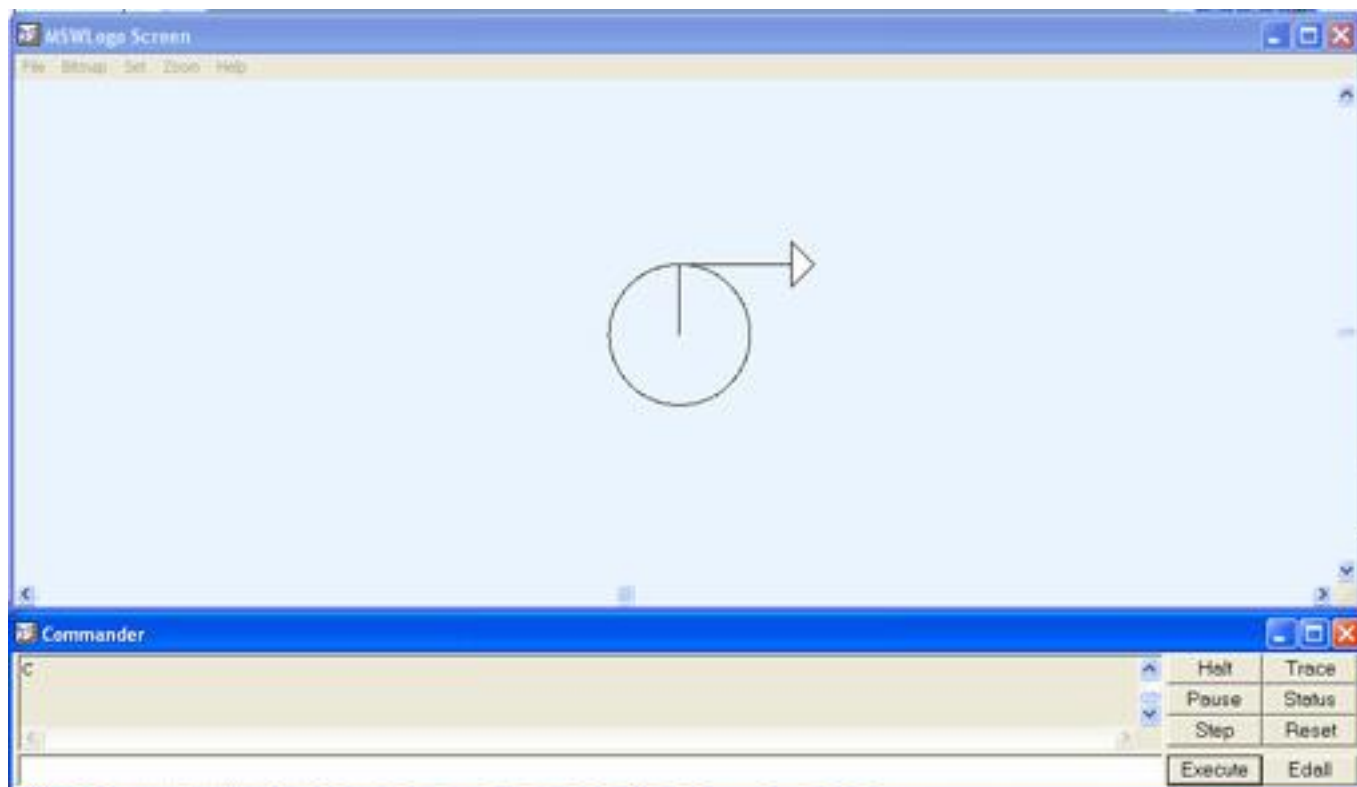
Για παράδειγμα, αν ήθελαν να σχεδιάσουν έναν κύκλο με κέντρο το κέντρο της οθόνης και ακτίνα 50 βήματα, τότε αυτός ο κύκλος θα είχε περιφέρεια $S=2 \times 3.14 \times 50=314$ βήματα. Επομένως το FORWARD αυτού του κύκλου θα ήταν $314/360=0.872$ (η προσέγγιση χιλιοστού του βήματος είναι απόλυτα επαρκής).



Για να τον σχεδιάσουν θα έπρεπε να ξεκινήσουν από το κέντρο της οθόνης, να προχωρήσουν (με PENUP) τόσα βήματα όσα η ακτίνα του κύκλου (για να φτάσουν στην περιφέρεια), να στρίψουν δεξιά (ή αριστερά) 90 μοίρες και να σχεδιάσουν (με PENDOWN) την περιφέρεια του κύκλου.



Στην κατασκευή αυτή συνειδητοποιήθηκε από τα παιδιά η ιδιότητα της καθετότητας της ακτίνας με την εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο επαφής ακτίνας και περιφέρειας. (Η ιδιότητα αυτή είχε παρουσιαστεί και νωρίτερα, σε άλλα σχέδια των παιδιών, αλλά δεν ήταν πάντα τόσο φανερή).



Δεν είναι, όμως, αυτός ο μόνος τρόπος για να σχεδιαστεί ένας κύκλος με δεδομένη ακτίνα (ή περιφέρεια). Ας δούμε ξανά τον προηγούμενο κύκλο. Αυτός έχει περιφέρεια $S=314$ βήματα. Αλλά η περιφέρεια του κύκλου είναι ίση με τον αριθμό των επαναλήψεων επί το FORWARD. Αν, λοιπόν, διαλέξουμε σαν αριθμό επαναλήψεων τον αριθμό 180 και όχι τον αριθμό 360 τότε το αντίστοιχο FORWARD θα είναι ίσο με $314/180=1.744$. Ταυτόχρονα, βέβαια, πρέπει και ο αριθμός των επαναλήψεων επί το μέγεθος της στροφής (RIGHT ή LEFT) να ισούται με 360 μοίρες. Άρα το αντίστοιχο RIGHT (ή LEFT) θα είναι ίσο με $360/180=2$.



$S = 314$ βήματα

$S = \text{REPEAT} \times \text{FORWARD}$

$\text{REPEAT} = 180$

$\text{FORWARD} = 314 / 180 = 1.744$

$\text{REPEAT} \times \text{RIGHT (ή LEFT)} = 360$

$\text{RIGHT (ή LEFT)} = 360 / 180 = 2$

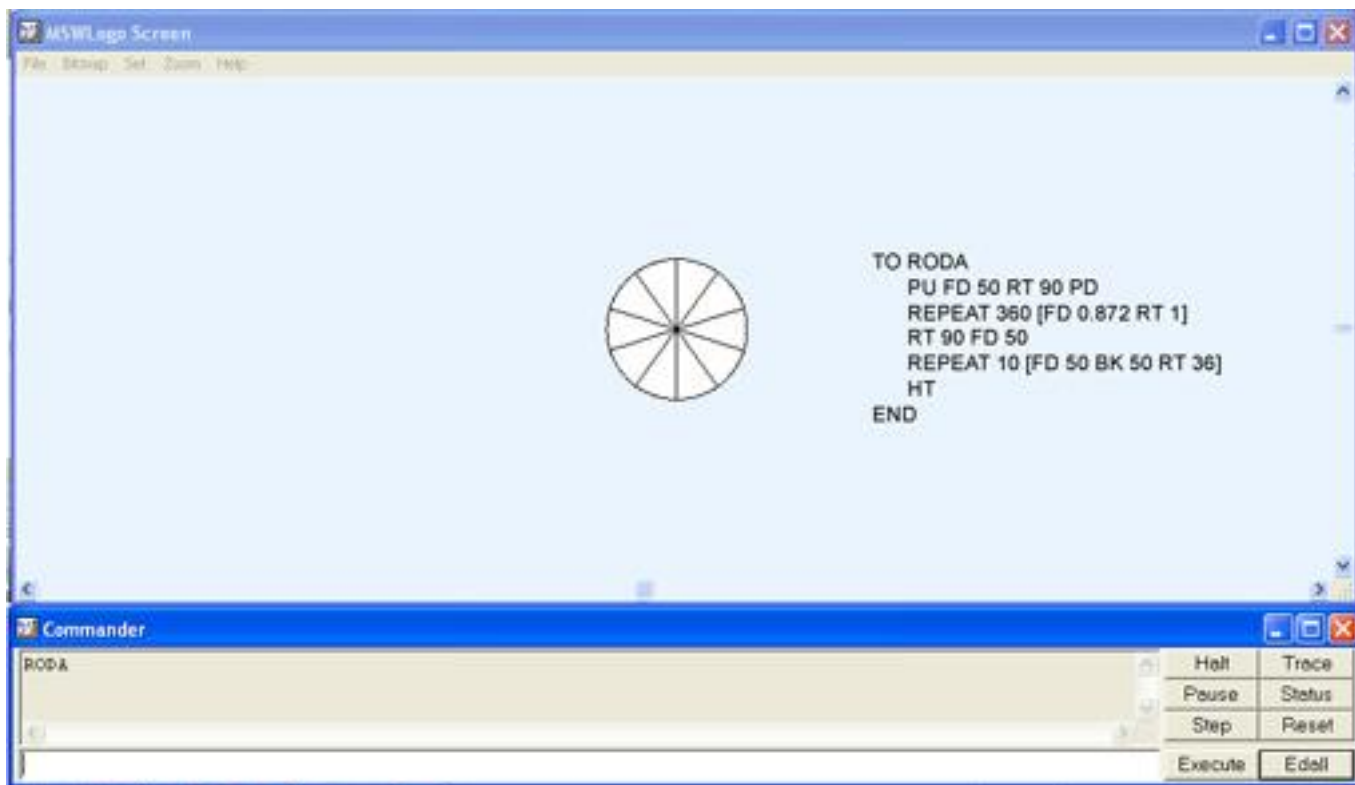
Επομένως, ο κύκλος REPEAT 180 [FD 1.744 RT 2] θα είναι ίσος με τον κύκλο REPEAT 360 [FD 0.872 RT 1]. Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε πως ίσοι με τους παραπάνω κύκλους είναι και οι κύκλοι REPEAT 90 [FD 3.489 RT 4] και REPEAT 60 [FD 5.233 RT 6] κλπ., αφού όλοι έχουν το ίδιο μήκος περιφέρειας.



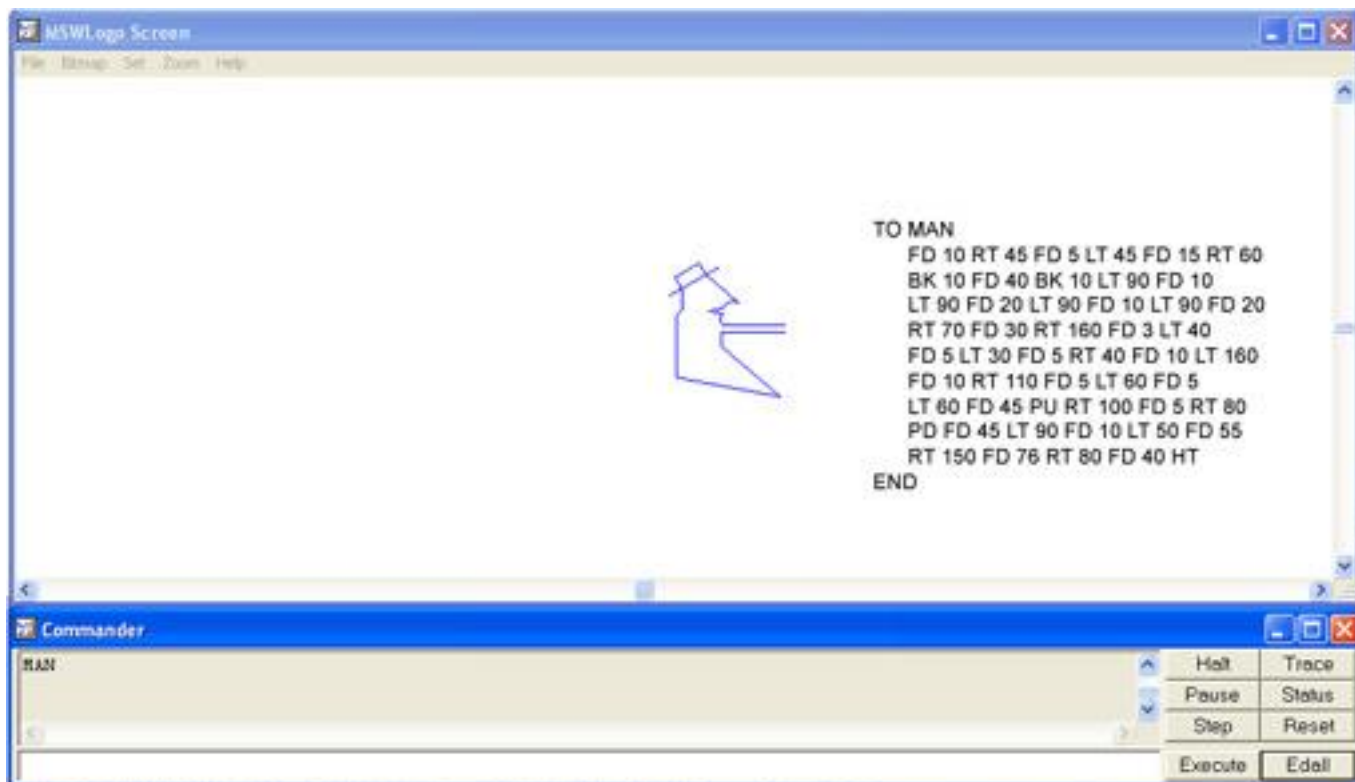
Επομένως, αν ξέρουμε το μήκος S της περιφέρειας ενός κύκλου, για να τον σχεδιάσουμε μπορούμε να διαλέξουμε αυθαίρετα έναν αριθμό επαναλήψεων A . Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το FORWARD διαιρώντας το μήκος της περιφέρειας διά του αριθμού επαναλήψεων (S/A) και τη στροφή (RIGHT ή LEFT) διαιρώντας τον αριθμό 360 (ένας πλήρης κύκλος) διά του αριθμού επαναλήψεων ($360/A$). Δηλαδή: REPEAT A [FD (S/A) RT ($360/A$)]. Η προτίμηση όλων των παιδιών στράφηκε στον αριθμό 100 (για αριθμό επαναλήψεων) επειδή μ' αυτόν η διαίρεση ήταν πολύ απλή.



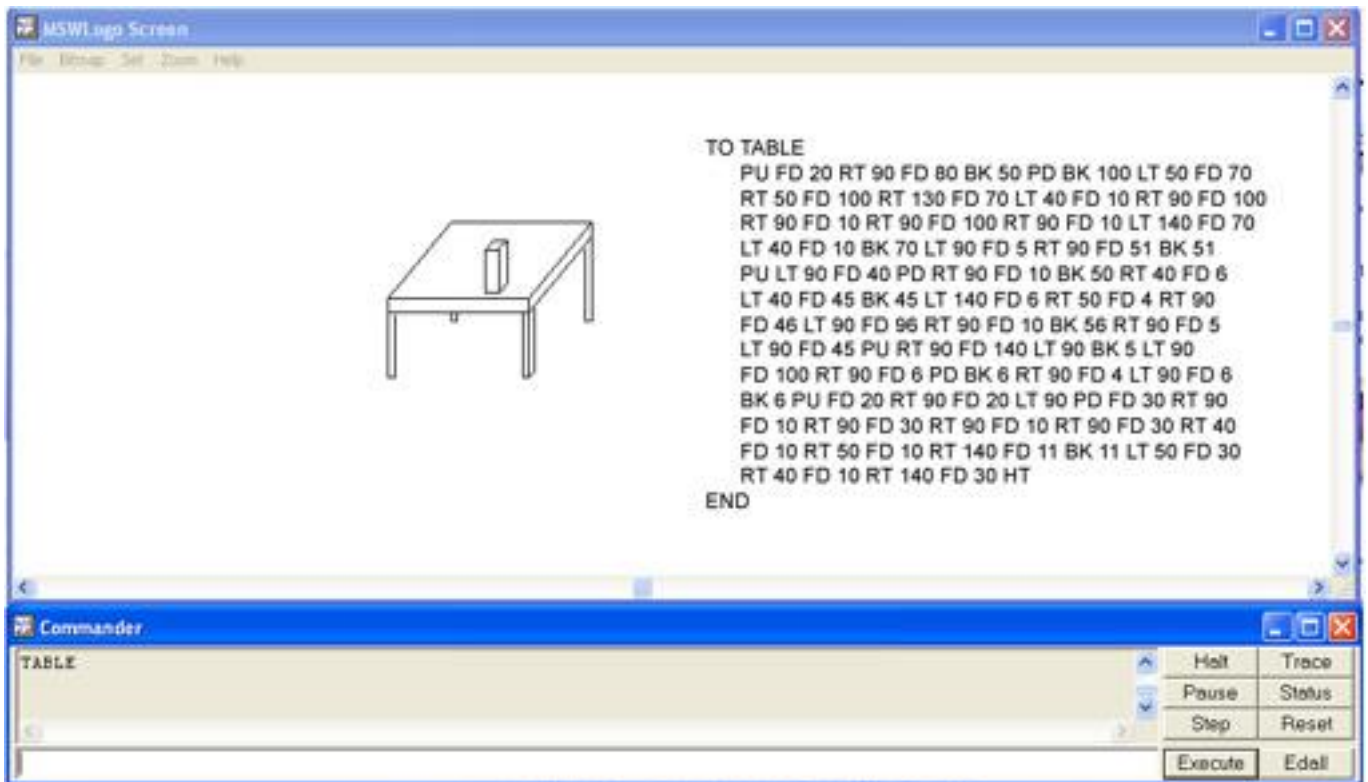
Από τη στιγμή που συνδέθηκε η ακτίνα με την περιφέρεια του κύκλου, τα παιδιά μπορούσαν να σχεδιάσουν και ακτίνες του κύκλου για να ζωγραφίσουν, για παράδειγμα, μια ρόδα ποδηλάτου.



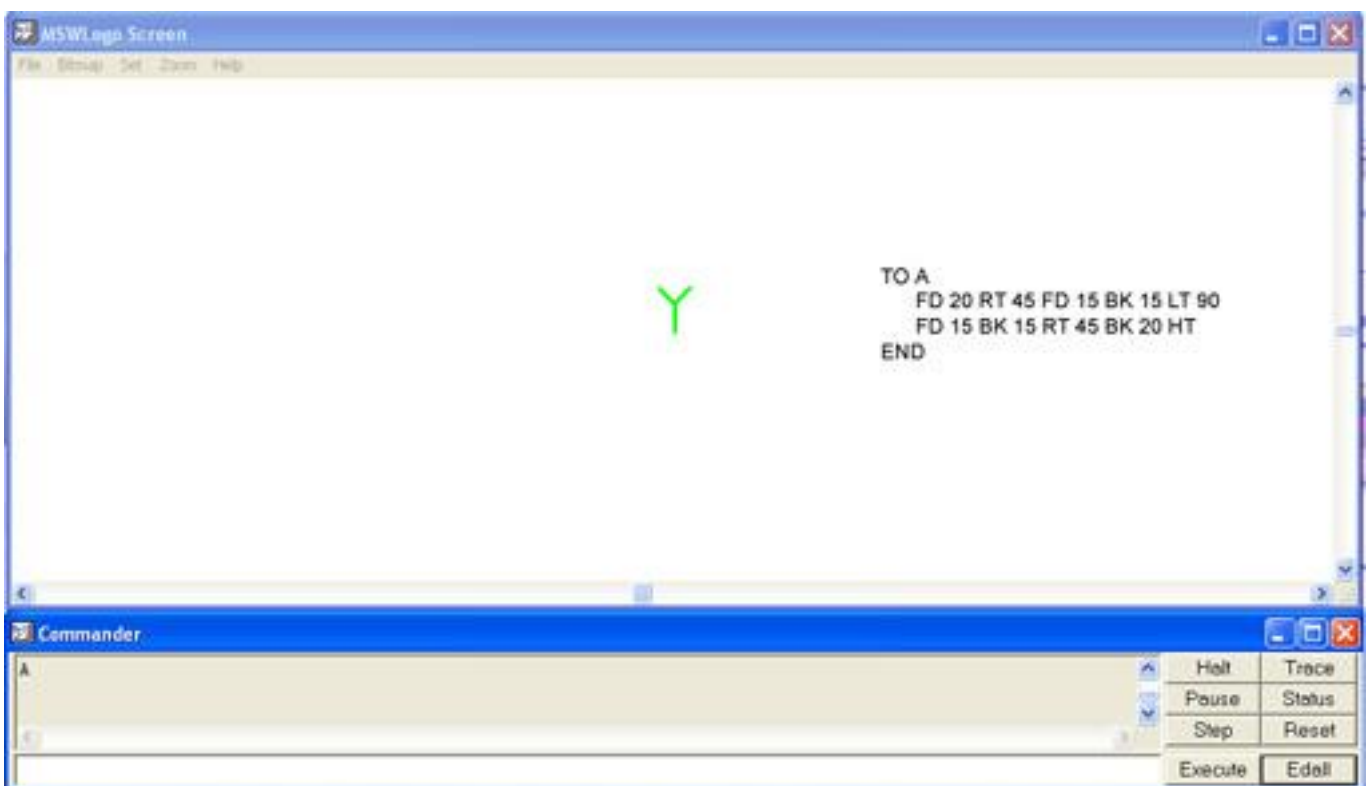
Τώρα πια τα παιδιά μπορούσαν να δημιουργήσουν πολύπλοκα και ενδιαφέροντα σχέδια. Τα σχέδια που ακολουθούν έχουν γίνει από ομάδες παιδιών που βρίσκονταν σ' αυτό το στάδιο εργασίας. Εδώ φαίνεται η ετοιμασία ενός οδηγού αυτοκινήτου.



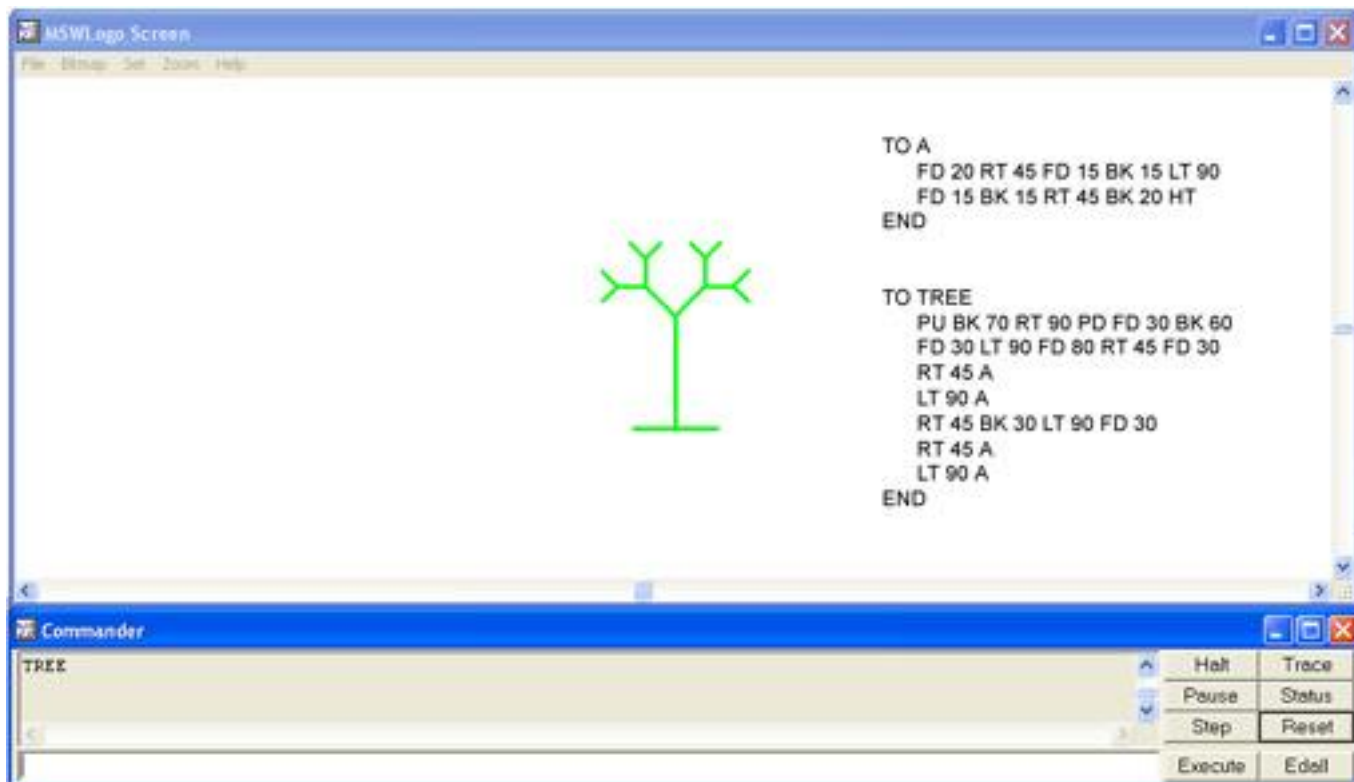
Εδώ βλέπουμε την κατασκευή ενός τραπεζιού που έχει επάνω του ένα κουτί.



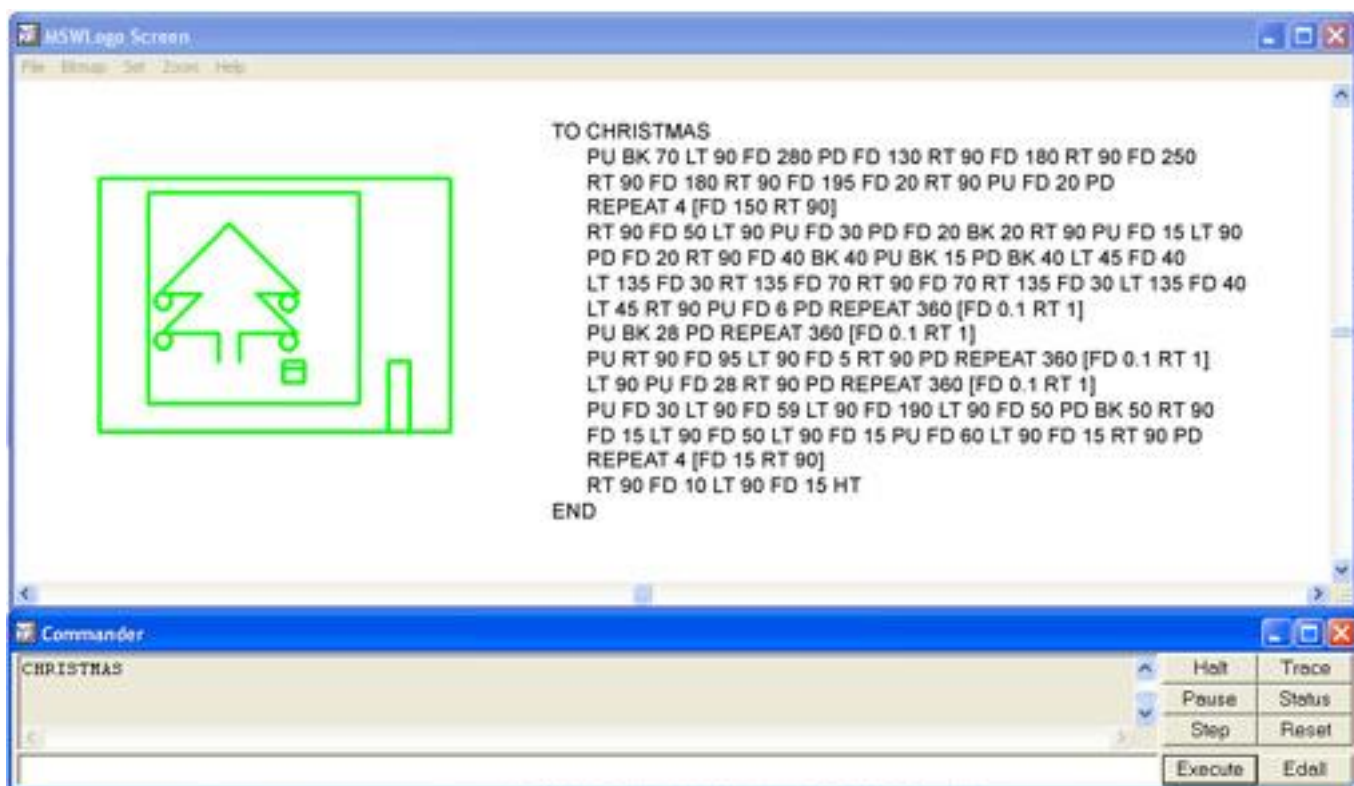
Μια μικρή διαδικασία...



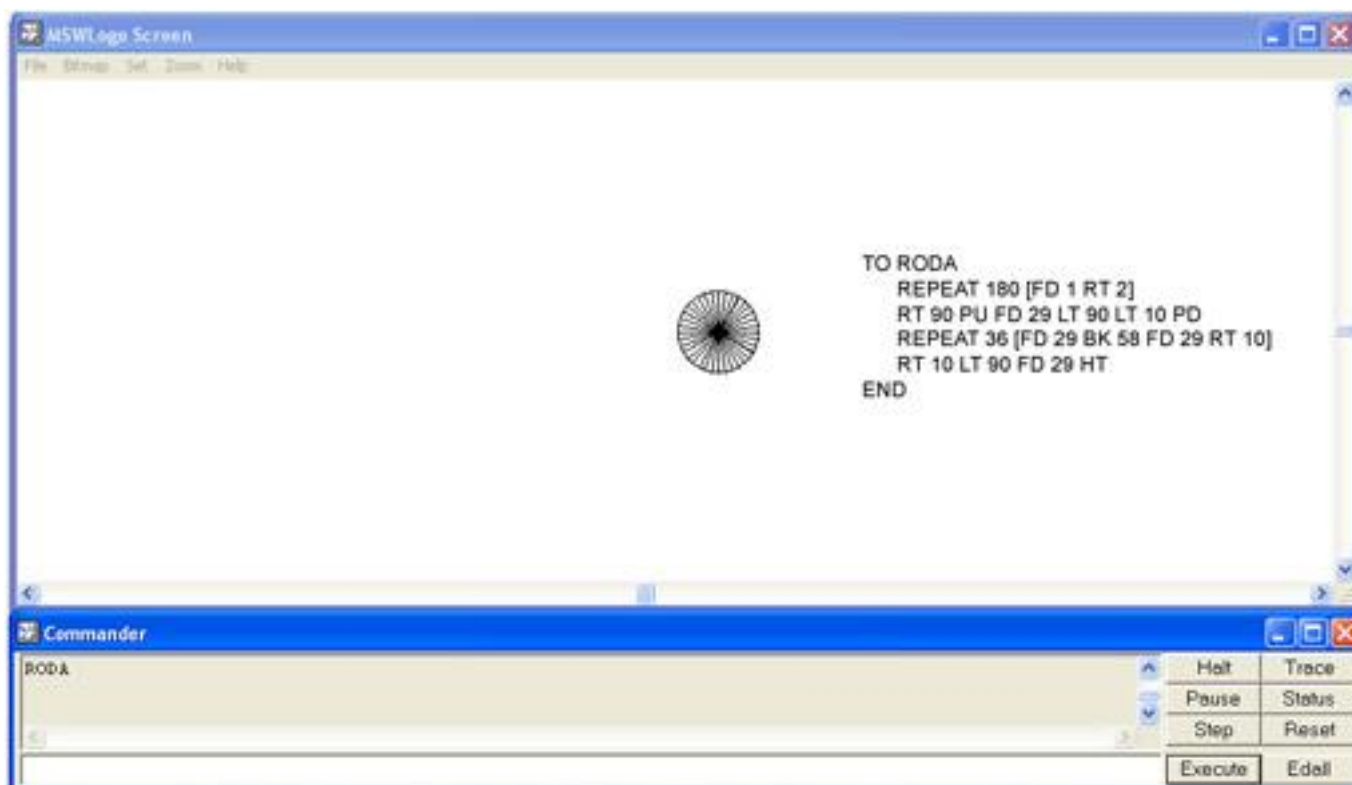
... που διευκολύνει την κατασκευή ενός δέντρου.



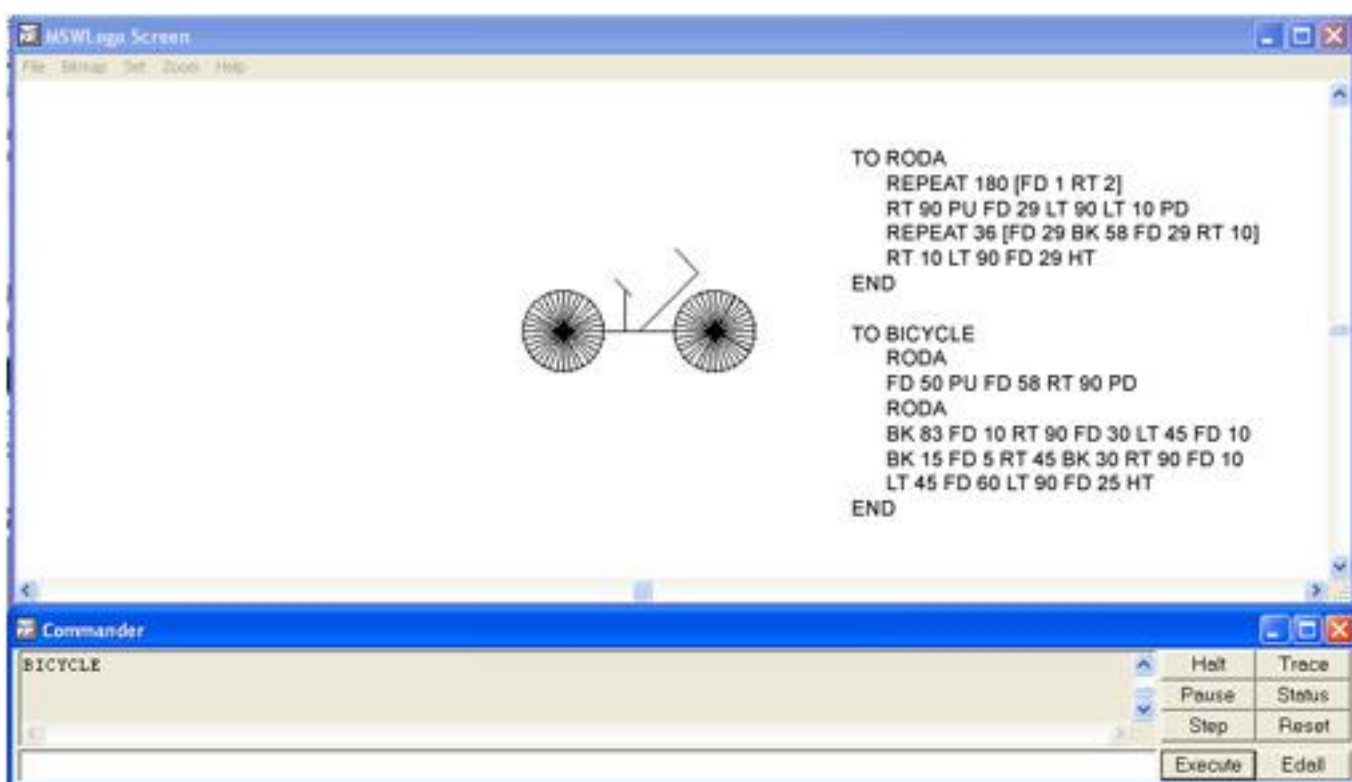
Μια σύνθεση με ένα Χριστουγεννιάτικο δέντρο.



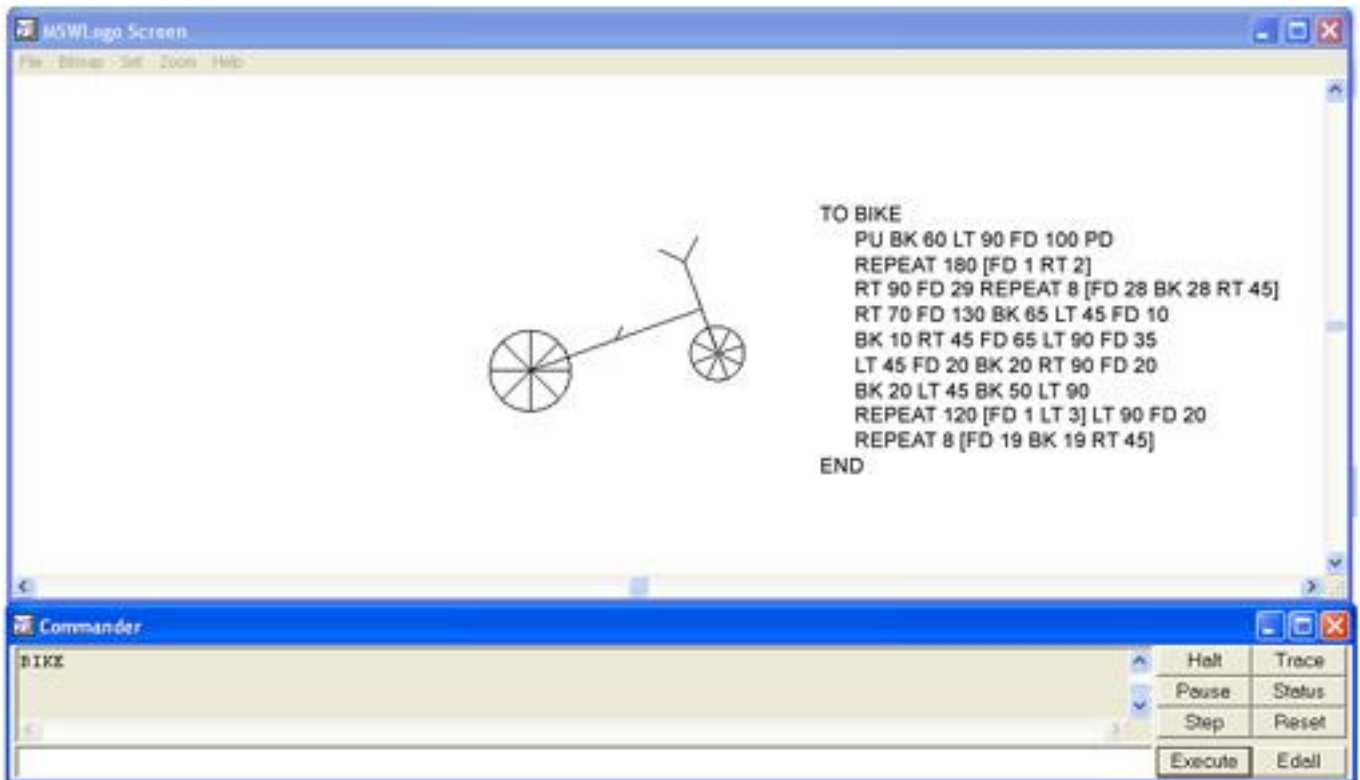
Μια διαδικασία...



... που βοηθά στη σχεδίαση ενός ποδήλατου.



Και ένα διαφορετικό ποδήλατο.

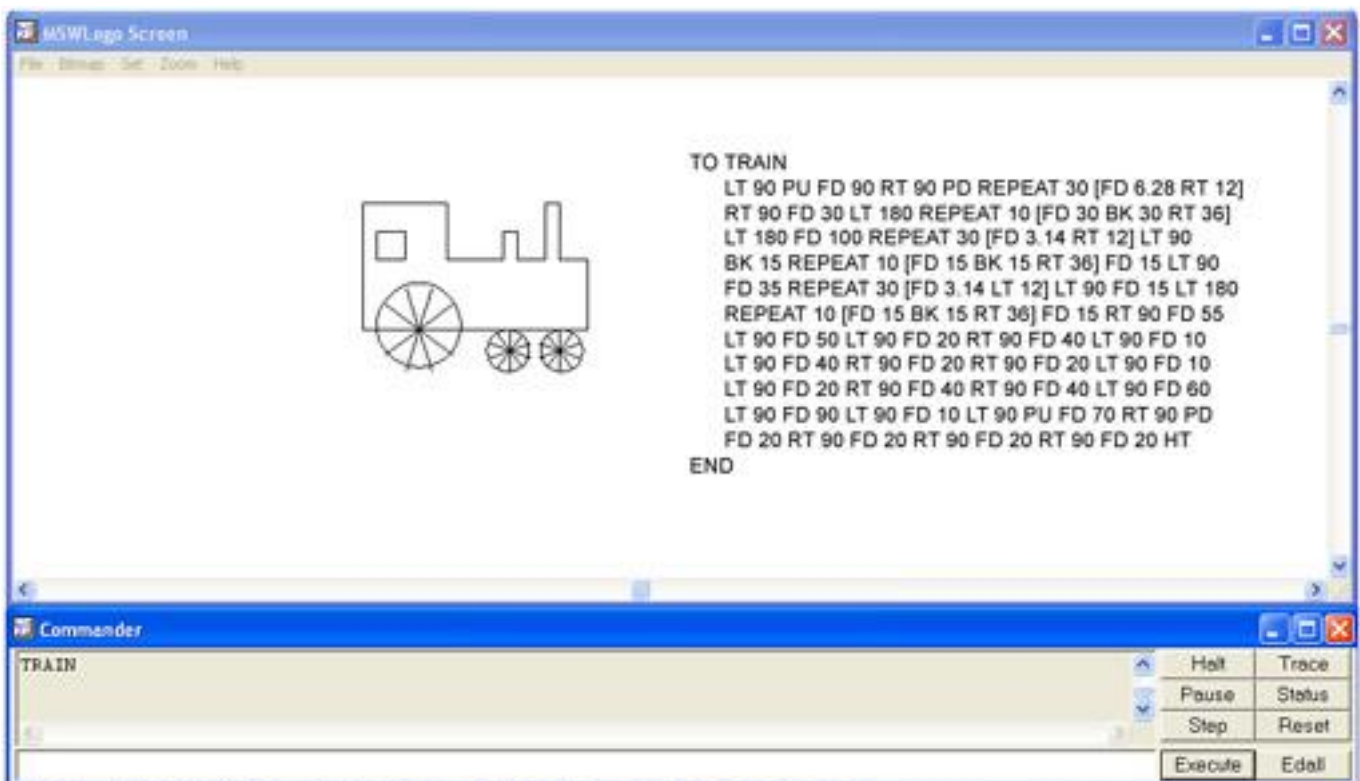


The screenshot shows the MSWLogo environment. The main window displays a drawing of a bicycle. To the right of the drawing is the Logo code for creating the bicycle:

```
TO BIKE
  PU BK 60 LT 90 FD 100 PD
  REPEAT 180 [FD 1 RT 2]
  RT 90 FD 29 REPEAT 8 [FD 28 BK 28 RT 45]
  RT 70 FD 130 BK 65 LT 45 FD 10
  BK 10 RT 45 FD 65 LT 90 FD 35
  LT 45 FD 20 BK 20 RT 90 FD 20
  BK 20 LT 45 BK 50 LT 90
  REPEAT 120 [FD 1 LT 3] LT 90 FD 20
  REPEAT 8 [FD 19 BK 19 RT 45]
END
```

Below the main window is the Commander window, which contains the text "BIKE" and a set of control buttons: Halt, Trace, Pause, Status, Step, Reset, Execute, and Edall.

Μια ατμομηχανή.

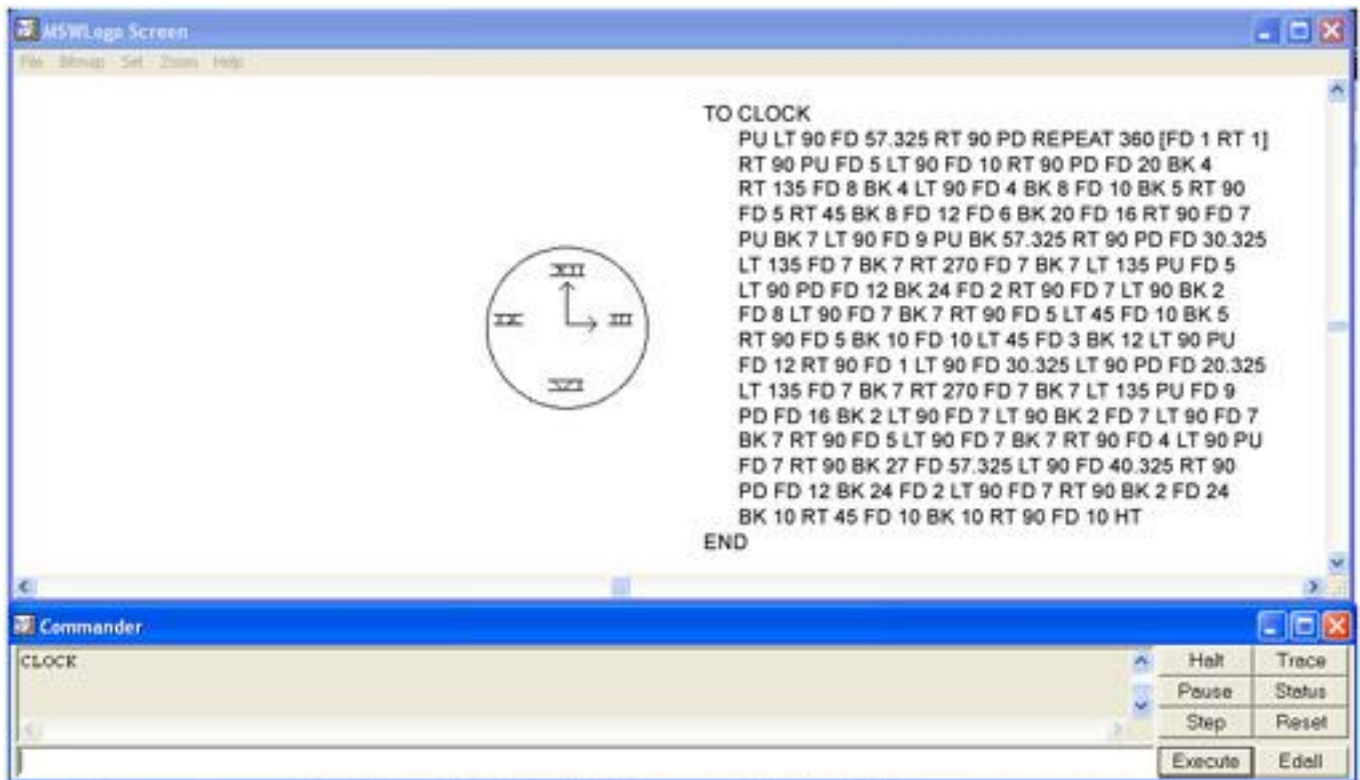


The screenshot shows the MSWLogo environment. The main window displays a drawing of a steam locomotive. To the right of the drawing is the Logo code for creating the locomotive:

```
TO TRAIN
  LT 90 PU FD 90 RT 90 PD REPEAT 30 [FD 6.28 RT 12]
  RT 90 FD 30 LT 180 REPEAT 10 [FD 30 BK 30 RT 36]
  LT 180 FD 100 REPEAT 30 [FD 3.14 RT 12] LT 90
  BK 15 REPEAT 10 [FD 15 BK 15 RT 36] FD 15 LT 90
  FD 35 REPEAT 30 [FD 3.14 LT 12] LT 90 FD 15 LT 180
  REPEAT 10 [FD 15 BK 15 RT 36] FD 15 RT 90 FD 55
  LT 90 FD 50 LT 90 FD 20 RT 90 FD 40 LT 90 FD 10
  LT 90 FD 40 RT 90 FD 20 RT 90 FD 20 LT 90 FD 10
  LT 90 FD 20 RT 90 FD 40 RT 90 FD 40 LT 90 FD 60
  LT 90 FD 90 LT 90 FD 10 LT 90 PU FD 70 RT 90 PD
  FD 20 RT 90 FD 20 RT 90 FD 20 RT 90 FD 20 HT
END
```

Below the main window is the Commander window, which contains the text "TRAIN" and a set of control buttons: Halt, Trace, Pause, Status, Step, Reset, Execute, and Edall.

Κι ένα ρολόι με λατινικούς αριθμούς.



Στην προσπάθειά τους να ζωγραφίσουν μια βάρκα, τα παιδιά θέλησαν να ζωγραφίσουν τη θάλασσα με κύματα. Αυτή ήταν μια πολύ καλή ευκαιρία για την εισαγωγή της έννοιας του τόξου σαν τμήμα της περιφέρειας ενός κύκλου.



Για παράδειγμα, αν η ακτίνα του κύκλου είναι 20 βήματα, τότε η περιφέρεια του κύκλου θα είναι $2 \text{ επί } 3,14 \text{ επί } 20 = 125,6$ βήματα. Και διαιρώντας δια 360 παίρνουμε 0,349. Άρα ολόκληρος ο κύκλος δημιουργείται με την εντολή REPEAT 360 [FORWARD 0,349 RIGHT 1] ενώ ο μισός κύκλος δημιουργείται με την εντολή REPEAT 180 [FORWARD 0,349 RIGHT 1].

R = 20 βήματα

S = 2 x 3.14 x 20 = 125.6

S / 360 = 0.349

Ολόκληρος κύκλος
REPEAT 360 [FD 0.349 RT 1]

Μισός κύκλος
REPEAT 180 [FD 0.349 RT 1]

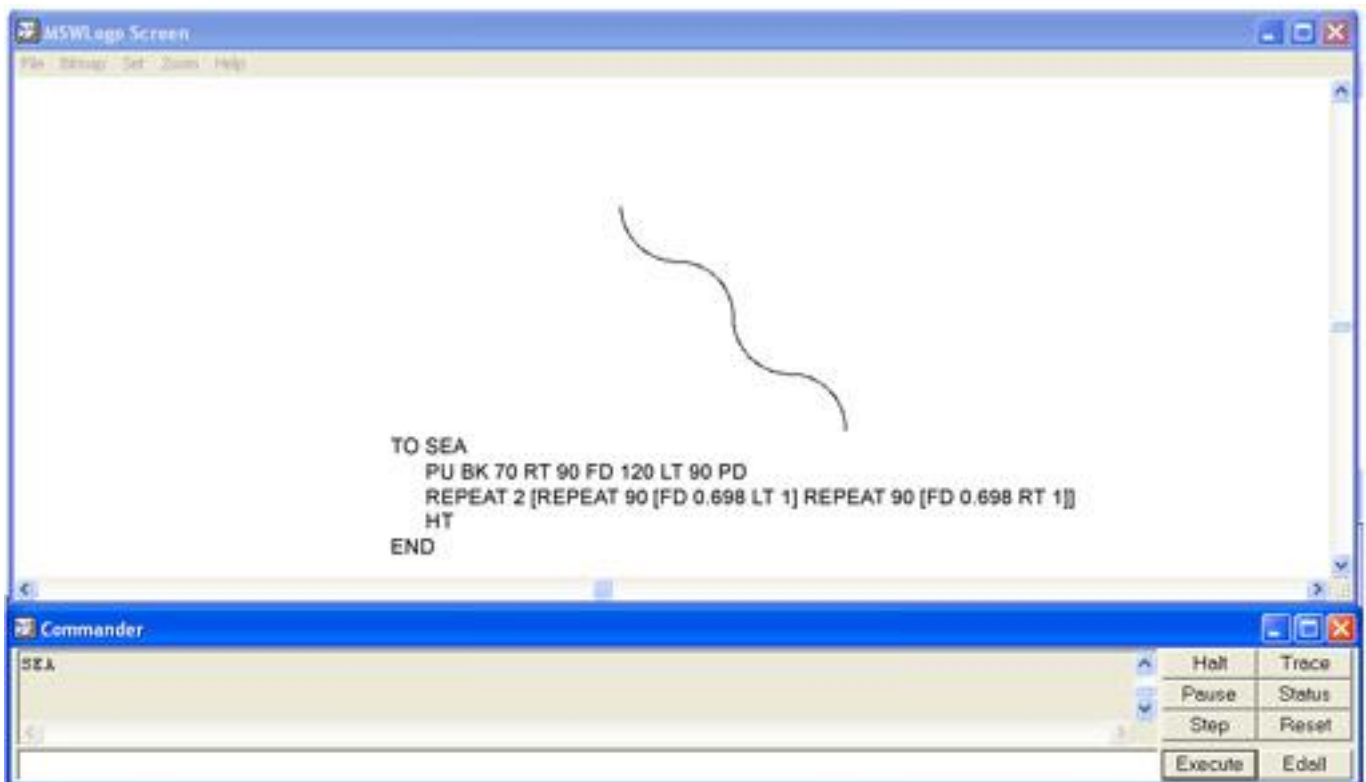
Έτσι όλα τα παιδιά έφτασαν εύκολα στη σχεδίαση της θάλασσας.

TO SEA
PU RT 90 FD 120 LT 90 PD
REPEAT 3 [REPEAT 180 [FD 0.349 LT 1] REPEAT 180 [FD 0.349 RT 1]]
HT
END

Αυτή η θάλασσα, όμως, δεν άρεσε στα παιδιά. Την ήθελαν και πιο φυσική και «ήρεμη». Έτσι, μετά από αρκετές δοκιμές, όλες οι ομάδες σκέφτηκαν να χρησιμοποιήσουν ένα μικρότερο τόξο ενός μεγαλύτερου κύκλου. Διπλασίασαν, λοιπόν, την ακτίνα και πήραν τόξο ίσο με το 1/4 του κύκλου. Δηλαδή: περιφέρεια $S=2 \times 3.14 \times 40=251,2$ και $S/360=0,698$. Οπότε η εντολή για το κάθε τόξο έγινε: REPEAT 90 [FORWARD 0,698 RIGHT 1].



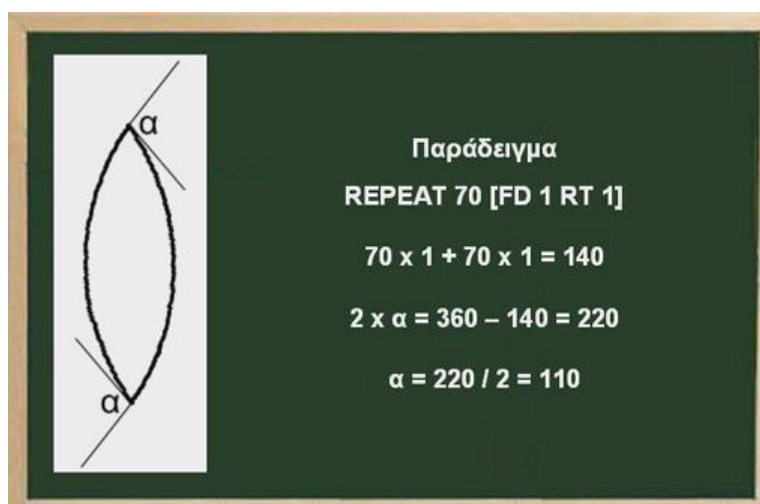
Το αποτέλεσμα, όμως, είχε κάτι απρόοπτο.



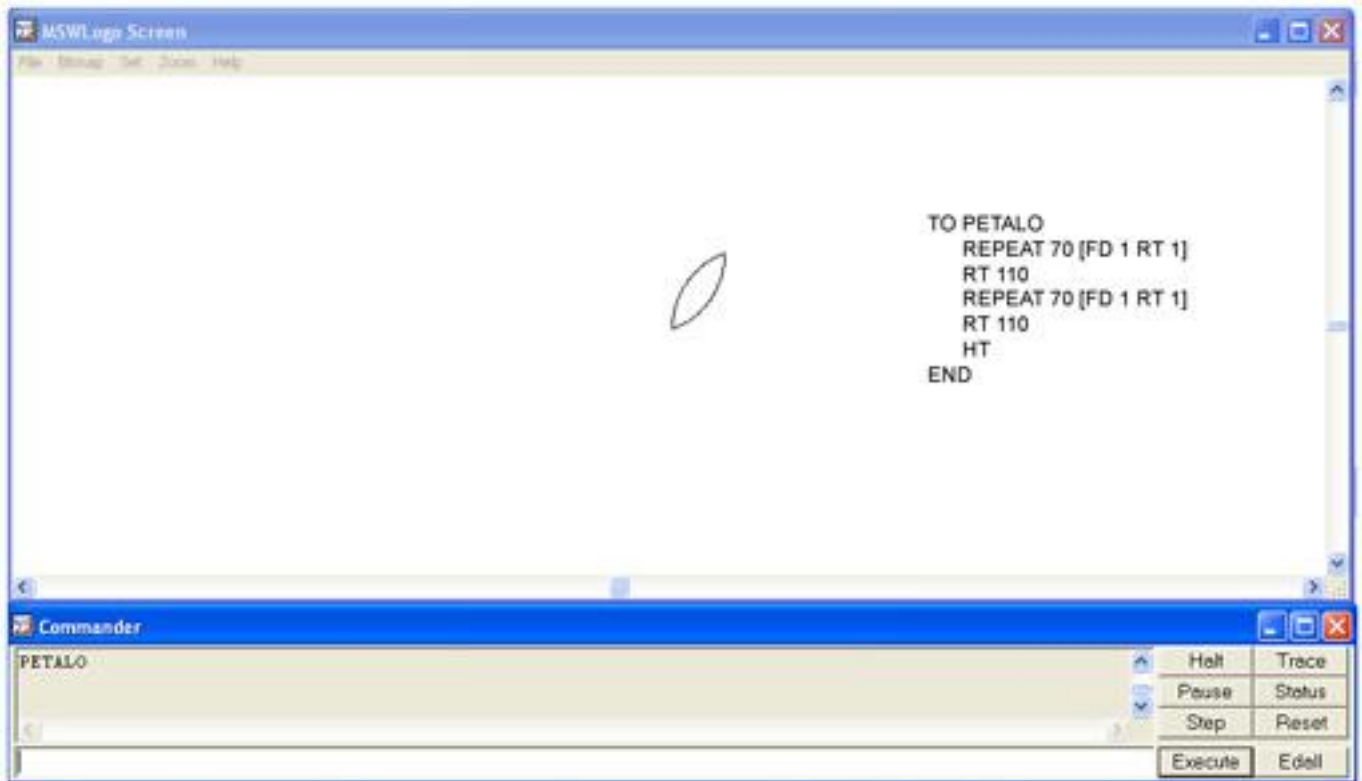
Μετά από αρκετές προσπάθειες και μια μικρή συζήτησή μου με τα παιδιά, εκείνα κατάλαβαν πως το πρόβλημα βρισκόταν στον προσανατολισμό της χελώνας τη στιγμή που αρχίζει τη σχεδίαση του πρώτου –από τα δεξιά– τόξου (κατακόρυφα προς τα πάνω και όχι –όπως χρειάζεται– με κλίση 45 μοιρών προς τα αριστερά). Η σωστή κλίση ανακαλύφθηκε από τα παιδιά μετά από δυο-τρεις δοκιμές.



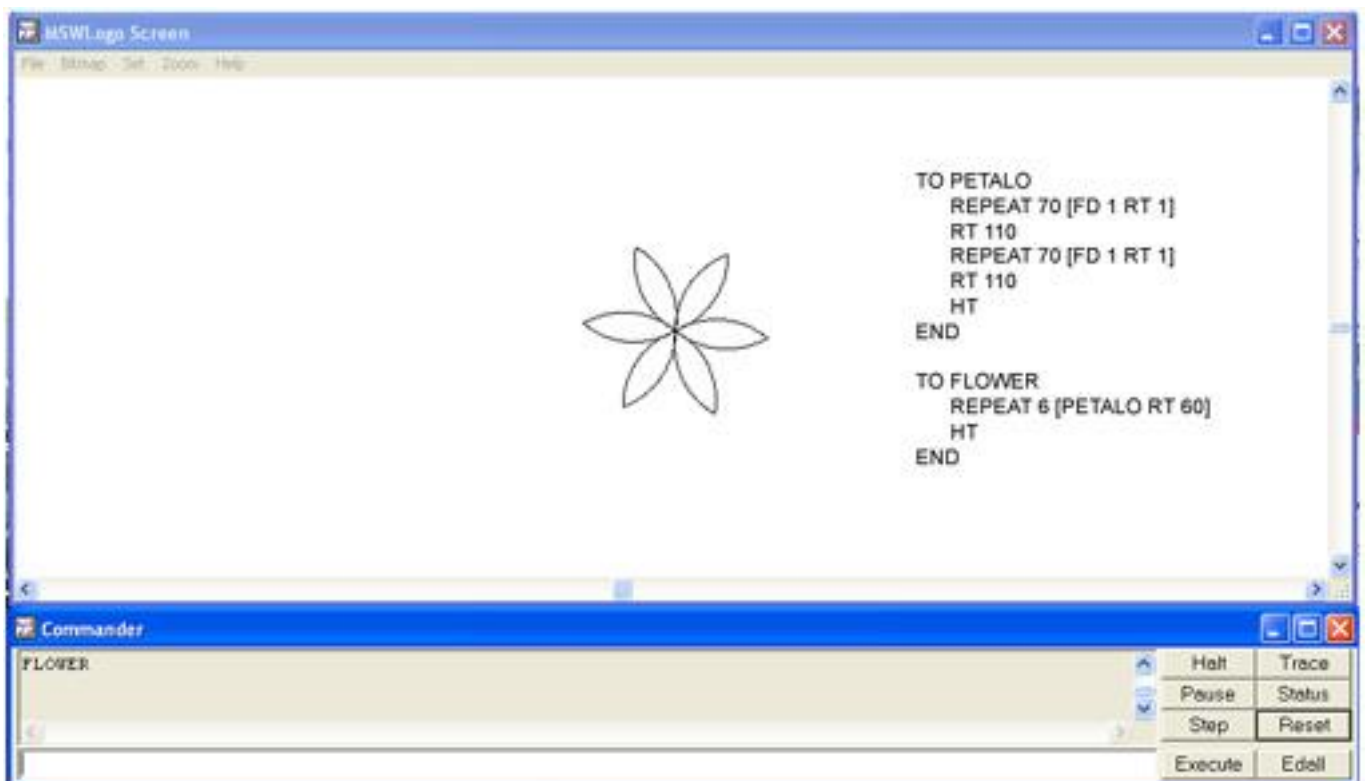
Ο επόμενος στόχος ήταν η σχεδίαση ενός λουλουδιού (μιας μαργαρίτας). Το πρώτο βήμα στην επίτευξη αυτού του στόχου ήταν η σχεδίαση του ενός πέταλου. Στην κατασκευή αυτή το κρίσιμο σημείο είναι ο υπολογισμός της γωνίας α . Το άθροισμα των γωνιών που θα στρίψει η χελώνα για να γυρίσει στην αρχική της θέση θα είναι, φυσικά, 360 μοίρες. Αν διαλέξουμε, για παράδειγμα, την εντολή REPEAT 70 [FD 1 RT 1] για την κατασκευή καθενός από τα δύο τόξα του πέταλου, τότε στη διαδρομή των δύο τόξων η χελώνα θα στρίψει $70 \times 1 + 70 \times 1 = 140$ μοίρες. Επομένως, οι δύο γωνίες α θα πρέπει να έχουν άθροισμα $360 - 140 = 220$ μοίρες, δηλαδή η καθεμία από αυτές θα είναι $220 / 2 = 110$ μοίρες.



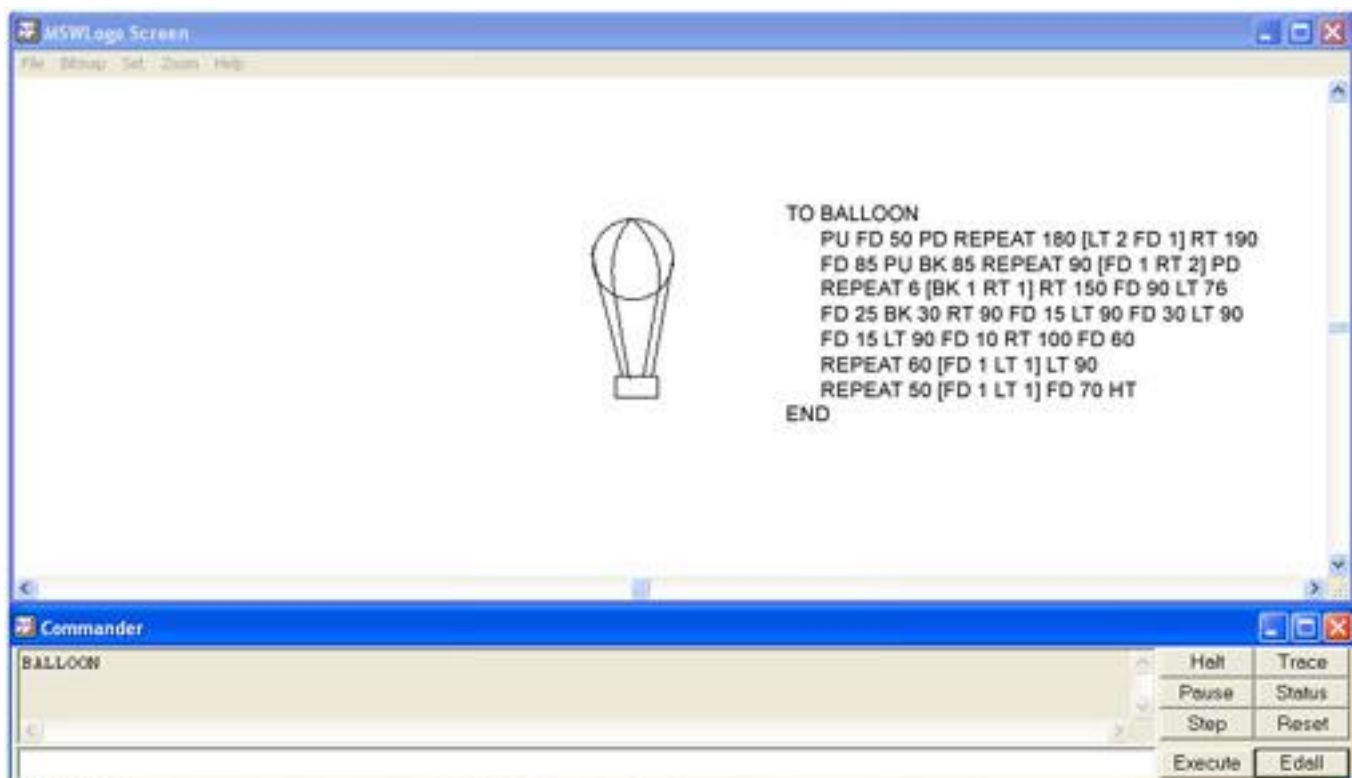
Έτσι, τα παιδιά κατάφεραν να φτιάξουν το πρόγραμμα για τη σχεδίαση ενός πέταλου.



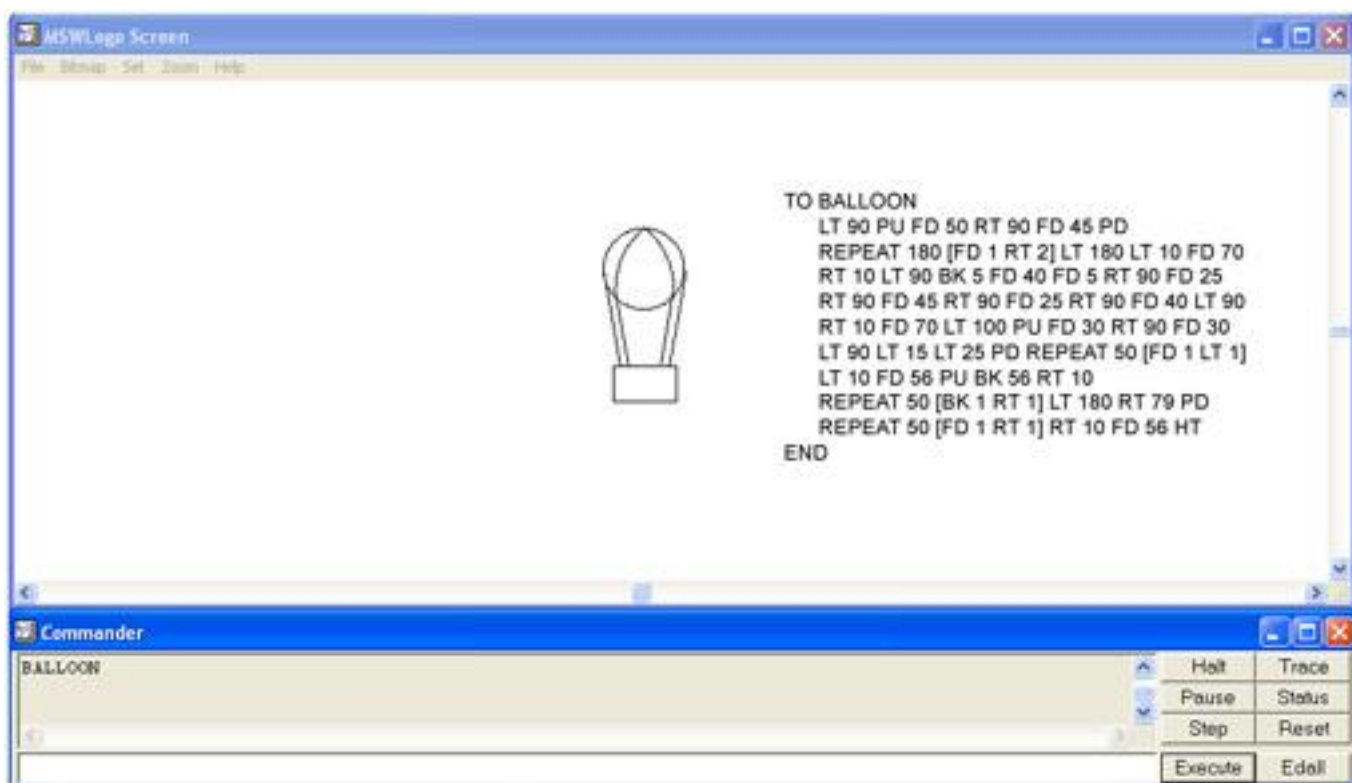
Και με μεγάλη ευκολία, να προχωρήσουν στη σχεδίαση του λουλουδιού.



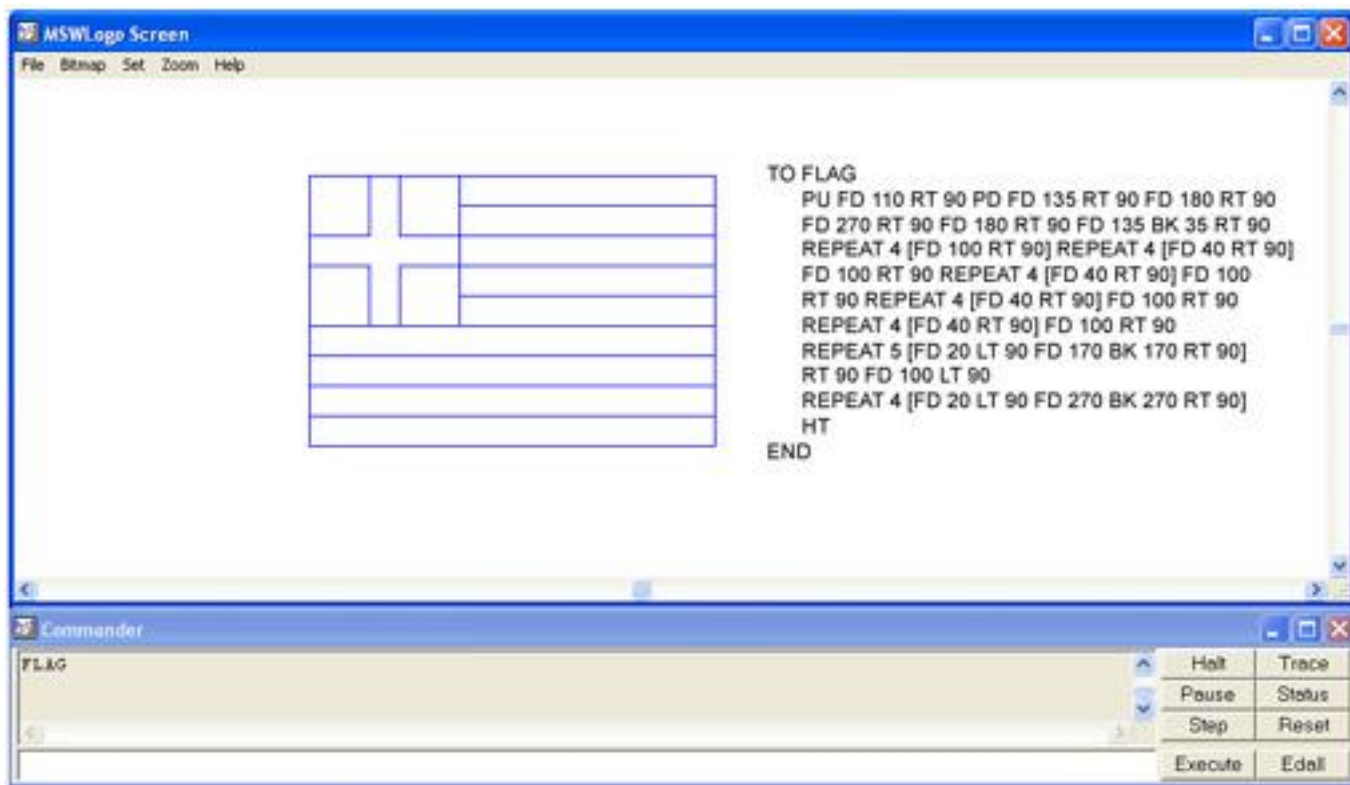
Στη συνέχεια ζητήθηκε από τα παιδιά να σχεδιάσουν μόνα τους ένα αερόστατο. Τα αποτελέσματα ήταν εντυπωσιακά.



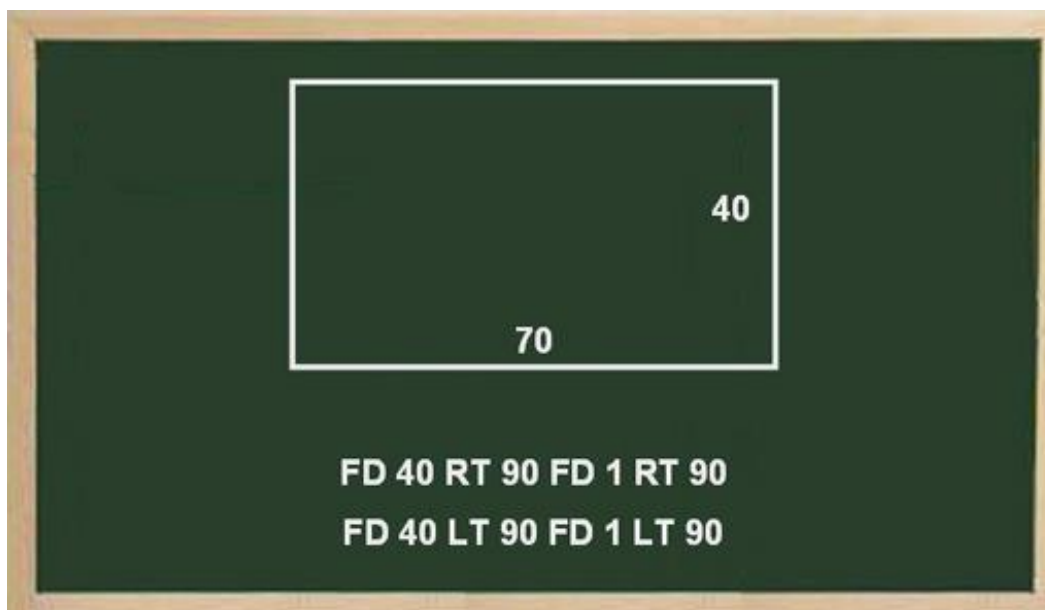
Μολονότι αυτό και το προηγούμενο σχήμα μοιάζουν πολύ, η κατασκευή τους (όπως φαίνεται από τα αντίστοιχα προγράμματα) είναι πολύ διαφορετική. Δύο έννοιες παρουσιάζουν μεγάλο ενδιαφέρον στις κατασκευές αυτές. Η έννοια της εφαπτόμενης και η έννοια της συναρμογής ευθείας με τόξο κύκλου. Οι κατασκευές έγιναν από τα παιδιά με διαδοχικές προσεγγίσεις.



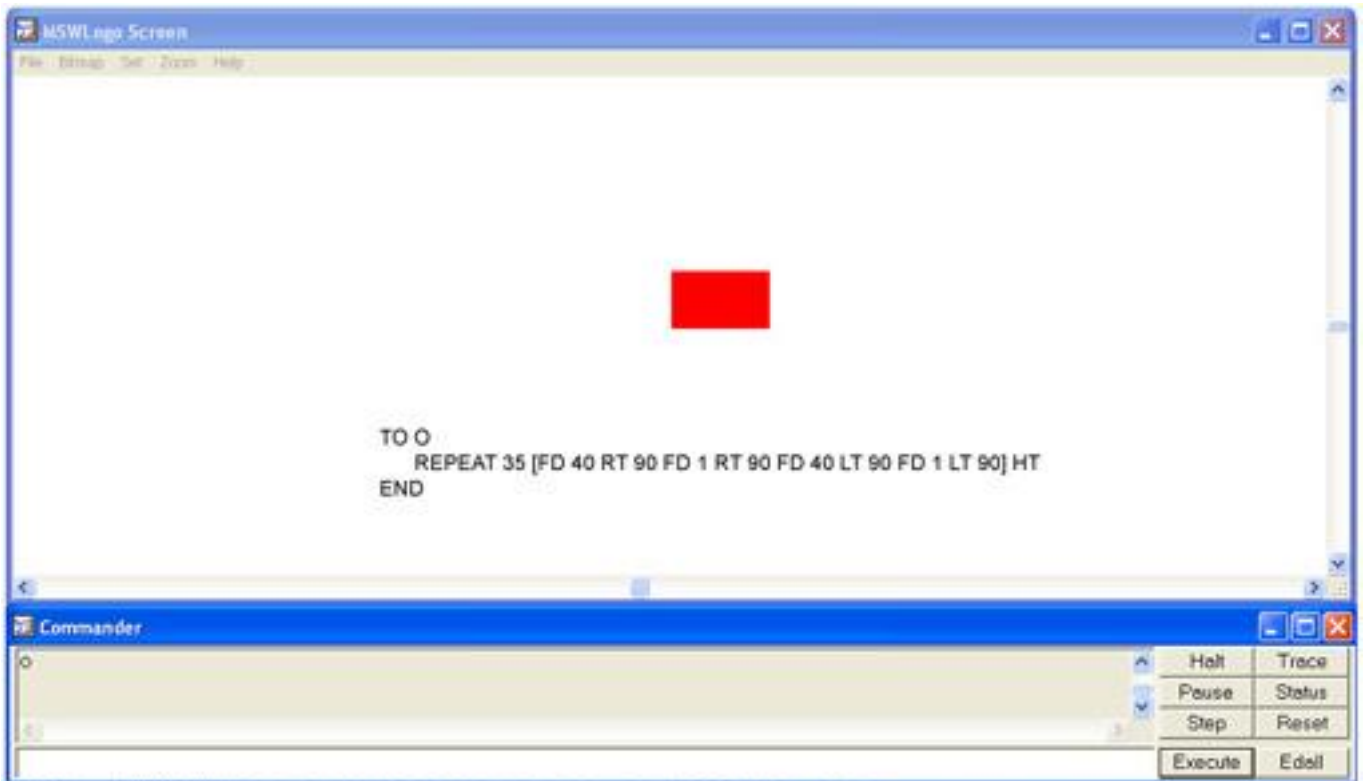
Για να προσεγγίσουν τα παιδιά την έννοια του εμβαδού, τους ζητήθηκε να σχεδιάσουν την ελληνική σημαία (τη λεγόμενη «της θάλασσας») και να τη χρωματίσουν ανάλογα. Η σχεδίαση της σημαίας δεν παρουσίασε κανένα ιδιαίτερο πρόβλημα.



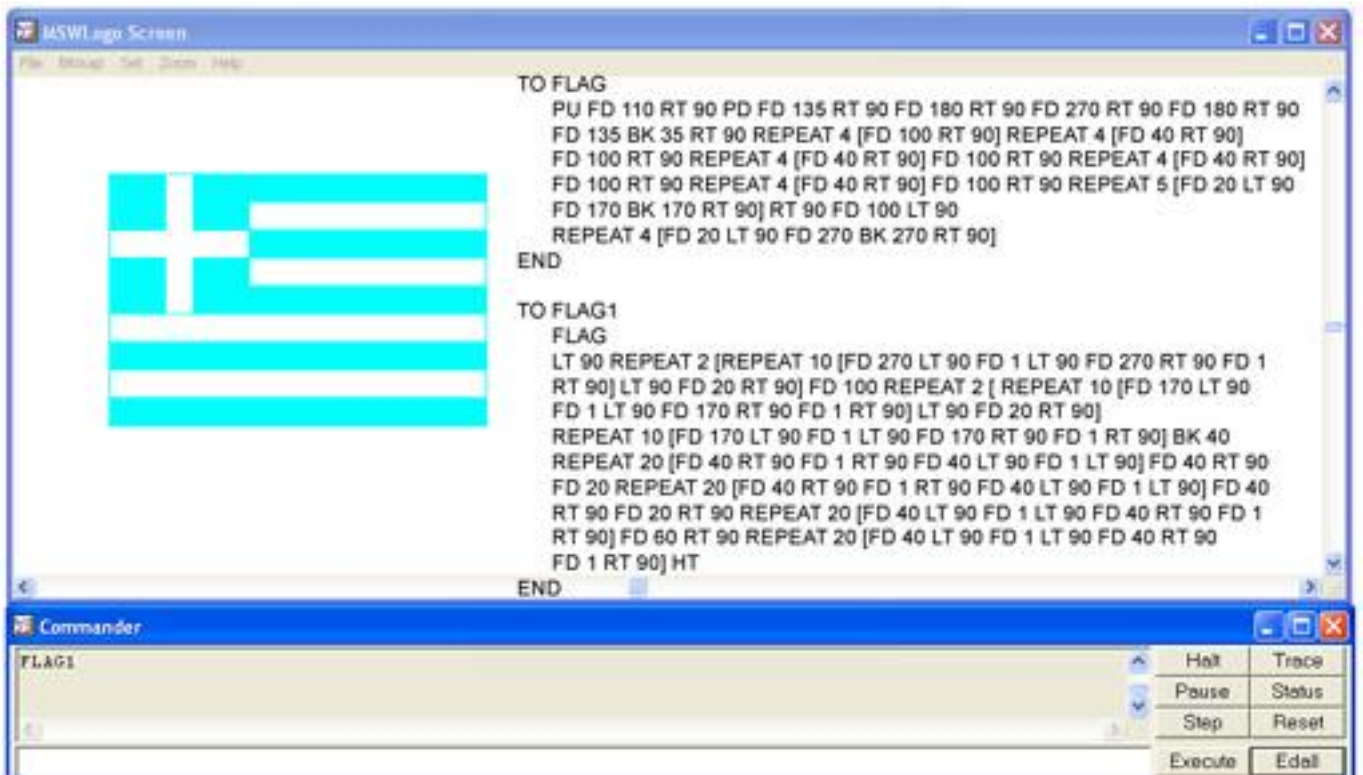
Το χρωμάτισμα, όμως, των γαλάζιων τμημάτων της σημαίας τα παιδιά δεν το κατόρθωσαν αμέσως. Χρειάστηκαν ένα μεταβατικό στάδιο που περιλάμβανε το χρωμάτισμα ενός ορθογώνιου παραλληλόγραμμου, για παράδειγμα πλάτους 70 και ύψους 40 βημάτων. Υπάρχουν δύο δυνατοί τρόποι για το χρωμάτισμα αυτού του ορθογώνιου. Ο ένας είναι με οριζόντιες γραμμές και ο άλλος με κατακόρυφες. Και στις δύο περιπτώσεις η λογική της κατασκευής είναι η ίδια. Για παράδειγμα (κατακόρυφες γραμμές), η στοιχειώδης διαδικασία που επαναλαμβάνεται είναι αυτή που εμφανίζεται στην οθόνη, η οποία σχεδιάζει δύο διαδοχικές κατακόρυφες γραμμές (μία προς τα πάνω και μία προς τα κάτω).



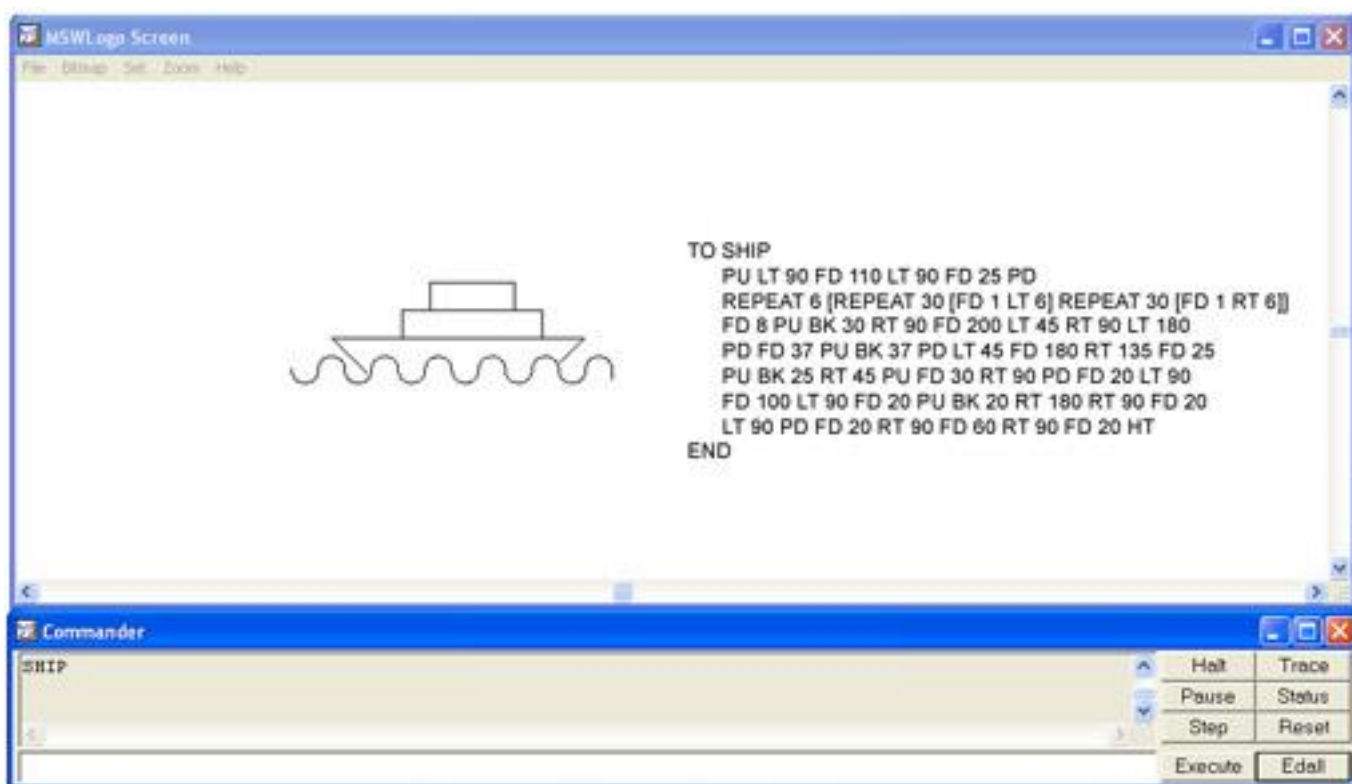
Επομένως, για να «χρωματιστεί» το ορθογώνιο χρειάζονται 35 επαναλήψεις αυτής της διαδικασίας για να σχεδιαστούν 70 κατακόρυφες γραμμές. Δηλαδή για να «γεμίσει» το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο χρειάζονται 70x40 κουκίδες (pixels) ή τετραγωνικά βήματα (βήματα που έχουν πλάτος ένα βήμα).



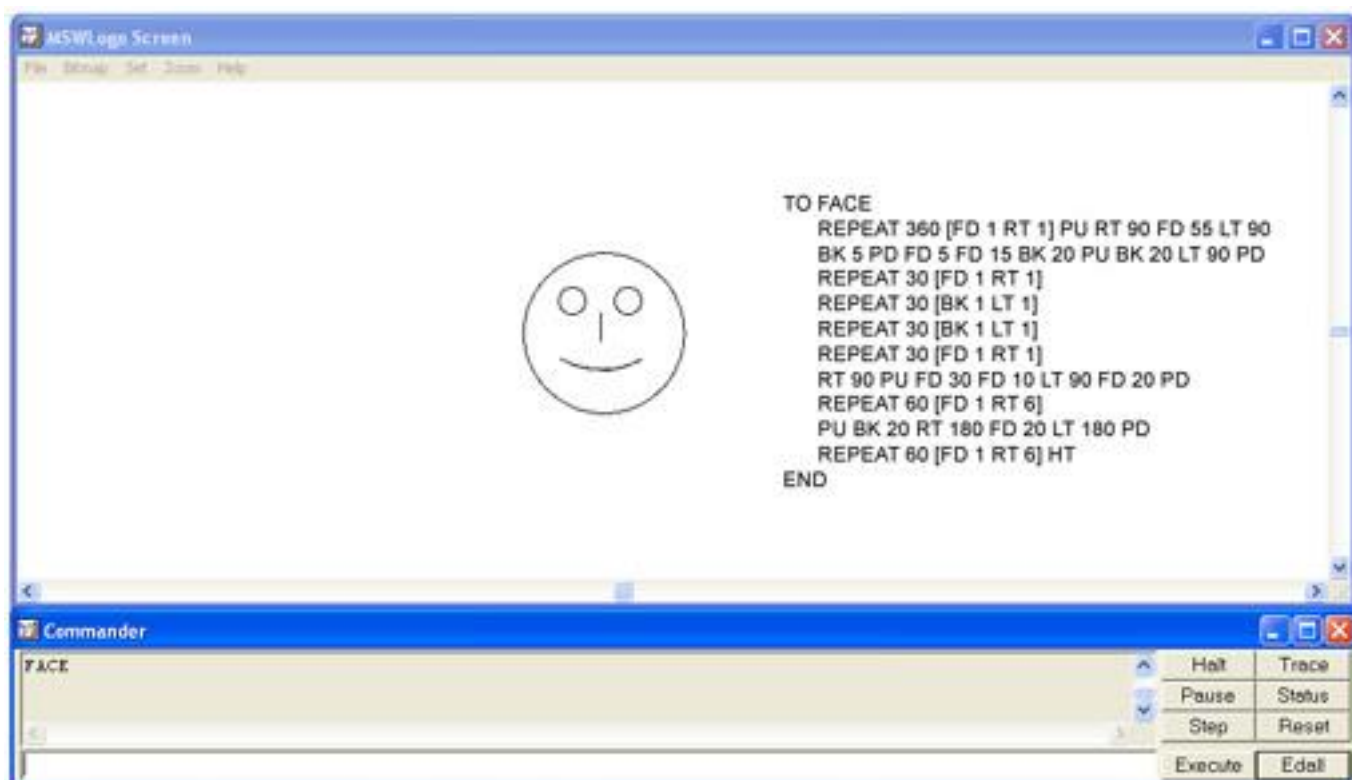
Έτσι, όλα τα παιδιά έφτιαξαν τη χρωματιστή σημαία.



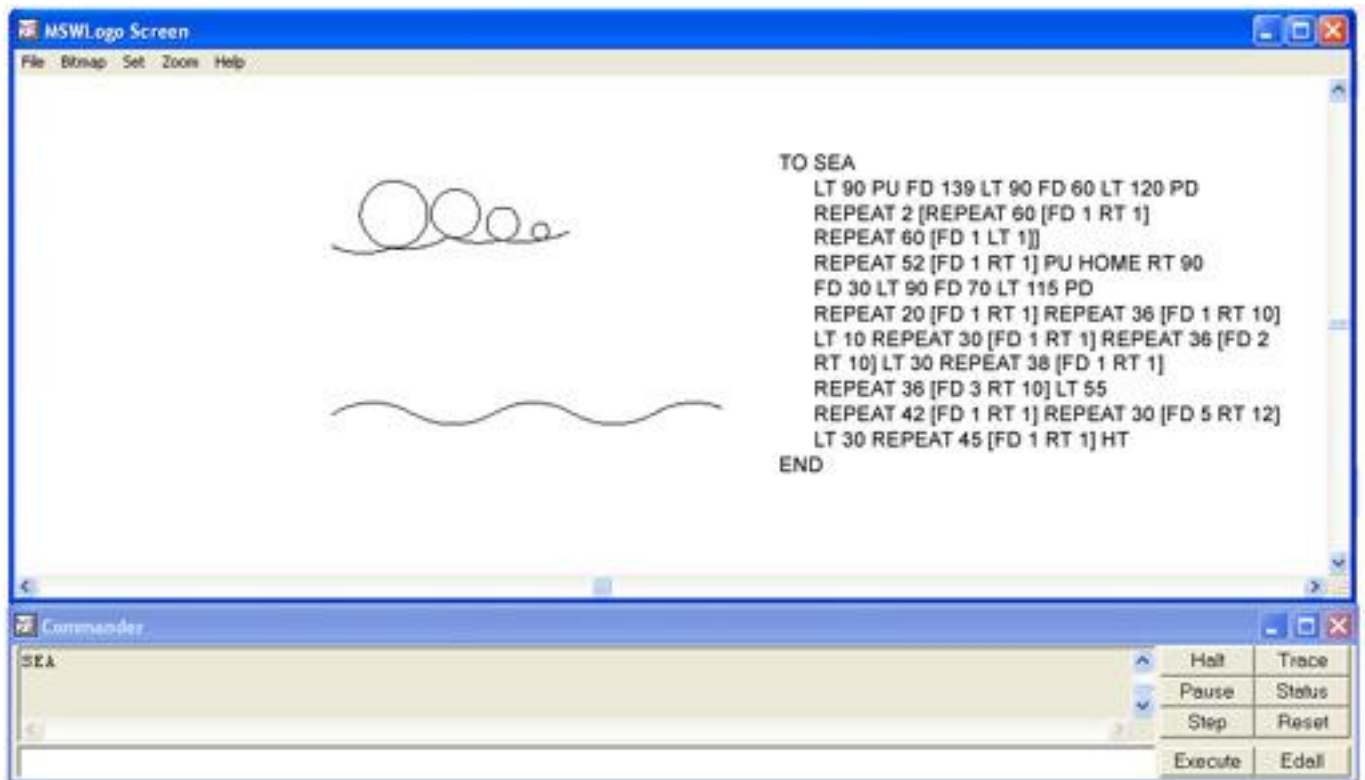
Τα παιδιά ήταν πια ικανά να ζωγραφίσουν οποιαδήποτε σχέδια ήθελαν. Υπήρχε μόνο πρόβλημα αναγκαίου χρόνου – δεν υπήρξε καμιά δυσκολία που να μην μπόρεσαν να την ξεπεράσουν (στη χειρότερη περίπτωση με διαδοχικές προσεγγίσεις). Και, το σημαντικότερο, αισθάνονταν αυτή τη βεβαιότητα. Πολλές φορές αξιοποιούνταν παλιότερα σχέδια (διαδικασίες) για τη σχεδίαση άλλων, πολυπλοκότερων. Εδώ ένα πλοίο.



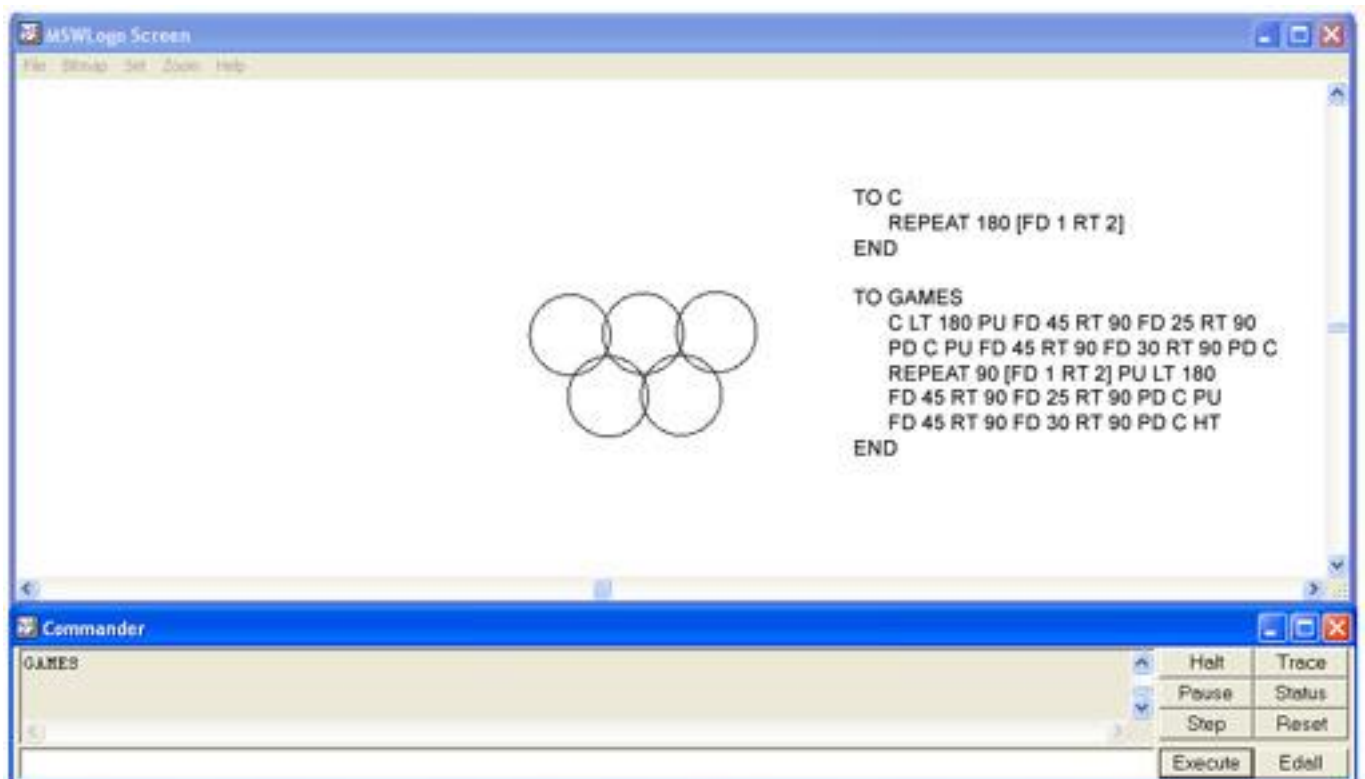
Ένα πρόσωπο.



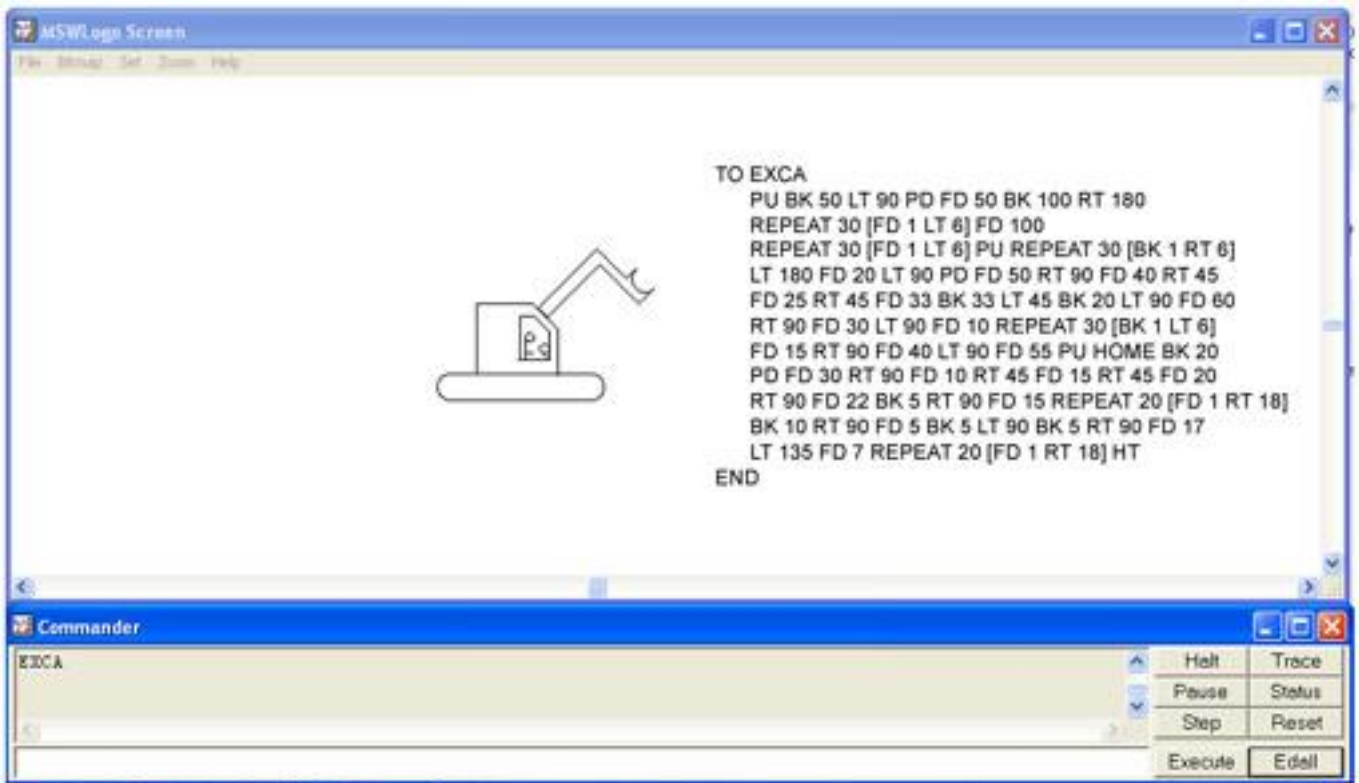
Θάλασσα και σύννεφα.



Ένας κύκλος, με τη βοήθεια του οποίου γίνεται το σήμα των Ολυμπιακών αγώνων.



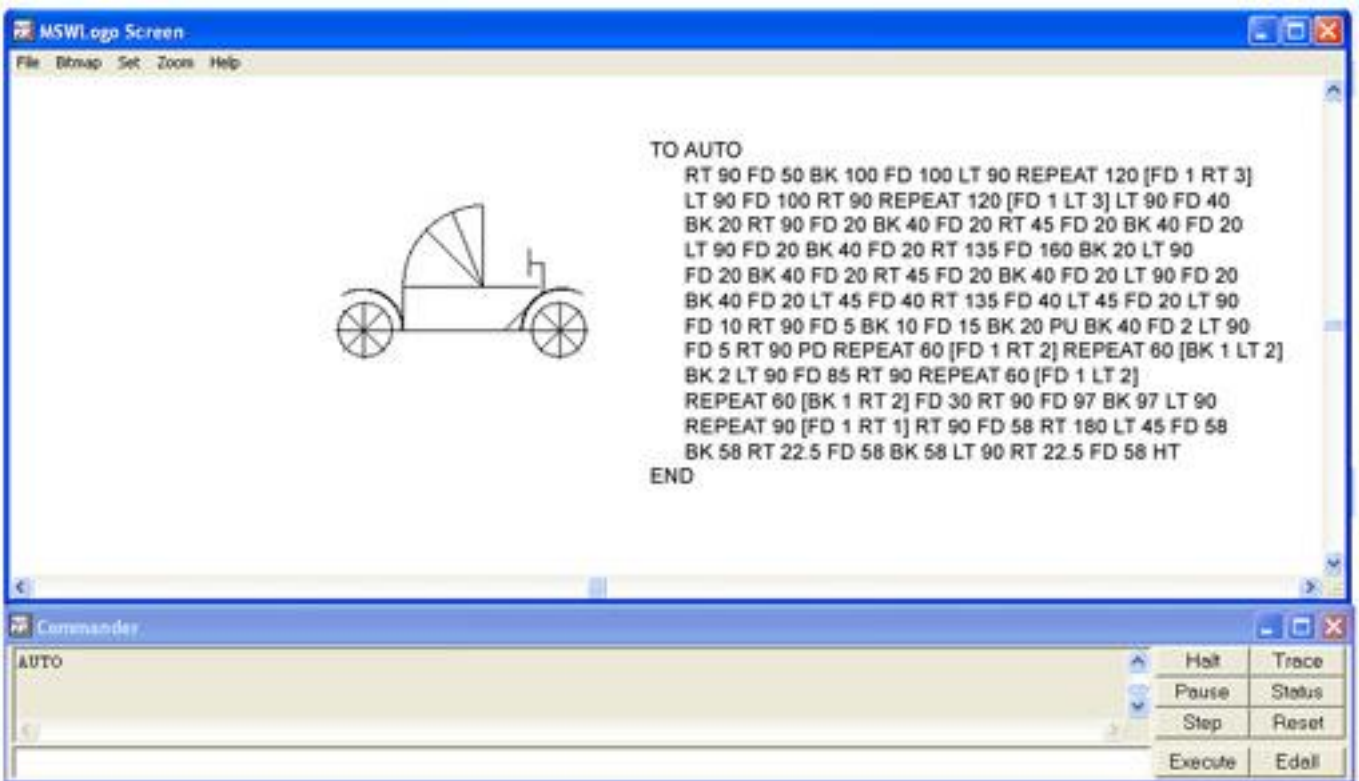
Ένας εκσκαφέας.



The screenshot shows two windows from the MSWLogo environment. The top window, titled "MSWLogo Screen", displays a simple line drawing of a crane on the left. To the right of the drawing is a block of Logo code for a procedure named "TO EXCA". The code consists of several lines of movement and rotation commands, including "PU", "BK", "LT", "RT", "FD", "REPEAT", and "HT". The bottom window, titled "Commander", shows the procedure name "EXCA" in the command line. On the right side of the Commander window, there is a control panel with buttons for "Halt", "Trace", "Pause", "Status", "Step", "Reset", "Execute", and "Edall".

```
TO EXCA
  PU BK 50 LT 90 PD FD 50 BK 100 RT 180
  REPEAT 30 [FD 1 LT 6] FD 100
  REPEAT 30 [FD 1 LT 6] PU REPEAT 30 [BK 1 RT 6]
  LT 180 FD 20 LT 90 PD FD 50 RT 90 FD 40 RT 45
  FD 25 RT 45 FD 33 BK 33 LT 45 BK 20 LT 90 FD 80
  RT 90 FD 30 LT 90 FD 10 REPEAT 30 [BK 1 LT 6]
  FD 15 RT 90 FD 40 LT 90 FD 55 PU HOME BK 20
  PD FD 30 RT 90 FD 10 RT 45 FD 15 RT 45 FD 20
  RT 90 FD 22 BK 5 RT 90 FD 15 REPEAT 20 [FD 1 RT 18]
  BK 10 RT 90 FD 5 BK 5 LT 90 BK 5 RT 90 FD 17
  LT 135 FD 7 REPEAT 20 [FD 1 RT 18] HT
END
```

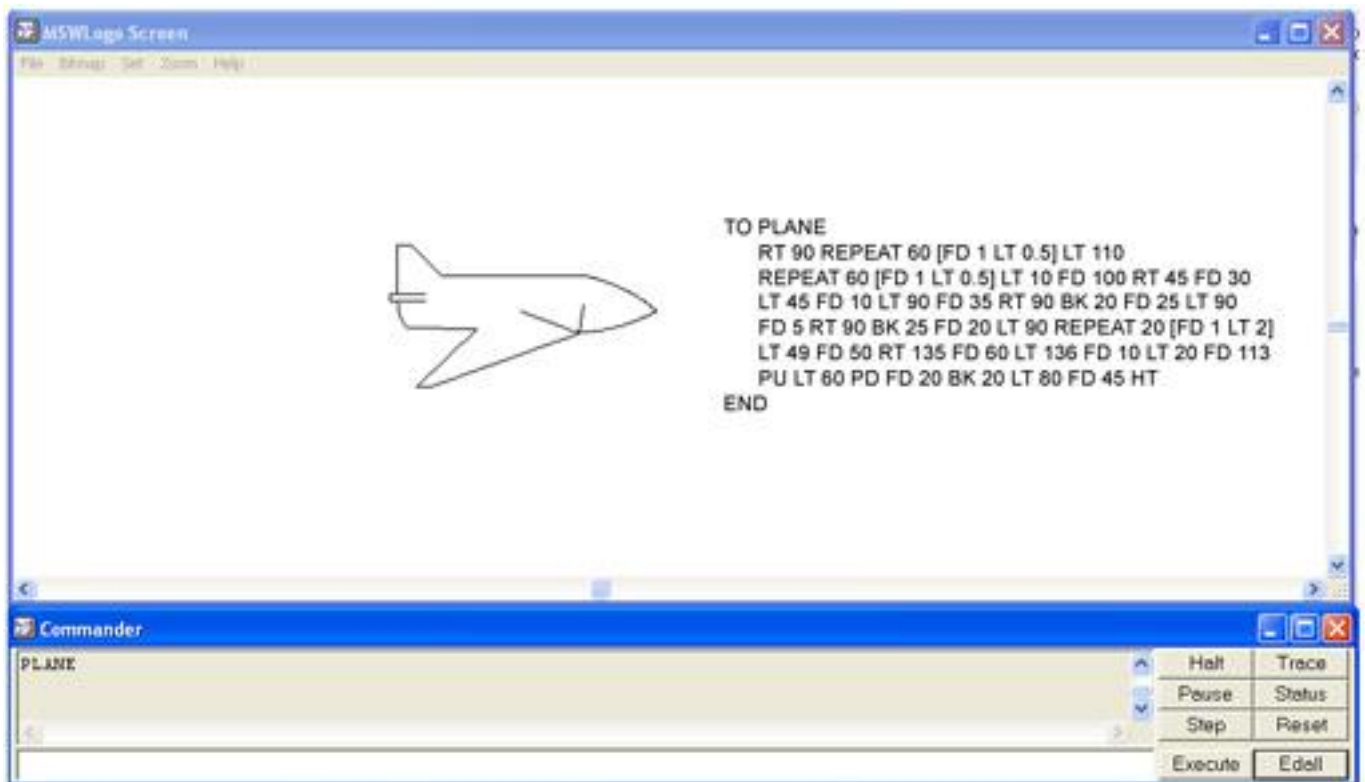
Ένα παλιό αυτοκίνητο.



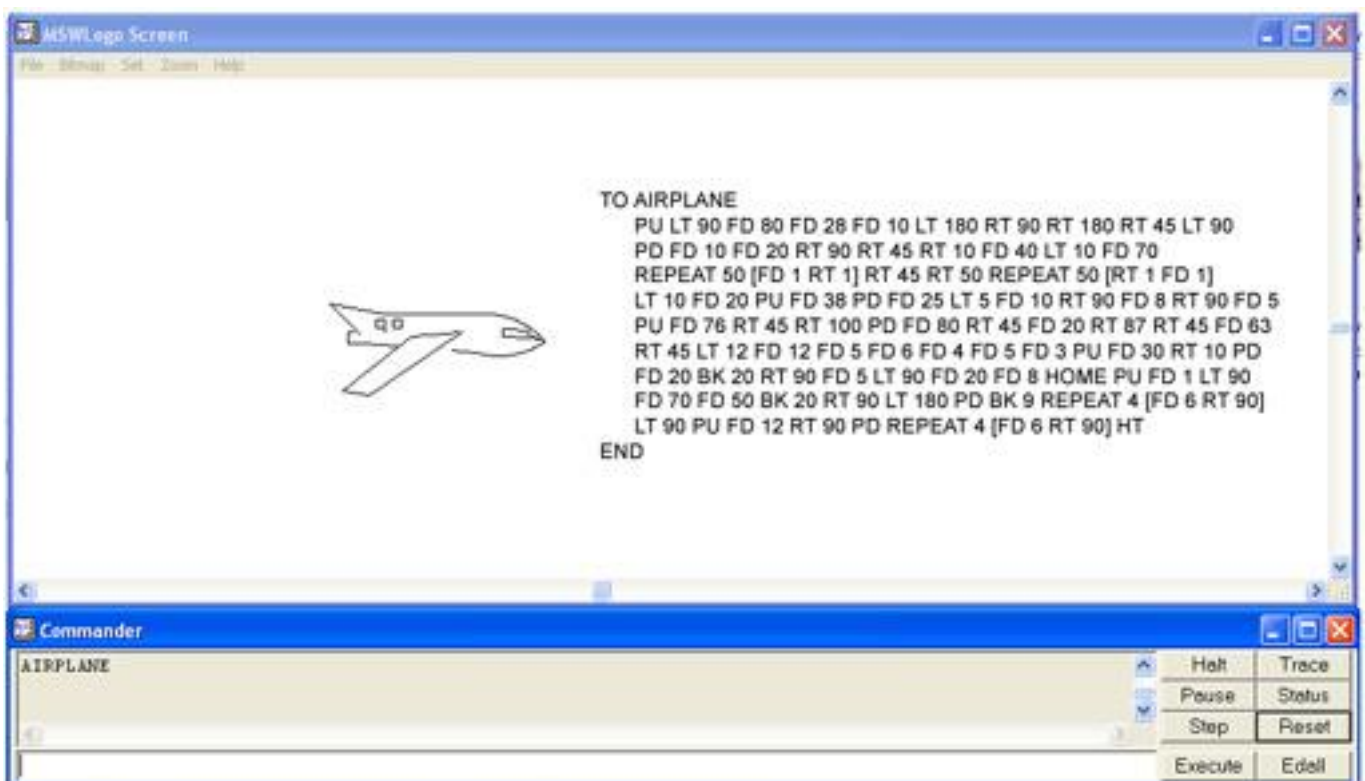
The screenshot shows two windows from the MSWLogo environment. The top window, titled "MSWLogo Screen", displays a simple line drawing of a vintage open-top car on the left. To the right of the drawing is a block of Logo code for a procedure named "TO AUTO". The code consists of several lines of movement and rotation commands, including "RT", "LT", "FD", "BK", "REPEAT", "PD", "PU", "HT", and "FD". The bottom window, titled "Commander", shows the procedure name "AUTO" in the command line. On the right side of the Commander window, there is a control panel with buttons for "Halt", "Trace", "Pause", "Status", "Step", "Reset", "Execute", and "Edall".

```
TO AUTO
  RT 90 FD 50 BK 100 FD 100 LT 90 REPEAT 120 [FD 1 RT 3]
  LT 90 FD 100 RT 90 REPEAT 120 [FD 1 LT 3] LT 90 FD 40
  BK 20 RT 90 FD 20 BK 40 FD 20 RT 45 FD 20 BK 40 FD 20
  LT 90 FD 20 BK 40 FD 20 RT 135 FD 160 BK 20 LT 90
  FD 20 BK 40 FD 20 RT 45 FD 20 BK 40 FD 20 LT 90 FD 20
  BK 40 FD 20 LT 45 FD 40 RT 135 FD 40 LT 45 FD 20 LT 90
  FD 10 RT 90 FD 5 BK 10 FD 15 BK 20 PU BK 40 FD 2 LT 90
  FD 5 RT 90 PD REPEAT 60 [FD 1 RT 2] REPEAT 60 [BK 1 LT 2]
  BK 2 LT 90 FD 85 RT 90 REPEAT 60 [FD 1 LT 2]
  REPEAT 60 [BK 1 RT 2] FD 30 RT 90 FD 97 BK 97 LT 90
  REPEAT 90 [FD 1 RT 1] RT 90 FD 58 RT 180 LT 45 FD 58
  BK 58 RT 22.5 FD 58 BK 58 LT 90 RT 22.5 FD 58 HT
END
```

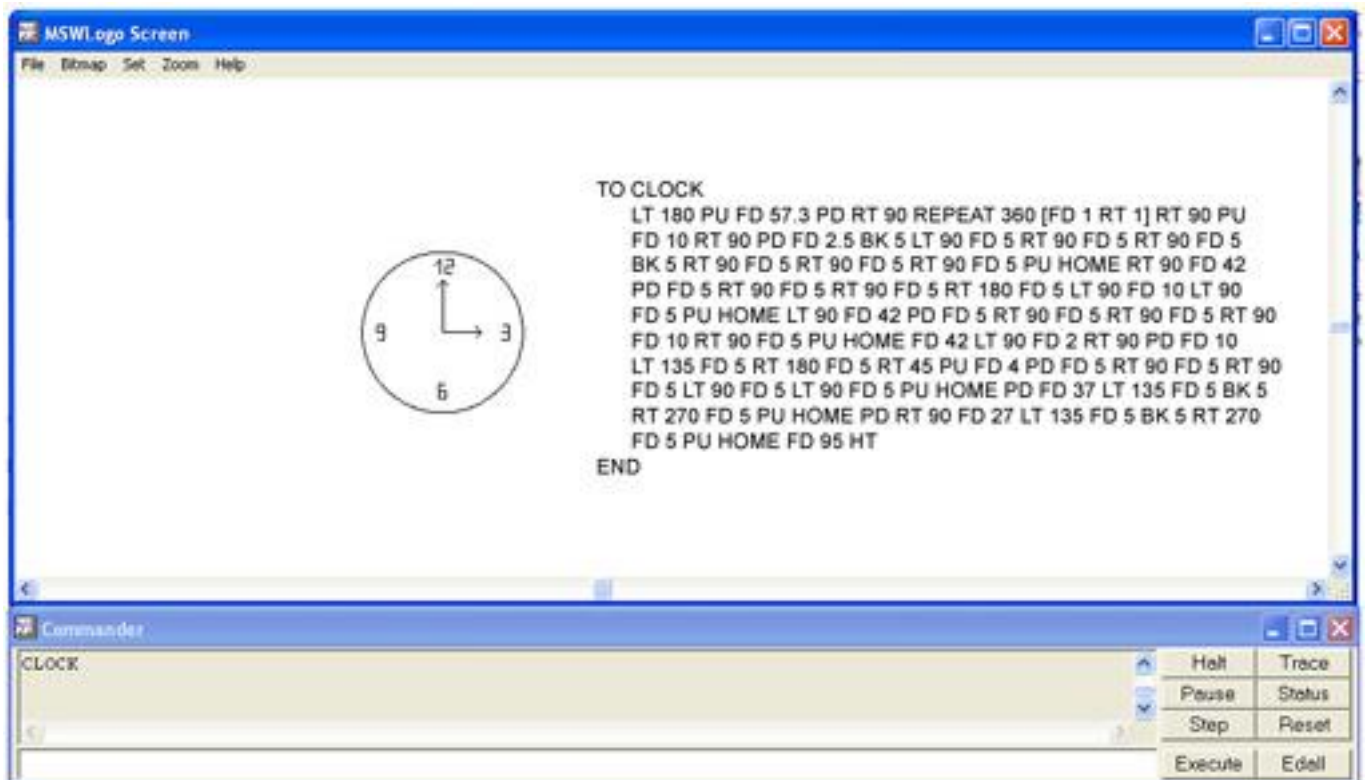
Ένα αεροπλάνο.



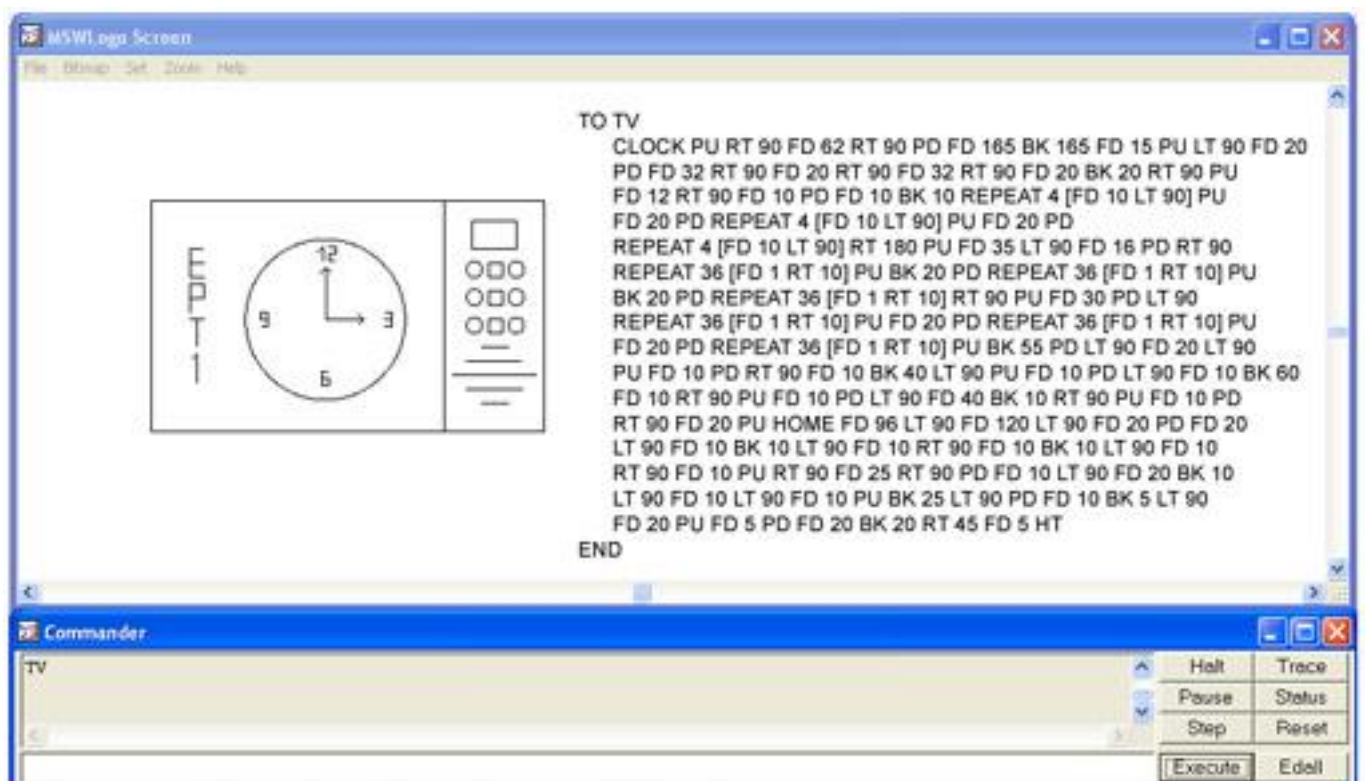
Άλλο ένα αεροπλάνο.



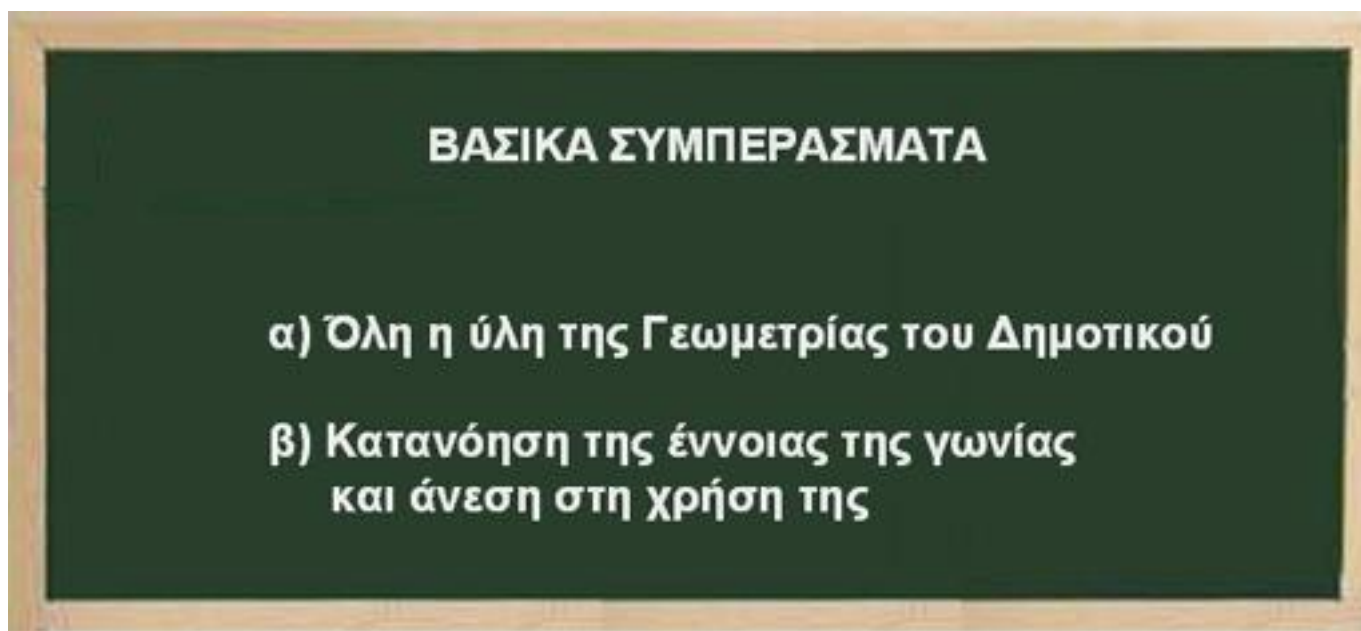
Και ένα ρολόι...



... που χρησιμοποιήθηκε για να σχεδιαστεί μια παλιά τηλεόραση.



Το πρώτο συμπέρασμα της έρευνας είναι πως δεν υπάρχει κανένα αντικείμενο της ύλης της Γεωμετρίας του δημοτικού σχολείου που να μην μπορεί να διδαχτεί μέσα από τη Γεωμετρία της χελώνας. Αντίθετα, όπως φαίνεται από τη διαδικασία υπήρξε αφομοίωση πολλών Μαθηματικών εννοιών και πέρα από τις γεωμετρικές. Επίσης, τα παιδιά όχι μόνο κατανόησαν την έννοια της γωνίας (μια από τις βασικότερες έννοιες της γεωμετρίας), αλλά έφτασαν να τη χρησιμοποιούν χωρίς κανένα πρόβλημα για τη σχεδίαση οποιουδήποτε σχήματος.



Για να γίνει μια ενδεικτική σύγκριση δόθηκαν σε 92 παιδιά της έκτης δημοτικού (του ίδιου σχολείου), που δεν είχαν δουλέψει καθόλου με τη LOGO, αυτά τα σχέδια, που είχαν κάνει τα παιδιά που παρακολουθούσαν το πρόγραμμα της LOGO, τυπωμένα σε χαρτί. Και ζητήθηκε να υπολογίσουν ή να εκτιμήσουν όλες τις γωνίες που έβλεπαν στα σχέδια αυτά.



Τα αποτελέσματα ήταν τα εξής: Μόνο τέσσερα παιδιά μπόρεσαν να «δουν» όλες τις ορθές γωνίες. 88 παιδιά μπόρεσαν να «δουν» μερικές από τις ορθές γωνίες. Κανένα παιδί δεν μπόρεσε να εκτιμήσει ή να υπολογίσει οποιαδήποτε άλλη (οξεία ή αμβλεία) γωνία. 37 παιδιά δεν μπόρεσαν ούτε καν να «δουν» οποιαδήποτε άλλη γωνία εκτός από τις ορθές.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

- α) Τέσσερα παιδιά μπόρεσαν να «δουν» όλες τις ορθές γωνίες**
- β) 88 παιδιά μπόρεσαν να «δουν» μερικές από τις ορθές γωνίες**
- γ) Κανένα παιδί δεν μπόρεσε να εκτιμήσει ή να υπολογίσει οποιαδήποτε άλλη γωνία**
- δ) 37 παιδιά δεν μπόρεσαν ούτε καν να «δουν» οποιαδήποτε γωνία εκτός από τις ορθές**

Το ενδιαφέρον των παιδιών έμεινε αμείωτο σε όλη τη διάρκεια της έρευνας. Μολονότι ανάμεσα στο σχολικό δίωρο που γινόταν το μάθημα μεσολαμβάνουσε διάλειμμα 10 λεπτών, ποτέ κανένα παιδί δεν θέλησε να βγει έξω από την αίθουσα την ώρα του διαλείμματος. Έτσι, το μάθημα διαρκούσε πάντα 100 συνεχή λεπτά.

ΔΙΑΛΕΙΜΜΑ

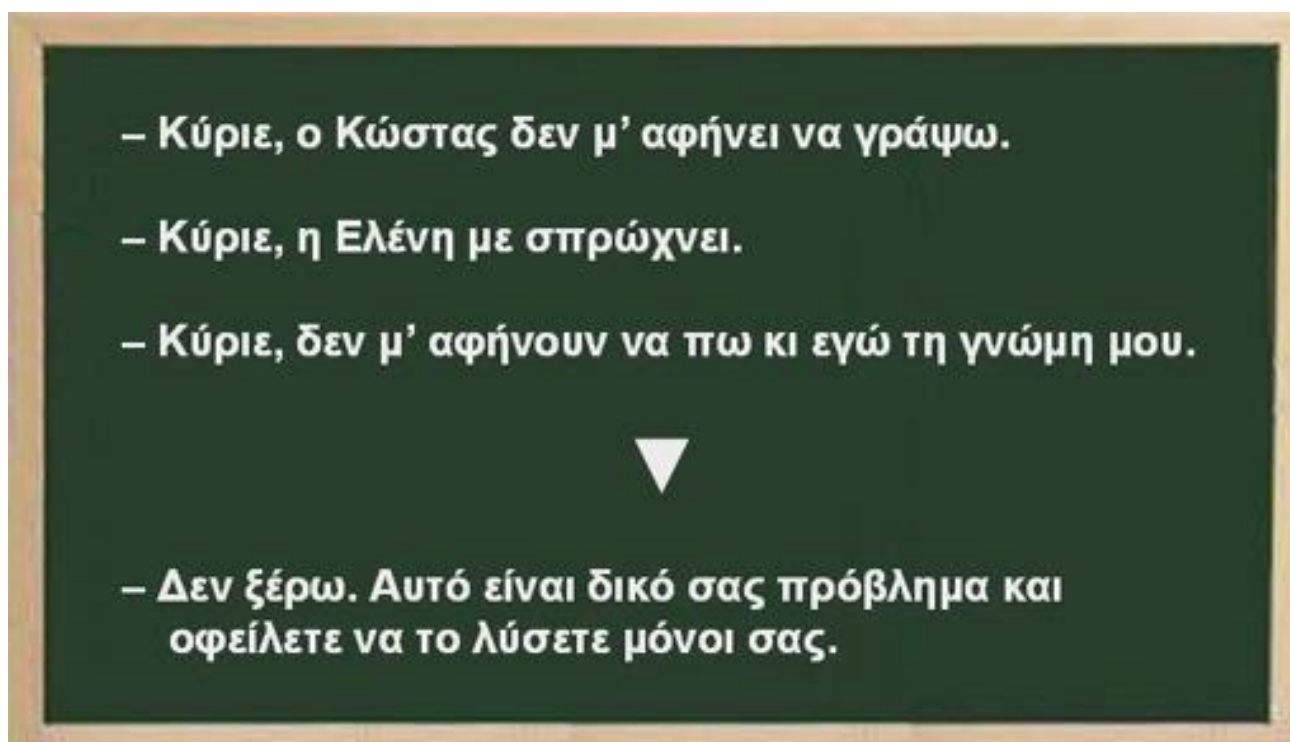
Κανένα παιδί δεν θέλησε να βγει έξω από την αίθουσα την ώρα του διαλείμματος.

Έτσι το μάθημα διαρκούσε πάντα 100 συνεχή λεπτά.

Τα μεγαλύτερα προβλήματα που συναντήθηκαν αφορούσαν τη συνεργασία μεταξύ των παιδιών. Τα παιδιά δεν είχαν μάθει ποτέ να συνεργάζονται πραγματικά για να αντιμετωπίσουν από κοινού μια κατάσταση ή ένα πρόβλημα, χωρίς την επέμβαση ή τη συμμετοχή του δάσκαλου (σε ρόλο ρυθμιστή ή διαιτητή).



Εκφράσεις του είδους – Κύριε, ο Κώστας δεν μ' αφήνει να γράψω, – Κύριε, η Ελένη με σπρώχνει, – Κύριε, δεν μ' αφήνουν να πω κι εγώ τη γνώμη μου, ακούγονταν συνέχεια τους πρώτους δυο-τρεις μήνες. Η στάση που τήρησα συμπυκνώνεται στη φράση: – Δεν ξέρω, αυτό είναι δικό σας πρόβλημα και οφείλετε να το λύσετε μόνοι σας. Μετά από τρεις μήνες τα προβλήματα αυτά είχαν αμβλυνθεί σε πολύ μεγάλο βαθμό (σχεδόν εξαφανίστηκαν).



Στην αρχή της έρευνας τα παιδιά δεν δοκίμαζαν μόνα τους να βρουν τον τρόπο που θα ζωγραφίσουν ένα σχέδιο. Η πρώτη τους αντίδραση ήταν να ρωτήσουν: – Πώς θα το κάνω αυτό; Η απάντηση που έδινα ήταν συνήθως: – Δεν ξέρω, εσείς θα το βρείτε. Εκτός κι αν έκρινα πως έπρεπε να δώσω κάποιες διευκρινίσεις ή να προτείνω κάποιες ενδιάμεσες δραστηριότητες.



Μετά από δυο-τρεις μήνες, τα παιδιά όχι μόνο δεν ζητούσαν τη βοήθειά μου, αλλά όταν εγώ (βλέποντας πως οδηγούνται σε κάποιο αδιέξοδο) ήθελα να τους πω κάτι που θα τους βοηθούσε, όλα τα παιδιά φώναζαν «εν χορώ»: – Μη μας λέτε τίποτα. Αφήστε μας λίγο ακόμα...



Η έρευνα έδειξε πως η καλύτερη αναλογία παιδιών ανά υπολογιστή είναι τρία προς έναν. Μικρότερη αναλογία (2 παιδιά ανά υπολογιστή) δεν βοηθά αποτελεσματικά στην ανάπτυξη της συνεργασίας. Μεγαλύτερη αναλογία (4 παιδιά ανά υπολογιστή) δημιουργεί σύγχυση και χαλάει την ατμόσφαιρα της τάξης.



Μετά από 4-5 μήνες η συνεχής παρουσία μου στην αίθουσα δεν ήταν πια απαραίτητη. Έτσι, άφηνα τα παιδιά να δουλεύουν μόνα τους και έβγαινα από την αίθουσα για 15 λεπτά ως και μια ώρα (πολλές φορές, επίτηδες). Ποτέ δεν δημιουργήθηκε το παραμικρό πρόβλημα κατά τη διάρκεια της απουσίας μου. Τα παιδιά αδιαφορούσαν τελείως αν ο δάσκαλος ήταν ή όχι στην αίθουσα. Το μόνο για το οποίο ενδιαφέρονταν ήταν το αποτέλεσμα της δουλειάς τους.



Όπως έλεγε ο Πιαζέ, δάσκαλος δεν είναι αυτός που προσφέρει τη γνώση, αλλά ο δημιουργός των συνθηκών εκείνων που θα επιτρέψουν στο παιδί να ανακαλύψει τη γνώση.



What is desired is that the teacher ceased being a lecturer, satisfied with transmitting ready-made solutions. His role should rather be that of a mentor stimulating initiative and research.

— *Jean Piaget* —